ENCUENTRO MATEMÁTICO DEL CARIBE

MEMORIAS 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar
CARTAGENA DE INDIAS

ENCUENTRO MATEMÁTICO DEL CARIBE

MEMORIAS 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar
CARTAGENA DE INDIAS

COMITÉ ORGANIZADOR

Jorge Luis Muñiz Olite - Universidad Tecnológica de Bolívar
Jeovanny de Jesus Muentes Acevedo - Universidad Tecnológica de Bolívar
Carlos Rafael Payares Guevara - Universidad Tecnológica de Bolívar
Andrea Estefanía Cabarcas Sánchez - Universidad Tecnológica de Bolívar

AGRADECIMIENTOS

Facultad de Ciencias Básicas - Universidad Tecnológica de Bolívar
ICL DIDÁCTICA LTDA
Impresos Celes

RECTOR
Alberto Roa Varelo

VICERRECTOR ACADÉMICO
Daniel Toro Gonzalez

VICERRECTORA ADMINISTRATIVA
María del Rosario Gutiérrez de Piñeres Perdomo

SECRETARIA GENERAL
Irina García Cáliz

DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN,
INNOVACIÓN Y EMPRENDIMIENTO
Jairo Useche Vivero

Diagramación
Ediciones UTB

ISSN: 2744-8835

Cartagena de Indias, D. T. y C., - Colombia
www.utb.edu.co

2019

EDICIONES UTB
Universidad Tecnológica de Bolívar
CARTAGENA DE INDIAS

Contenido

Contenido

Ponencias

El Juego de Go: un Enfoque a Partir de Autómatas Celulares y Algoritmos Genéticos

Autor: José Manuel Gómez Soto
Universidad Autónoma de Zacatecas
E-mail: **jmgomez@uaz.edu.mx**
URL: **http://matematicas.reduaz.mx/∼jmgomez**

Resumen: Go es un juego oriental muy antiguo originado en China hace 4000 años. Para que una computadora logre jugar Go el concepto matemático más utilizado ha sido el método de MonteCarlo en particular en la forma en que se realiza la búsqueda en los árboles de soluciones. Esto ha dado como resultado muchos programas de computadora que juegan Go que utilizan dicha técnica. Recientemente técnicas de inteligencia artificial se han utilizado para crear el programa Alpha Go desarrollado por Google, éste "software" le ganó en el 2016 al campeón del mundo.

En esta plática se aborda el juego de Go desde la perspectiva de los autómatas celulares y los algoritmos genéticos, teniendo como resultado un programa que juega Go desarrollado en el lenguaje de programación Racket.

Nota: Se sugiere antes de la plática ver el documental *Alpha Go* en Netflix.

Referencias

[1] Shotwell, P. (2011). *Go! More than a game*. Tuttle Publishing.

[2] Berlekamp, E., & Wolfe, D. (1994). *Mathematical Go: Chilling gets the last point*. CRC Press.

[3] Ilachinski, A. (2001). *Cellular automata: a discrete universe.* World Scientific Publishing Company.

[4] Melanie, M. (1998). An introduction to genetic algorithms (Complex adaptive systems). *third printing ed., A Bradford Book.*

[5] Silver, D., Huang, A., Maddison, C. J., Guez, A., Sifre, L., Van Den Driessche, G., ... & Dieleman, S. (2016). Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search. *nature*, *529*(7587), 484-489.

Quaternary Goppa Codes From Binary Goppa Codes and Generalization

Authors: Eddie Arrieta Arrieta, Heeralal Janwa (advisor)
University of Puerto Rico
E-mail: **eddie.arrieta@upr.edu**, **heeralal.janwa@upr.edu**

Abstract: We give, what we call, an amalgamated construction from binary codes to Quaternary codes that are linear if self-amalgamated and are Quaternary additive in general. We construct a Quaternary Goppa code by an amalgamation of two binary classical Goppa codes of the same length and we determine its parameters. We also generalize this construction to Goppa codes over arbitrary finite field $\mathbb{F}_q$, see [2].
We generalize our amalgamated construction taking two different codes, and then one can apply these codes for quantum error-correction. Also, the resulting codes are potentially good for post-quantum cryptosystems.

Keywords: Amalgamated code, Cryptosystem, Finite field, Goppa code, Quaternary.

Introduction

We study non-binary Goppa codes. We have that for a binary Goppa code,

$$C = \Gamma(L, g(x)),$$

where $g(x) \in \mathbb{F}_{2^m}[x]$ is a separable polynomial of degree t, the minimum weight of C has a lower bound given by $2t+1$, see [5]. Given a binary Goppa code C, we construct a non-binary code with the same length, dimension and minimum weight of C, which we call amalgamated code. We show that the amalgamated code contains the subfield subcode of C and contains another subset which is additive over $\mathbb{F}_4$ and linear over $\mathbb{F}_2$.

Really, we generalize the same construction in two way: First we take any linear code, C, over $\mathbb{F}_q$ and we obtain a linear code over $\mathbb{F}_{q^2}$.

Second taking any two linear codes over $\mathbb{F}_q$ and we obtain an additive code over $\mathbb{F}_{q^2}$ and linear over $\mathbb{F}_q$.

Examples

We observe that if C_0 is a $[2^{m-1},\ m,\ 2^{m-2}]$ binary linear code and C_1 is a $[2^{m-1}, 1\ 2^{m-1}]$ binary repetition code, then $C_0 \hat{+} C_1$ is an additive Quaternary code which is a binary linear code with parameters $[2^m,\ m+1,\ 2^{m-1}]$.

References

[1] Koblitz, N. (1994). *A course in number theory and cryptography* (Vol. 114). Springer Science & Business Media.

[2] Lidl, R., & Niederreiter, H. (1994). *Introduction to finite fields and their applications.* Cambridge university press.

[3] MacWilliams, F. J., & Sloane, N. J. A. (1977). *The theory of error correcting codes* (Vol. 16). Elsevier.

[4] McEliece, R. J. (1978). A public-key cryptosystem based on algebraic. *Coding Thv*, 4244, 114-116.

[5] McEliece, R. (1977). The Theory of Information and Coding. Encyclopaedia of Math and its Applications.

[6] Peterson, W. W., Peterson, W., Weldon, E. J., & Weldon, E. J. (1972). Error-correcting codes. MIT press.

[7] Trappe, W. (2006). *Introduction to cryptography with coding theory.* Pearson Education India.

Análisis Topológico de Datos: Estudios Políticos y Redes Sociales

Autor: Joaquín Luna Torres
Fundación Haiko
E-mail: **jlunatorres@fundacionhaiko.org**

Resumen: Extraer información útil de grandes conjuntos de datos puede ser una tarea dispendiosa. Podemos considerar los datos como una nube de información que tiene una estructura. Los datos se transforman y cambian, sin embargo se puede intentar capturar en cada momento ciertos invariantes de su la estructura general. Una manera de hacerlo se logra utilizando El análisis topológico de datos (TDA). La homología persistente es una herramienta sofisticada para identificar características topológicas y para determinar cómo tales características persisten a medida que los datos se ven en diferentes escalas. En esta charla haremos un examen somero del TDA y consideraremos sus relaciones con un análisis politico realizado en el Reino Unido y con las redes sociales, en particular, una medida de popularidad.

Palabras claves: Análisis topológico de datos, homología persistente, word2vec, popularidad de imágenes, complejidad y ciencias políticas.

Referencias

[1] Almgren, K., Kim, M., & Lee, J. (2017, August). Mining social media data using topological data analysis. In 2017 *IEEE International Conference on Information Reuse and Integration (IRI)* (pp. 144-153). IEEE.

[2] Bayless, R. (2015). *Topological analysis of MOBILIZE Boston data* (Doctoral dissertation, California State Polytechnic University, Pomona).

[3] Bubenik, P., De Silva, V., & Scott, J. (2015). Metrics for generalized persistence modules. *Foundations of Computational Mathematics, 15*(6), 1501-1531.

[4] Carlsson, G. (2009). Topology and data. *Bulletin of the American Mathematical Society,* 46(2), 255-308.

[5] Chazal, F., De Silva, V., Glisse, M., & Oudot, S. (2012). The structure and stability of persistence modules. *arXiv preprint arXiv:1207.3674, 21.*

[6] Cohen-Steiner, D., Edelsbrunner, H., & Harer, J. (2007). Stability of persistence diagrams. *Discrete & computational geometry, 37*(1), 103-120.

[7] Edelsbrunner, H., Letscher, D., & Zomorodian, A. (2000, November). Topological persistence and simplification. In *Proceedings 41st annual symposium on foundations of computer science* (pp. 454-463). IEEE.

[8] Ghrist, R. (2008). Barcodes: the persistent topology of data. *Bulletin of the American Mathematical Society, 45*(1), 61-75.

[9] Gurciullo, S., Smallegan, M., Pereda, M., Battiston, F., Patania, A., Poledna, S., ... & Mikhaylov, S. (2015). Complex politics: A quantitative semantic and topological analysis of uk house of commons debates. *arXiv preprint arXiv:1510.03797.*

[10] Lesnick, M. (2012). Multidimensional interleavings and applications to topological inference. *arXiv preprint arXiv:1206.1365.*

[11] Lecci, F., Cisewski, J., Chazal, F., Rinaldo, A., Tibshirani, R., & Wasserman, L. (2014). *Statistical Inference for Topological Data Analysis (Doctoral dissertation*, Ph. D. Thesis, Department of Statistics Carnegie Mellon University).

[12] Li, M. (2016). Quantifying Phenotypic Variation Through Local Persistent Homology and Imaging.

[13] Mac Lane, S. (2013). *Categories for the working mathematician* (Vol. 5). Springer Science & Business Media.

[14] Munch, E. (2013). Applications of persistent homology to time varying systems. *Unpublished doctoral dissertation) Durham, NC: Duke University.[Google Scholar].*

[15] Venturini, G. M., & noz Garcıa, A. M. (2015). *Statistical distances and probability metrics for multivariate data, ensembles and probability distributions* (Doctoral dissertation, PhD thesis, University Carlos III of Madrid, Leganés (Madrid, Spain)).

[16] Zomorodian, A. J. (2001). *Computing and comprehending topology: Persistence and hierarchical morse complexes.* University of Illinois at Urbana-Champaign.

[17] Zomorodian, A., & Carlsson, G. (2005). Computing persistent homology. *Discrete & Computational Geometry*, 33(2), 249-274.

Singularities of G-structures

Authors: Mikhail Malakhaltsev, Fabián Antonio Arias Amaya
Universidad de los Andes, Universidad Tecnológica de Bolívar
E-mail: **mikarm@uniandes.edu.co**, **farias@utb.edu.co**

Abstract: A G-structure is a reduction of the $GL(n)$-principal frame bundle $L(M)$ of a manifold M, $\dim M = n$, to a G-principal subbundle $P \subset L(M)$. All the classical geometrical structures, for example Riemannian metric, symplectic structure, or contact structure, can be described as the corresponding G-structures, and the theory of G-structure provide general tools in order to find invariants of geometric structures. However, the classical theory of G-structures is adapted to the geometrical structures without singularities, for example, a Riemannian metric or a symplectic structure are given by quadratic form fields which are non-degenerate at all points.

In this talk we will explain how to construct G-structures which correspond to geometrical structures with singularities, and to find topological and differential invariants of the singularities. We will exemplify the general theory by considering the contact structure with singularities.

Keywords: Singularities, G-structures, contact structure, differential invariant, topological invariant.

References

[1] Amaya, F. A., & Malakhaltsev, M. (2018). Topological invariants of principal G-bundles with singularities. *Lobachevskii Journal of Mathematics, 39*(5), 623-633.

Subálgebras de Mishchenko-Fomenko en $\mathcal{S}(gl_4)$ y Secuencias Regulares

Autores: Wilson Fernando Mutis Cantero,
Fernando Andres Benavides Agredo
Universidad de Nariño
E-mail: **wfmutis@udenar.edu.co, fandresbenavides@udenar.edu.co**

Resumen: Sea $\mathcal{S}(gl_n)$ el álgebra simétrica del álgebra de Lie gl_n de las matrices de tamaño $n \times n$ sobre el cuerpo $\mathbb{C}$ de los números complejos. Para un elemento ξ del espacio dual gl_n^* sea $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ la subálgebra de *Mishchenko-Fomenko* de $\mathcal{S}(gl_n)$ asociada al parámetro ξ y construida por el método de cambio de argumento. Un resultado conocido en teoría de representaciones de álgebras de Lie es que la subálgebra $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ es generada por una secuencia regular en $\mathcal{S}(gl_n)$ cuando ξ es un elemento regular nilpotente. En esta charla veremos que en gl_4 este resultado extiende para todos los elementos nilpotentes.

Palabras claves: Álgebra simétrica, subálgebra de Mishchenko-Fomenko, método de cambio de argumento, elemento regular nilpotente, secuencia regular.

Introducción

En teoría de Representaciones de Álgebras de Lie es importante estudiar los pares $(U(\mathfrak{g}), B)$, donde $U(\mathfrak{g})$ es el álgebra envolvente universal de una álgebra de Lie $\mathfrak{g}$, B es una subálgebra conmutativa de $U(\mathfrak{g})$ y $U(\mathfrak{g})$ es un B-módulo libre. Con estas condiciones, todo B-módulo irreducible se puede levantar hasta un $U(\mathfrak{g})$-módulo irreducible.

En esta linea de estudio, el famoso teorema de Kostant [1] afirma que el álgebra envolvente universal $U(\mathfrak{g})$ de una $\mathbb{C}$-álgebra de Lie semisimple $\mathfrak{g}$ es un módulo libre sobre su centro. Para el caso de la $\mathbb{C}$-álgebra de Lie gl_n de las matrices de tamaño $n \times n$, Ovsienko [2] establece que $U(gl_n)$ es un módulo libre sobre la subalgebra de Gelfand-Tsetlin. Por el teorema principal de Futorny-Molev [3] se sabe que dado un elemento ξ del espacio dual gl_n^* existe una subalgebra conmutativa $\mathcal{A}_\xi$ de $U(gl_n)$ tal que $gr\mathcal{A}_\xi = \overline{\mathcal{A}_\xi}$, donde $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ es la subalgebra *Mishchenko-Fomenko* asociada al parámetro ξ construida por el método de cambio de argumento, además, por Futorny-Ovsienko [4] se sabe que $U(gl_n)$ es un $\mathcal{A}_\xi$-módulo libre cuando la subalgebra $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ es generada por una secuencia regular en $\mathcal{S}(gl_n)$. Según el trabajo de A. Moreau [5], la subalgebra $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ es generada por una secuencia regular cuando ξ es un elemento regular nilpotente. En esta charla veremos que en gl_4 este resultado extiende para todos los elementos nilpotentes.

Referencias

[1] Kostant, B. (1963). Lie group representations on polynomial rings. *American Journal of Mathematics, 85*(3), 327-404.

[2] Ovsienko, S. (2003). Strongly nilpotent matrices and Gelfand–Zetlin modules. *Linear algebra and its applications, 365,* 349-367.

[3] Futorny, V., & Molev, A. (2015). Quantization of the shift of argument subalgebras in type A. *Advances in Mathematics, 285,* 1358-1375.

[4] Futorny, V., & Ovsienko, S. (2005). Kostant's theorem for special filtered algebras. *Bulletin of the London Mathematical Society, 37*(2), 187-199.

[5] Moreau, A. (2018). A remark on Mishchenko–Fomenko algebras and regular sequences. *Selecta Mathematica, 24*(3), 2651-2657.

Grafos Generados por Conjuntos de Sidon y su Relación con Problemas Combinatorios

Autores: Fernando A. Benavides, Wilson F. Mutis
Universidad de Nariño, Departamento de Matemáticas y Estadística
E-mail: **fandresbenavides@udenar.edu.co**, **wfmutis@gmail.com**

Resumen: Sea A un subconjunto de un grupo abeliano aditivo X, el grafo suma $G_{A,X} = (V, E)$ es el formado por el conjunto de vértices $V = X$ y $\{a, b\} \in E$ si $a + b \in A$. Por otro lado, se dice que A es un conjunto de Sidon si todas sus sumas de dos elementos son distintas. Cuando A es un conjunto de Sidon se conoce que su correspondiente grafo $G_{A,X}$ es C_4-libre. El objetivo de la charla es presentar la utilización de las propiedades del grafo $G_{A,X}$ en el estudio del número de Turán $ex(n, C_4)$ y en el estudio de algunas ecuaciones algebraicas sobre campos finitos.

Palabras claves: Grafo suma, conjunto de Sidon, teoría espectral de grafos.

Referencias

[1] Daza, D. F., Trujillo, C. A., & Benavides, F. A. (2018). Sidon sets and C_4-saturated graphs. *arXiv preprint arXiv:1810.05262.*

[2] Vinh, L. A. (2013). Graphs generated by Sidon sets and algebraic equations over finite fields. *Journal of Combinatorial Theory Series B, 103*(6), 651-657.

Genericidad de Métricas Bumpy para Hipersuperficies con CMC y Frontera Libre

Autor: Carlos Wilson Rodríguez Cárdenas
Universidad Industrial de Santander, Escuela de Matemáticas
E-mail: **cwrodrig@uis.edu.co**

Resumen: Sea (M, g) una variedad Riemanniana de dimensión $n+1$, con frontera suave ∂M y Σ^n una hipersuperficie de M con CMC (Curvatura Media Constante) y frontera libre. Mostraremos que casi todas las metricas en M hacen que Σ sea no-degenerada. Dicho de otra forma, el conjunto de todas las métricas g en M para las cuales Σ es no-degenerada es genérico en el espacio de las métricas Riemannianas.

Palabras claves: Hipersuperficies con CMC, frontera libre, métricas Bumpy, genericidad, campos de Jacobi, condición de frontera libre linearizada.

Introducción

Sea (M, g) una variedad Riemanniana de dimensión $n+1$ con frontera suave ∂M y sea Σ^n una hipersuperficie de M compacta y con frontera suave $\partial\Sigma$. Asumimos que $\partial M \cap \Sigma = \partial\Sigma$ y que $M \setminus \Sigma = \Omega_1 \sqcup \Omega_2$, con $\overline{\Omega}_1$ compacto y $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$. Decimos que Σ es una *hipersuperficie con CMC (curvatura media constante) y frontera libre* si para todo $p \in \partial\Sigma$, $\vec{n}_{\partial M}(p) \in T_p\Sigma$, donde $\vec{n}_{\partial M}(p)$ es el campo vectorial normal exterior a lo largo de la fronter de M en p.

Sabemos que si Σ es una hipersuperficie con CMC y frontera libre entonces el mapeo inclusión $\mathfrak{i} : \Sigma \to M$ es un punto crítico para el *g-funcional de área $\mathcal{A}_g$* definido en el conjunto $\mathrm{Emb}_\partial(\Sigma, M)$ de todos los encajamientos (embebimientos) $x : \Sigma \to M$ que satisfacen $x(\partial\Sigma) \subset \partial M$.

Decimos que Σ es *no-degenerada* si $\mathfrak{i}$ es un punto crítico no degenerado de $\mathcal{A}_g$ en $\mathrm{Emb}_\partial(\Sigma, M)$. Equivalentemente, Σ is no-degenerada si no existe un campo de Jacobi no trivial f a lo largo de Σ que satisfaga la condición de frontera libre linerizada:

$$g\big(\nabla f, \vec{n}_{\partial M}\big) + \mathrm{II}^{\partial M}\big(\vec{n}_\Sigma, \vec{n}_\Sigma\big)\, f = 0,$$

donde ∇f es el g-gradiente de f, $\vec{n}_\Sigma$ es el vector unitario normal a lo largo de Σ y $\mathrm{II}^{\partial M}$ es la segunda forma fundamental de ∂M en la dirección del vector normal $\vec{n}_{\partial M}$.

Una métrica g en M se dice *Bumpy* si todo encajamiento con CMC y frontera libre de Σ en M es no-degenerado. Lo que probamos es que el conjunto de las métricas Bumpy en M es un conjunto genérico, es decir, es un subconjunto del espacio de las métricas en M que es la intersección contable de subconjuntos abiertos densos. Aplicamos el Teorema de Sard-Smale en dimensión infinita.

Referencias

[1] Abraham, R. (1970). Bumpy metrics, Global Analysis (Proc. Sympos. Pure Math., Vol. XIV, Berkeley, Calif., 1968), 1–3. *Amer. Math. Soc., Providence, RI*.

[2] Anosov, D. V. (1983). On generic properties of closed geodesics. *Mathematics of the USSR-Izvestiya, 21*(1), 1.

[3] Bettiol, R. G., Piccione, P., & Santoro, B. (2017). Deformations of free boundary CMC hypersurfaces. *The Journal of Geometric Analysis, 27*(4), 3254-3284.

[4] Biliotti, L., Javaloyes, M. A., & Piccione, P. (2009). Genericity of nondegenerate critical points and Morse geodesic functionals. *Indiana University mathematics journal*, 1797-1830.

[5] Cárdenas, C. W. R. *Genericity of bumpy metrics, bifurcation and stability in free boundary CMC hypersurfaces* (Doctoral dissertation, Universidade de São Paulo).

[6] Ros, A., & Vergasta, E. (1995). Stability for hypersurfaces of constant mean curvature with free boundary. *Geometriae Dedicata, 56*(1), 19-33.

[7] Smale, S. (2000). An infinite dimensional version of Sard's theorem. In *The Collected Papers of Stephen Smale: Volume 2* (pp. 529-534).

[8] White, B. (1991). The space of minimal submanifolds for varying Riemannian metrics. *Indiana University Mathematics Journal*, 161-200.

La Constante de Schäffer y el Teorema de Banach-Stone

Autor: Michael Alexánder Rincón Villamizar
Universidad Industrial de Santander
E-mail: **marinvil@uis.edu.co**

Resumen: Dado un espacio de Banach $(X, \|\cdot\|)$, la constante de Schäffer es definida por

$$\lambda(X) = \text{ínf}\{\text{máx}\{\|x + \lambda y\| : |\lambda| = 1\} : \|x\| = \|y\| = 1\}.$$

El objetivo de esta charla es mostrar ejemplos de esta constante y su relación con el clásico teorema de Banach-Stone.

Palabras claves: Constante de Schäffer, Espacios $C_0(K, X)$, Teorema de Banach-Stone.

Introducción

Si K es un espacio localmente compacto Hausdorff y $(X, \|\cdot\|)$ es un espacio de Banach, $C_0(K, X)$ denota el espacio de Banach de las funciones continuas de K en X que se anulan en infinito junto con la norma del supremo. Si X es un campo de escalares, este espacio es simplemente denotado por $C_0(K)$.

El teorema de Banach-Stone establece que si $C_0(K)$ es isométricamente isomorfo a $C_0(S)$, entonces K y S son homeomorfos. Este resultado fue extendido de manera independiente por Amir y Cambern como sigue: si $T\colon C_0(K) \to C_0(S)$ es un isomorfismo con $\|T\|\|T^{-1}\| < 2$, entonces K y S son homeomorfos [2].

Hay ejemplos que muestran que el teorema de Amir-Cambern no es válido en general para el espacio $C_0(K, X)$. En esta charla discutiremos algunas generalizaciones de este teorema para los espacios $C_0(K, X)$. Tales generalizaciones dependen de propiedades geométricas del espacio X tales como convexidad estricta, convexidad uniforme entre otras. En esta línea, discutiremos propiedades geométricas de los espacios de Banach tales que $\lambda(X) > 1$.

Referencias

[1] Galego, E. M., & Rincón-Villamizar, M. A. (2017). Banach-lattice isomorphisms of $C_0(K, X)$ spaces which determine the locally compact spaces K. *Fundamenta Mathematicae*, *239*, 185-200.

[2] Cidral, F. C., Galego, E. M., & Rincón-Villamizar, M. A. (2015). Optimal extensions of the Banach–Stone theorem. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *430*(1), 193-204.

On the Dynamics of Periodic Orbits of Finite Order for a Particular Homeomorphism of the Annulus

Author: German Fabian Escobar
Universidad Surcolombiana, Departamento de Matemática y Estadística, Programa Matemática Aplicada
E-mail: **german.escobar@usco.edu.com**

Abstract: Let $f : \mathbb{A} \longrightarrow \mathbb{A}$ be the homeomorphism on the annulus $\mathbb{A} = \mathbb{S}^1 \times [0,1]$ defined in [1]. We know that any periodic orbit $\mathcal{O}$ of period q and rotation number $0 < p/q \leqslant 1$ can be arranged as a positive braid, and there are only two of them order preserving for each rotation number. In [2] Boyland gave the definition of a (p,q)-topologically monotone periodic orbit for annulus homeomorphims. We show that a periodic orbit is order preserving if and only if, this is a finite order periodic orbit. To this, we consider a simple closed curve $\gamma \subset \mathbb{A}$ contain $\mathcal{O}$ that generates the homology of $\mathbb{A}$, which is invariant under isotopy relative to the orbit by the action of the homeomorphism f.

Keywords: Rotation number, finite order periodic orbit.

Introduction

This work is a implementation of the paper [3] to a homeomorphism f in the annulus A isotopic to the identity, which is induce by endomorphism G on a graph X emmbedded in A. The main results of this study are the followings:

Theorem 1. *Let $f : A \longrightarrow A$ be a homeomorphism on the annulus $A = \mathbb{S} \times [0,1]$, and $\mathcal{O}$ a f-periodic orbit. Suppose that γ is a nullhomotopic simple closed curve on $\mathbb{A}$, that generates the homology of A and*

1. *$\mathcal{O} \subset \gamma$.*
2. *$f(\gamma)$ is a homotopic to γ on $A \setminus \mathcal{O}$.*

Then, $\mathcal{O}$ is a finite order periodic orbit of f, that is f is isotopic to a rotation relative to $\mathcal{O}_f(x)$ (coordinate change).

Theorem 2. *Let $f : A \longrightarrow A$ be the homeomorphism on the annulus $A = \mathbb{S}^1 \times [0,1]$ isotopic to the identity define in [1]. Let F be a lift to the universal cover $\bar{A} = \mathbb{R} \times [0,1]$. If $\mathcal{O}$ is a f-periodic orbit of period q and rotation number $0 < p/q < 1$, then $\mathcal{O}$ is a finite order periodic orbit if and only if $\overline{\mathcal{O}} = \pi_x \circ \{F^n(\bar{x})\}_{n=0}^{\infty}$ is order-preserving.*

References

[1] Holmes, P. J. (1987). Knotted periodic orbits in suspensions of annulus maps. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 411*(1841), 351-378.

[2] Boyland, P. (1992). Rotation sets and monotone periodic orbits for annulus homeomorphisms. *Commentarii Mathematici Helvetici, 67*(1), 203-213.

[3] Boyland, P. (1994). Topological methods in surface dynamics. *Topology and its Applications, 58*(3), 223-298.

Least Energy Radial Sign-Changing Solution for the Schrödinger-Poisson system in $\mathbb{R}^3$ Under an Asymptotically Cubic Nonlinerity

Author: Edwin Gonzalo Murcia Rodríguez
Pontificia Universidad Javeriana
E-mail: **murciae@javeriana.edu.co**

Abstract: We consider the following Schrödinger-Poisson system in the whole $\mathbb{R}^3$,

$$\begin{cases} -\Delta u + u + \lambda\phi u = f(u) & \text{in } \mathbb{R}^3, \\ -\Delta\phi = u^2 & \text{in } \mathbb{R}^3, \end{cases}$$

where $\lambda > 0$ and the nonlinearity f is "asymptotically cubic" at infinity. This implies that the nonlocal term ϕu and the nonlinear term $f(u)$ are, in some sense, in a strict competition. We show that the system admits a least energy sign-changing and radial solution obtained by minimizing the energy functional on the so-called *nodal Nehari set*.

Keywords: Schrödinger-Poisson system, variational methods, standing wave solutions, nodal Nehari set.

Introduction

A great attention has been given in the last decades to the so called Schrödinger-Poisson system, namely

$$\begin{cases} -\Delta u + u + \lambda\phi u = f(u) & \text{in } \mathbb{R}^3, \\ -\Delta\phi = u^2 & \text{in } \mathbb{R}^3, \end{cases} \tag{1}$$

due especially to its importance in many physical applications but also since it presents difficulties and challenges from a mathematical point of view.

It is known that the system can be reduced to the equation

$$-\Delta u + u + \lambda\phi_u u = f(u) \text{ in } \ \mathbb{R}^3,$$

and that its solutions can be found as critical points in $H^1(\mathbb{R}^3)$ of the energy functional

$$I(u) := \frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}^3} \left(|\nabla u|^2 + u^2\right) dx + \frac{\lambda}{4}\int_{\mathbb{R}^3} \phi_u u^2 dx - \int_{\mathbb{R}^3} F(u)dx, \tag{2}$$

where

$$F(t) := \int_0^t f(\tau)d\tau, \quad \phi_u = \frac{1}{4\pi|\cdot|} * u^2.$$

Before anything else, we observe that ϕ_u is automatically positive and univocally defined by u; hence words like "solution", "positive", "sign-changing" always refer to the unknown u of the system.

Observe that since $\phi_u u$ is $3-$homogeneous, in the sense that

$$\phi_{tu}(tu) = t^3\phi_u u, \quad t \in \mathbb{R},$$

there is a further difficulty in the problem exactly when the nonlinearity f behaves "cubically" at infinity, we say it is *asymptotically cubic*, being in this case in competition with the nonlocal term $\phi_u u$.

The number of papers which have studied the Schrödinger-Poisson system in the mathematical literature is so huge that it is almost impossible to give a satisfactory list. Indeed many papers deal with the problem in bounded domain or in the whole space (see e.g. [5, 4, 9, 17, 19, 20] and the references therein) and some other papers deal with the fractional counterpart (see e.g [16, 10] and its references). In all the cited papers various type of solutions have been found under different assumptions on the nonlinearity. However the solutions found are positive or with undefined sign and the nonlinearity f is "supercubic" at infinity (in a sense that will be specified below) an this fact helps in many computations since it gains on the nonlocal term $\phi_u u$.

Nevertheless some results have been obtained also in the asymptotically cubic case: for example, in the remarkable paper [3] the authors consider the existence of solutions under a very general nonlinearity f of Berestycki-Lions type. However they found a *positive* solution, for small values of the parameter $\lambda > 0$.

However beside the existence of positive solutions it is also interesting to find sign-changing solutions and indeed many authors began recently to address this issue. We cite the interesting paper [21] which deals with the case $f(u) = |u|^{p-1}u$ and $p \in (3, 5)$ and where the authors search for the *radial least energy sign-changing solution*, that is the radial sign-changing solution whose functional has minimal energy among all the others sign-changing solutions which are radial. Their idea is to study the energy functional on a new constraint, a subset of the Nehari manifold which contains all the sign-changing solutions.

Another interesting paper is [2] which deals with a more general nonlinearity, not necessarily of power type, where the authors assume that

- $\displaystyle\lim_{t\to\infty} \frac{F(t)}{t^4} = +\infty.$

In this sense [2] and [21] deal with a *supercubic* nonlinearity f.

The above condition is also required in [1], for the case of the bounded domain, and in [12], for the case of the whole space, where a least energy sign-changing solution is obtained.

In all these papers concerning sign-changing solutions, one of the main task is to prove that the new constraint on which minimize the functional is not empty. To show this, the fact that the nonlinearity is supercubic is strongly used.

Motivated by the previous discussion, a natural question which arises concerns the case when the nonlinearity is "cubic" at infinity. More specifically in this paper we address the problem (1) under the following conditions. Let $\lambda > 0$ and assume:

(f1) $f \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$;

(f2) $f(t) = -f(-t)$ for $t \in \mathbb{R}$;

(f3) $\lim_{t\to 0} f(t)/t = 0$;

(f4) $\lim_{t\to\infty} f(t)/t^3 = 1$ and $f(t)/t^3 < 1$ for all $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

(f5) the function $t \mapsto f(t)/t^3$ is strictly increasing on $(0, \infty)$;

(f6) recalling that $F(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau$,

$$\lim_{t\to\infty} [f(t)t - 4F(t)] = +\infty.$$

Assumption (f4) is what we called *asymptotically cubic* behaviour for the nonlinearity and (f6) is the analogous of the usual *non-quadraticity condition*.

Our main result is the following

Theorem 1. *For any $\lambda > 0$, under the conditions (f1)-(f6), problem (1) has a radial least energy sign-changing solution. Moreover it changes sign exactly once in $\mathbb{R}^3$.*

A function f satisfying our assumptions is

$$f(t) = \frac{t^5}{1+t^2}, \quad t \in \mathbb{R},$$

which has as primitive

$$F(t) = \frac{t^4}{4} - \frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}\ln(1+t^2).$$

Clearly this function does not satisfy the assumption

$$\lim_{t\to\infty} \frac{F(t)}{t^4} = +\infty$$

required in [2]. Moreover, the case $f(t) = |t|^{p-1}t, p \in (3, 5)$ studied in [21] does not satisfies (f4). So the present paper gives a new contribution in studying radial sign-changing solutions for the Schrödinger-Poisson problem in the asymptotically cubic nonlinearity and can be seen as a counterpart of the papers [3, 2, 21].

As we said before, we use variational methods: the solution will be found as the minimum of I, in the context of radial functions, on the constraint already introduced in [21].

Nevertheless, the main difficulty is to show that the constraint on which minimize the functional is nonempty under our assumptions on f; indeed all the techniques of the above cited papers concerning the supercubic case (see also [14] for the single equation) do not work and some new ideas have been necessary. However as a general strategy to attack the problem we follows the steps in [14].

Finally, we would like to quote the interesting paper [8] where the authors consider the asymptotically cubic (and also the super-cubic) case by assuming different conditions then ours. The authors prove the existence of a radial ground state sign-changing solution for any value of $\lambda > 0$. However their assumptions are different from ours and even the fact that the constraint where minimize is nonempty is proved in a very different way: indeed we prove this fact by making use of a suitable positive radial function u. For this reason, our work can be seen also as complementary to [8].

References

[1] Alves, C. O., & Souto, M. A. (2014). Existence of least energy nodal solution for a Schrödinger–Poisson system in bounded domains. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik, 65*(6), 1153-1166.

[2] Alves, C. O., Souto, M. A., & Soares, S. H. (2017). A sign-changing solution for the Schrdinger-Poisson equation in $\mathbb{R}^3$. *Rocky Mountain Journal of Mathematics, 47*(1), 1-25.

[3] Azzollini, A., d'Avenia, P., & Pomponio, A. (2010, March). On the Schrdinger–Maxwell equations under the effect of a general nonlinear term. In *Annales de l'Institut Henri Poincare (C) Non Linear Analysis* (Vol. 27, No. 2, pp. 779-791). Elsevier Masson.

[4] Bellazzini, J., & Siciliano, G. (2011). Scaling properties of functionals and existence of constrained minimizers. *Journal of Functional Analysis, 261*(9), 2486-2507.

[5] Benci, V., & Fortunato, D. (1998). An eigenvalue problem for the Schrödinger-Maxwell equations. *Topological Methods in Nonlinear Analysis, 11*(2), 283-293

[6] Castro, A., Cossio, J., & Neuberger, J. M. (1997). A sign-changing solution for a superlinear Dirichlet problem. *The Rocky Mountain journal of mathematics,* 1041-1053.

[7] Sissa, V. C. Z., & Rabinowitz, P. H. (1992). Homoclinic type solutions for a semilinear elliptic PDE on $\mathbb{R}^n$. *Communications on pure and applied mathematics, 45*(10), 1217-1269.

[8] Chen, S., & Tang, X. (2019). Radial ground state sign-changing solutions for a class of asymptotically cubic or super-cubic Schrödinger–Poisson type problems. *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas, 113*(2), 627-643.

[9] D'Aprile, T., & Mugnai, D. (2004, March). Solitary waves for nonlinear Klein-Gordon-maxwell and Schrödinger-maxwell equations. In *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh-A-Mathematics* (Vol. 134, No. 5, pp. 893-906). Edinburgh: The Society, 1974-.

[10] Zhang, J., & Squassina, M. (2016). Fractional Schrödinger–Poisson systems with a general subcritical or critical nonlinearity. *Advanced Nonlinear Studies, 16*(1), 15-30.

[11] Liu, S. (2010). On superlinear problems without the Ambrosetti and Rabinowitz condition. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 73*(3), 788-795.

[12] Liang, Z., Xu, J., & Zhu, X. (2016). Revisit to sign-changing solutions for the nonlinear Schrödinger–Poisson system in $\mathbb{R}^3$. *Journal of Mathematical Analysis and Applications, 435*(1), 783-799.

[13] Miranda, C. (1940). *Un'osservazione su un teorema di Brouwer.* Consiglio Nazionale delle Ricerche.

[14] Maia, L. A., Miyagaki, O. H., & Soares, S. H. (2015). A sign-changing solution for an asymptotically linear Schrödinger equation. *Edinburgh Mathematical Society. Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, 58*(3), 697.

[15] Murcia, E. G., & Siciliano, G. (2019). Least energy radial sign-changing solution for the Schrödinger–Poisson system in $\mathbb{R}^3$ under an asymptotically cubic nonlinearity. *Journal of Mathematical Analysis and Applications, 474*(1), 544-571.

[16] Murcia, E. G., & Siciliano, G. (2017). Positive semiclassical states for a fractional Schrödinger-Poisson system. *Differential and Integral Equations, 30*(3/4), 231-258.

[17] Pisani, L., & Siciliano, G. (2008). Note on a Schrödinger–Poisson system in a bounded domain. *Applied mathematics letters, 21*(5), 521-528.

[18] Ruiz, D. (2006). The Schrödinger–Poisson equation under the effect of a nonlinear local term. *Journal of Functional Analysis, 237*(2), 655-674.

[19] Ruiz, D., & Siciliano, G. (2008). A note on the Schrödinger-Poisson-Slater equation on bounded domains. *Advanced Nonlinear Studies, 8*(1), 179-190.

[20] Siciliano, G. (2010). Multiple positive solutions for a Schrödinger–Poisson–Slater system. *Journal of mathematical analysis and applications, 365*(1), 288-299.

[21] Wang, Z., & Zhou, H. S. (2015). Sign-changing solutions for the nonlinear Schrödinger–Poisson system in $\mathbb{R}^3$. *Calculus of Variations and Partial Differential Equations, 52*(3-4), 927-943.

[22] Willem, M. (1997). *Minimax theorems* (Vol. 24). Springer Science & Business Media.

Una Equivalencia al Teorema de los 4 Colores

Autores: Oscar D. López, Olga P. Salazar
Intitución Universitaria Tecnológico de Antioquia, Universidad Nacional de Colombia
E-mail: **odlopez@tdea.edu.co**, **opsalazard@unalmed.edu.co**

Resumen: Desde que fue planteado a mediados del siglo XIX, el Teorema de los cuatro colores ha sido enunciado de muchas maneras equivalentes. En este trabajo, analizamos en detalle una de ellas en un contexto vectorial y exploramos cómo el grupo F de R. Thompson podría proveer otra prueba del Teorema.

Palabras claves: Grafos, grupo de Thompson F.

Introducción

Esta tesis pretende mostrar una alternativa para enfrentar el problema de los 4 colores, que en el mundo de las matemáticas ha generado cierta discordia, dado que su prueba es asistida por un computador. En el capítulo dos, se hace una breve revisión sobre conceptos, definiciones y ejemplos de la Teoría de Grafos que serán utilizados a lo largo de la tesis. Nuestras definiciones fueron basadas en [1, 2, 3]. Se enuncia y demuestra la importante Fórmula de Euler para caracterizar grafos planares como gran recurso para este trabajo. Terminamos este capítulo abordando el tema de coloración de mapas y grafos, donde se demuestra que bastará 4-colorear ciertos grafos especiales para abarcar la 4-coloración de cualquier mapa.

Es bien conocido que la ley asociativa no se cumple en general cuando se opera con el producto vectorial o también llamado producto cruz de vectores. Se presenta primero, usando la técnica realizada por Louis Kauffman (ver [4, 5]), el Teorema de los 4 colores como una condición suficiente para mostrar que cualesquiera dos asociaciones L y R de n variables mediante el producto cruz de vectores, cumplen que $L = R$ conlleva soluciones, tomándolas en el conjunto $\{i, j, k\}$ del espacio 3-dimensional, siendo n un número natural arbitrario. Luego, recopilamos magníficos resultados obtenidos por Hassler Whitney en los años 30 y otros resultados que pueden ser encontrados en [6, 2, 7, 8] entre otros, para concluir que dicha condición.

Por último, exploramos el grupo F descubierto por Richard Thompson en 1965, (ver [9, 10]) y explicamos cómo el estudio de propiedades en este grupo podría conducir a una prueba del Teorema de los Cuatro Colores.

Referencias

[1] West, D. B. (2001). Introduction to Graph Theory , Prntice-Hall. *Englewood Cliffs, NJ*.

[2] Kainen, P. C., & Saaty, T. L. (1977). *The four-color problem: assaults and conquest*. New York: McGraw-Hill.

[3] Ore, O. (2011). *The four-color problem*. Academic Press.

[4] Kauffman, L. H. (1990). Map coloring and the vector cross product. *Journal of Combinatorial Theory, Series B, 48*(2), 145-154.

[5] Thomas, R. (1998). An update on the four-color theorem. *Notices of the AMS, 45*(7), 848-859.

[6] de Fraysseix, H., & de Mendez, P. O. (2004). Connectivity of planar graphs. In *Graph Algorithms And Applications 2* (pp. 509-521).

[7] Harary, F. (1969). Graph Theory. Addison Wesley Publishing Company. *Reading, MA, USA*.[Google Scholar].

[8] Kainen, P. C. (2001, September). Quantum interpretations of the four color theorem. In *Conf. Proc.*

[9] Geoghegan, R., & Guzmán, F. (2006). Associativity and Thompson's group. *Contemporary Mathematics, 394*, 113-136.

[10] Cannon, J. W., Floyd, W. J., & Parry, W. R. (1996). Introductory notes on Richard Thompson's groups. *Enseignement Mathématique, 42*, 215-256.

Códigos de Grupo: Chequeables, LCD y LCP

Autores: Javier de la Cruz, Wolfgang Willems, Martino Borello
Universidad del Norte
E-mail: **jdelacruz@uninorte.edu.co**

Resumen: Nosotros clasificamos, en terminos de la estructura del grupo finito G, todas las algebras de grupo KG para las cuales todos los ideales derechos son aniquiladores derechos de idelaes principales izquierdos. Esto significa en el lenguaje de la teoría de códigos que nosotros clasificamos code-checkable group algebras KG las cuales han sido consideradas por ahora solo para grupos abelianos G [1]. Además, investigamos y caracterizamos ideales en el algebra de grupo KG que tienen un dual complementario, es decir ideales C en KG los cuales satisfacen $KG = C \oplus C^{\perp}$. En el caso especial en el que G es un grupo ciclico, establecemos como una facil consecuencia un resultado probado por Yang y Massey [3]. Finalmente, definimos y estudiamos códigos LCP en el ambiente de códigos de grupo [2].

Referencias

[1] Borello, M., de la Cruz, J., & Willems, W. (2019). On checkable codes in group algebras. *arXiv preprint arXiv:1901.10979*.

[2] Borello, M., de la Cruz, J., & Willems, W. (2020). A note on linear complementary pairs of group codes. *Discrete Mathematics, 343*(8), 111905.

[3] de la Cruz, J., & Willems, W. (2018). On group codes with complementary duals. *Designs, Codes and Cryptography, 86*(9), 2065-2073.

[4] Willems, W. (2002). A note on self-dual group codes. *IEEE Transactions on Information Theory, 48*(12), 3107-3109.

[5] Yang, X., & Massey, J. L. (1994). The condition for a cyclic code to have a complementary dual. *Discrete Mathematics, 126*(1-3), 391-393.

Existence of Solutions for Schrödinger Equations with a Point Interaction

Author: Héctor José Cabarcas Urriola
Universidad de Cartagena
E-mail: **hcabarcasu@unicartagena.edu.co**

Abstract: We study the existence, uniqueness and regularity of solutions for the initial value problem for the time dependent Schrödinger equation with a point interaction,

$$\begin{cases} \partial_t u = i\left(\Delta_Z + V(x,t)u\right), & x \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R} \\ u(x,s) = u_0, \end{cases} \tag{3}$$

Keywords: Schrodinger equations, point interaction, delta-interaction.

Introduction

We study the existence, uniqueness and regularity of solutions for the initial value problem for the time dependent Schrödinger equation with a point interaction,

$$\begin{cases} \partial_t u = i\left(\Delta_Z + V(x,t)u\right), & x \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R} \\ u(x,s) = u_0, \end{cases} \tag{4}$$

where $V = V(x,t)$ is real value function and $-\Delta_Z$ is the operator formally written

$$-\Delta_Z = -\frac{d^2}{dx^2} + Z\delta_0,$$

with δ_0 being the Dirac's delta centered at zero and Z is a real number. We give sufficient conditions on $V(x,t)$ such that equation (4) uniquely generates a strongly continuous unitary propagator $U(t,s)$ on the space $D(-\Delta_Z)$, which is the domain for operator $-\Delta_Z$ and such that $U(t,s)u_0 \in C(I, D(-\Delta_Z)) \cap C^1(I, L^2(\mathbb{R}))$ for every $u_0 \in D(-\Delta_Z)$.

The ideas used by Yajima in [8] were our motivation. The first, we show that the operator

$$Q_Z u(t) = \int_0^t \exp(i\Delta_Z(t-s))V(x,s)u(s)\,ds \tag{5}$$

is a contraction on the Banach space $\mathfrak{X}(a,l) = C([-a,a]; L^2(\mathbb{R})) \cap L^{l,\theta}([-a,a])$, for certain parameters a, l e $\theta \in \mathbb{R}$. The condition on potential V is given by $V \in \mathfrak{M} = L^{p,\alpha}([-a,a]) + L^{\infty,\beta}([-a,a])$. Then, we obtain existence and uniqueness of solution of the problem (4) in $L^2(\mathbb{R})$. If the potential V and the initial condition u_0 are more regular, then the solution u corresponding in $L^2(\mathbb{R})$, has the same regularity of inicial data u_0. The second, we show that L^2-norm of solution u is a conserved quantity.

References

[1] Adami, R., & Noja, D. (2009). Existence of dynamics for a 1D NLS equation perturbed with a generalized point defect. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, *42*(49), 495302.

[2] Herrmann, M. (1989). Albeverio, S.; Gesztesy, F.; Høegh-Krohn, R.; Holden, H., Solvable Models in Quantum Mechanics. Berlin etc., Springer-Verlag 1988. XIV, 452 pp., 51 figs., DM 158,-. ISBN 3-540-17841-4 (Texts and Monographs in Physics). *ZaMM*, *69*(12), 471-471.

[3] Pava, J. A., & Ferreira, L. C. (2014). On the Schrödinger equation with singular potentials. Differential and Integral Equations, 27(7/8), 767-800.

[4] Berezin, F. A., & Faddeev, L. D. (1961). Remark on the Schrödinger equation with singular potential. In *Doklady Akademii Nauk* (Vol. 137, No. 5, pp. 1011-1014). Russian Academy of Sciences.

[5] Cazanave, T. (2003). Semilinear Schrödinger Equations (Courant Lecture Notes). AMS.

[6] Datchev, K., & Holmer, J. (2009). Fast soliton scattering by attractive delta impurities. *Communications in Partial Differential Equations*, *34*(9), 1074-1113.

[7] Holmer, J., Marzuola, J., & Zworski, M. (2007). Fast soliton scattering by delta impurities. *Communications in mathematical physics*, *274*(1), 187-216.

[8] Yajima, K. (1987). Existence of solutions for Schrödinger evolution equations. *Communications in Mathematical Physics*, *110*(3), 415-426.

Reflexiones Sobre Estructuras Topológicas y Algebráico Topológicas

Autor: Julio César Hernández Arzusa
Universidad de Cartagena
E-mail: **jhernandeza2@unicartagena.edu.co**

Resumen: En esta charla construiremos algunas reflexiones de espacios topológicos y veremos cuando estas respetan productos y subespacios. Además veremos algunas aplicaciones de ellas.

Palabras claves: Reflexión, operación separadamente continua.

Introducción

Si $\mathcal{C}$ es una clase reflexiva de la categoría de los espacios topológicos (TOP), la pregunta de cuando una operación continua o separadamente continua de un espacio $X \in TOP$, se hereda a su respectiva reflexión $\mathcal{C}(X)$, ha sido abordada por muchos autores en casos particulares. Por ejemplo, la compactación de Stone-$\breve{C}$ech en [7], la completación de Raykov en [1] y los funtores provenientes de axiomas de separación en [6], [4], [5].

Además, una de las preocupaciones es la productividad de los funtores asociados a $\mathcal{C}$ como se expresa en [2]. En [6], [4], [5], se estudia la productividad de algunos funtores provenientes de axiomas de separación, en la categoría de grupos semitopológicos y paratopológicos.

En esta charla mostramos resultados similares en contextos más generales, además mostramos situaciones de cuando algunas reflexiones respetan productos y subespacios. Finalmente, usamos las reflexiones en monoides topológicos cancelativos para dar condiciones bajo las cuales un monoide topológico tiene celularidad contable.

Referencias

[1] Arhangel'skii, A. V., & Tkachenko, M. G. (2008). Topological Groups and Related Structures, Atlantis Stud.

[2] Husek, M., & de Vries, J. (1987). Preservation of products by functors close to reflectors. *Topology and its Applications, 27*(2), 171-189.

[3] Hernández Arzusa, J. C., Hernández Muñoz, S., Hernández García, C., & Pérez González, H. D. (2017). *Reflexiones sobre estructuras topológicas y algebraicas topológicas* (Doctoral dissertation, Universidad de Cartagena).

[4] Tkachenko, M. (2015). Applications of the reflection functors in paratopological groups. *Topology and its Applications*, *192*, 176-187.

[5] Tkachenko, M. (2015). Axioms of separation in paratopological groups and reflection functors. *Topology and its Applications, 179*, 200-214.

[6] Tkachenko, M. (2014). Axioms of separation in semitopological groups and related functors. *Topology and its Applications*, *161*, 364-376.

[7] Reznichenko, E. A., & Uspenskij, V. V. (1998). Pseudocompact Mal'tsev spaces. *Topology and its Applications*, *86*(1), 83-104.

Solución de la Ecuación Diferencial Parcial Korteweg-deVries

Autores: Ruben Darío Ortiz Ortiz, Ana Magnolia Marin Ramirez
Universidad de Cartagena
E-mail: **rortizo@unicartagena.edu.co**

Resumen: En un principio no toda ecuación diferencial se puede resolver de manera exacta, en esta charla vamos a mostrar un método para encontrar la solución exacta de la ecuación diferencial parcial Korteweg-deVries. Para esto se utiliza una solución como onda viajera y se utiliza la propiedad de los solitones, después de esto se encuentra una ecuación diferencial ordinaria e integrando se obtienen dos constantes que con las propiedades de soliton de la solución se anulan, luego se resuelve la ecuación que queda y se obtiene la solución en forma de soliton

Palabras claves: Soluciones, Solitones.

Introducción

En esta comunicación se muestra un método bien conocido para resolver la ecuación de Korteweg-deVries [1]. Más específicamente se encuentra una solución en forma de onda viajera que se propaga de forma estable en un medio no lineal, es decir se busca un soliton [2]. Para esto debemos llevar la ecuación dife- rencial parcial a una ecuación diferencial ordinaria de tercer orden, integrando una ecuación diferencial de segundo orden, multiplicando por la derivada de la solución e integrando obtenemos una ecuación diferencial de primer orden de grado dos, en el proceso hemos obtenido dos contantes, como buscamos solucio- nes solitarias, es decir, que lejos de donde se amontona el agua no haya elevación del agua, es decir la solución y sus primera y segunda derivada tiendan a cero cuando su variable de definición tienda a infinito o menos infinito. Luego las dos constantes deben ser nulas. Así que tenemos una ecuación diferencial ordinaria homogénea de orden uno y grado dos cuya solución es el cuadrado de secante hiperbólica que decrece exponencialmente a cero cuando su variable de definición tiende a infinito o menos infinito. Esta solución es el soliton cuando se vuelve a las variables originales. Este soliton viaja a la derecha a una velocidad c y amplitud la mitad de c. Para cada valor de c hay un soliton. Si c aumenta el soliton es alto y delgado y con bastante velocidad y lo contrario si c disminuye. Esto deberá ser visto en un programa de mathematica.

Referencias

[1] Strauss, W. A. (2007). *Partial differential equations: An introduction*. John Wiley & Sons.

[2] Russell, J. S. (1844). Report on waves, Fourteenth meeting of the British Association for the Advancement of Science.

Grafos de Línea con Energía Máxima

Autores: E. Lenes, E. Andrade, E. Mallea
M. Robbiano, J.Rodríguez
Universidad del Sinú, Cartagena, Colombia, Universidad de Aveiro, Aveiro, Portugal, Universidad de Tarapacá, Arica, Chile, Universidad Católica del Norte, Antofagasta, Chile, Universidad de Antofagasta, Antofagasta, Chile
E-mail: **elenes@unisinu.edu.co, enide@ua.pt, emallea@uta.cl, mrobbiano@ucn.cl, jonnathan.rodriguez@uantof.cl**

Resumen: El grafo de líneas $L(G)$ de un grafo G, es el grafo cuyo conjunto de vértices está en correspondecia uno a uno con el conjunto de lados de G donde dos vértices son adyacentes si sus correspondientes lados en G tienen un vértice común. La energía $E(G)$ es la suma de los valores absolutos de los autovalores de G. La conectividad de vértice $\kappa(G)$ es referida como el mínimo número de vértices cuya eliminación desconecta G. Derivamos una cota superior para la energía del grafo de líneas de grafos G sobre n vértices con conectividad de vértice menor o igual a k. Además, una familia de grafos hiperenergéticos es obtenida.

Palabras claves: Grafo de líneas, Matriz de adyacencia, Energía de grafo, Conectividad de vértices, Conectividad de lados, Grafos hiperenergéticos.

Introducción

Sea G un grafo simple no dirigido con conjunto de vértices $V(G) = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ y conjunto de lados $E(G) = \{e_1, e_2, ..., e_m\}$. Un grafo G es bipartito si existe una partición de $V(G)$ en conjuntos disjuntos no vacíos V_1 y V_2 tal que los vértices finales de cada lado en G están en conjuntos distintos V_1, V_2. En este caso V_1, V_2 son referidos como una bipartición de G. Un grafo G es un grafo bipartito completo si G es bipartito con bipartición V_1 y V_2 donde cada vértice en V_1 está conectado a todos los vértices en V_2. Si G es un grafo completo bipartito, $|V_1| = p$ y $|V_2| = q$ el grafo G es escrito $K_{p,q}$. La matriz Laplaciana de G es la matriz de orden $n \times n$, $L(G) = D(G) - A(G)$ donde $A(G)$ es la matriz de adyacencia of G y $D(G)$ es la matriz diagonal de grados de vértices en G. La matriz $L(G)$ es un matriz semidefinida positiva y que $(0, e)$ es un autopar de $L(G)$ donde e es el vector de sólo unos en las entradas. La matriz $Q(G) = A(G) + D(G)$ es llamada la matriz Laplaciana sin signo de G. Los autovalores de $A(G)$, $L(G)$ y $Q(G)$ son llamados los autovalores, autovalores Laplacianos y autovalores Laplacianos sin signo de G, respectivamente. Las matrices $Q(G)$ y $L(G)$ son semidefinidas positivas. Los espectros de $L(G)$ y $Q(G)$ coinciden si y sólo si G es un grafo bipartito.

Referencias

[1] Rojo, O., & Lenes, E. (2013). A sharp upper bound on the incidence energy of graphs in terms of connectivity. *Linear Algebra and its Applications, 438*(3), 1485-1493.

[2] Lenes, E., Mallea-Zepeda, E., Robbiano, M., & Rodríguez, J. (2018). On line graphs with maximum energy. *Linear Algebra and its Applications*, *545*, 15-31.

[3] Abreu, N., Cardoso, D. M., Gutman, I., & Martins, E. A. (2011). Bounds for the signless Laplacian energy. *Linear algebra and its applications*, *435*(10), 2365-2374.

[4] Bondy, J. A., & Murty, U. S. R. (1976). *Graph theory with applications* (Vol. 290). London: Macmillan.

[5] Brouwer, A. E., & Haemers, W. H. (2011). *Spectra of graphs*. Springer Science & Business Media.

Conjuntos Dominadores Perfectos de la Forma $P_k \cup P_s$, con $k \neq s$, en el Reticulado Λ_n

Autor: Luis R. Fuentes C.
Universidad de Sinú - Seccional Cartagena
E-mail: **luis.fuentes@unisinu.edu.co**

Resumen: Los conjuntos distancia dominadores perfectos presentan aplicaciones en las redes de interconexión, redes de transporte, ciencias biológicas y muy recientemente en la teoría de códigos. Se mostrara la existencia o no existencia de conjuntos distancia dominadores perfectos en el grafo Λ_n cuyas componentes conexas son unión de caminos de diferentes longitudes.

Palabras claves: Grafos, conjuntos distancia dominadores perfectos, caminos.

Introducción

En un grafo simple $\Gamma(V, E)$. Un conjunto $S \subseteq V$ con $[S]$ el subgrafo de Γ inducido por S y $t \in \mathbb{N}$, se dice es un conjunto t-distancia dominador perfecto en Γ (denotado t-PDDS en Γ) [2] si para cada $v \in V$:

1. Existe una única componente C_v del grafo $[S]$ tal que $d(v, C_v) \leq t$.

2. Existe un único vértice $w \in C_v$ tal que $d(v, w) = d(v, C_v)$

Si $t = 1$, se tiene la definición usual de conjunto dominador perfecto (PDS) bastante trabajada en las referencias [5].

En esta ocasión comenzaremos mostrando la existencia de un 2-PDDS en Λ_3 formado por caminos P_2 proporcionando todos los homomorfismos posibles de $\mathbb{Z}^3 \to G$ con $|G| = 28$ cuya restricción a los vértices de V sea una biyección, de igual manera se mostrara la no existencia de un 3-PDDS en Λ_3 formado por caminos P_2 probando que no hay homomorfismos de $\mathbb{Z}^3 \to G$ con $|G| = 51$ cuya restricción a los vértices de V sea una biyección; Terminando con la conjetura sobre la no existencia de t-PDDS en Λ_n formado por caminos P_2.

También se estudiara la existencia de t-PDDS's en Λ_n formados por la unión de caminos de la forma $P_k \cup P_s$ con $k \neq s$, se mostraran algunos ejemplos de estos en Λ_2 y Λ_3.

Referencias

[1] Bondy, J. A., & Murty, U. S. R. (2008). Graph Theory, volume 244 of. *Graduate texts in Mathematics*, 81.

[2] Araujo, C., & Dejter, I. (2014). Lattice-like total perfect codes. *Discussiones Mathematicae Graph Theory, 34*(1), 57-74.

[3] Araújo, C., Dejter, I., & Horak, P. (2014). A generalization of Lee codes. *Designs, codes and cryptography, 70*(1-2), 77-90.

[4] Fuentes Castilla, L. R., & Dejter, I. J. C. (2015). Perfect Domination and Cube-Sphere Tilings of Zn.

[5] Haynes, T. W., Hedetniemi, S., & Slater, P. (1998). *Fundamentals of domination in graphs*. CRC press.

Topología de Datos sobre Series de Tiempo

Autor: Andy Rafael Domínguez M.
Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias
E-mail: **adominguez@utb.edu.co**

Resumen: El Análisis Topológico de Datos (ADT) es una técnica de recién desarrollo que combina elementos de la topología algebraica, métodos estadísticos y algoritmos computacionales. La ADT ha emergido como una de las aproximaciones promisorias para extraer rasgos no triviales en conjuntos de datos complejos de grandes dimensiones. En esta charla se muestra una aproximación del análisis topológico de datos sobre series de tiempo complejas. Se presentan unos primeros resultados de una investigación en curso que aplica este enfoque para datos reales, como ejemplo en datos de series contaminantes de material particulado y en datos de series financieras de criptomonedas. Se cuantifica la homología persistente(grupos de homologá 1-dimensional)sobre las series, y a partir de la misma, se derivan algunos descriptores topológicos que logran extraer rasgos no triviales de las series analizadas. Se discute estos resultados a la luz de las potenciales aplicaciones e implicaciones de esta nueva aproximación en relación con ciertos algoritmos de aprendizaje de máquinas usados en inteligencia artificial.

Palabras claves: Topological Data Analysis, Time series

Diferenciabilidad de Multifunciones

Autor: John B. Moreno, Mario Ordóñez
Universidad Tecnológica de Bolívar, Universidad del Atlántico
E-mail: **jbmorenobarrios@gamil.com**

Resumen: En el presente proyecto se usará una reciente propuesta de generalización de la diferencia de Hukuhara para conjuntos convexos y compactos.

$$A \ominus_g B = C \Leftrightarrow \begin{cases} A = B + C \\ \\ \text{ó} \\ \\ B = A + (-1)C \end{cases}$$

Demostrando inicialmente que es una operación binaria en el conjunto de bolas cerradas en $\mathbb{R}^n$, para luego introducir y estudiar la diferenciación generalizada de Hukuhara en funciones con dominio un intervalo real y rango el conjunto de bolas cerradas en $\mathbb{R}^n$, también se considerará otras posibles definiciones para la derivada de este tipo de funciones y su conección con la derivada generalizada de Hukuhara y por último se propondrá la integración definida de estas multifunciones enmarcadas en la diferenciaión generalizada de Hukuhara.

Palabras claves: Multifunciones, Diferencia de Hukuhara, Derivada de Hukuhara.

Introducción

Las multifunciones en la actualidad tienen variadas e interesantes aplicaciones en distintas áreas del conocimiento, como por ejemplo, en los problemas de control y teoría de ecuaciones contingentes, en ramas del análisis relacionadas con el estudio de subdiferencias de funciones convexas, en la economía matemática y como un intento de manejar la incertidumbre (no estadística, ni probabilística) de los intervalos que aparecen en muchos modelos matemáticos o informáticos de algunos fenómenos deterministas del mundo real. Es por esto, que el desarrollo del análisis de multifunciones ha tomado relevancia a nivel global.

En el análisis real clásico, tal vez uno de los conceptos más importantes es el de la derivada de una función de valor real, dado que tiene aplicaciones concretas, entre las que se encuentra la descripción de cambios de magnitudes y propiedades físicas relacionadas con el movimiento, es interesante notar que el análisis de multifunciones se empieza a tener en cuenta al intentar describir mediante una función el movimiento de los electrones dentro de los átomos para el cual el análisis real clásico no ha sido suficiente. La primera monografía que trata el análisis de multifunciones de intervalos es el célebre libro de Moore [2], desde entonces se discuten en varias monografías y trabajos de investigación [3, 11]. La derivada de Hukuhara de una multifución fue introducida por primera vez por Hukuhara en [16] y fue el punto de partida para el tema de Ecuaciones Diferenciales de Conjuntos y más tarde también para Ecuaciones Diferenciales Difusas. Recientemente, varias obras como, por ejemplo, [19, 22], han vuelto la atención del análisis no lineal mediante ecuaciones diferenciales de conjuntos. Además, una generalización y desarrollo muy importante relacionado con el tema del presente trabajo se encuentra en el campo de los conjuntos difusos, es decir, cálculo difuso y ecuaciones diferenciales difusas [26, 29], como también en el desarrollo de sistemas dinámicos métricos.

El concepto de diferenciabilidad de Hukuhara tiene un importante inconveniente, que es el comportamiento paradójico de las soluciones de una ecuación diferencial difusa, es decir, ïrreversibilidad bajo incertidumbre". Esto viene del hecho que en una ecuación diferencial puede tener sólo soluciones con longitud creciente de su soporte, y por esta razón la incertidumbre va aumentando con el tiempo. Sin embargo, las ecuaciones diferenciales de multifunciones son una forma natural de modelar la incertidumbre epistémica de un sistema dinámico, todavía esto no está bien desarrollado debido al inconveniente mencionado anteriormente del concepto de Hukuhara.

En el presente trabajo se usará una reciente propuesta de generalización de la diferencia de Hukuhara para conjuntos convexos y compactos. Demostrando inicialmente que es una operación binaria en el conjunto de bolas cerradas con radio finito en $\mathbb{R}^n$, para luego introducir y estudiar la diferenciación generalizada de Hukuhara en funciones con dominio en los reales y rango el conjunto de las bolas cerradas en $\mathbb{R}^n$ con radio finito, también se considerará otras posibles definiciones para la derivada de este tipo de funciones y su conexión con la derivada generalizada de Hukuhara.

Referencias

[1] Stefanini, L., & Bede, B. (2009). Generalized Hukuhara differentiability of interval-valued functions and interval differential equations. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 71*(3-4), 1311-1328.

[2] Moore, R. E. (1966). *Interval analysis* (Vol. 4). Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

[3] Neumaier, A., & Neumaier, A. (1990). *Interval methods for systems of equations* (Vol. 37). Cambridge university press.

[4] Nedialkov, N. S., Jackson, K. R., & Pryce, J. D. (2001). An effective high-order interval method for validating existence and uniqueness of the solution of an IVP for an ODE. *Reliable Computing, 7*(6), 449-465.

[5] Makino, K., & Berz, M. (1999). Efficient control of the dependency problem based on Taylor model methods. *Reliable Computing*, *5*(1), 3-12.

[6] Neumaier, A. (1989). Rigorous sensitivity analysis for parameter-dependent systems of equations. *Journal of Mathematical Analysis and Applications, 144*(1), 16-25.

[7] Alefeld, G., & Mayer, G. (2000). Interval analysis: theory and applications. *Journal of computational and applied mathematics*, *121*(1-2), 421-464.

[8] Moens, D., & Vandepitte, D. (2005). A survey of non-probabilistic uncertainty treatment in finite element analysis. *Computer methods in applied mechanics and engineering, 194*(12-16), 1527-1555.

[9] Skalna, I., Rao, M. R., & Pownuk, A. (2008). Systems of fuzzy equations in structural mechanics. *Journal of computational and Applied Mathematics*, 218(1), 149-156.

[10] Aubin, J. P., & Cellina, A. (2012). *Differential inclusions: set-valued maps and viability theory* (Vol. 264). Springer Science & Business Media.

[11] Deimling, K. (2011). *Multivalued differential equations* (Vol. 1). Walter de Gruyter.

[12] Feckan, M. I. C. H. A. L. (1997). Chaos in ordinary differential equations with multivalued perturbations: applications to dry friction problems. *Nonlinear Analysis, 30*(3), 1355-1364.

[13] Kunze, M. (2000). *Non-smooth dynamical systems* (Vol. 1744). Springer Science & Business Media.

[14] Sextro, W., & Poli, C. (2003). Dynamical Contact Problems with Friction: Models, Methods, Experiments and Applications. Lecture Notes in Applied Mechanics, Vol 3. *Appl. Mech. Rev., 56*(1), B2-B3.

[15] Abbasbandy, S., Nieto, J. J., & Alavi, M. (2005). Tuning of reachable set in one dimensional fuzzy differential inclusions. *Chaos, Solitons & Fractals, 26*(5), 1337-1341.

[16] Hukuhara, M. (1967). Integration des applications mesurables dont la valeur est un compact convexe. *Funkcialaj Ekvacioj, 10*(3), 205-223.

[17] Bhaskar, T. G., & Lakshmikantham, V. (2003). Set differential equations and flow invariance. *Applicable Analysis, 82*(4), 357-368.

[18] Lakshmikantham, V., & Tolstonogov, A. A. (2003). Existence and interrelation between set and fuzzy differential equations. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 55*(3), 255-268.

[19] De Blasi, F. S., Lakshmikantham, V., & Bhaskar, T. G. (2007). An existence theorem for set differential inclusions in a semilinear metric space. *Control and Cybernetics, 36*, 571-582.

[20] Lakshmikantham, V., & Mohapatra, R. N. (2004). *Theory of fuzzy differential equations and inclusions*. CRC press.

[21] AGARWAL, R. P., & O'REGAN, D. O. N. A. L. (2007). VIA MULTIVALUED OPERATOR EQUATIONS. *Differential equations and applications, 5*, 1.

[22] De Blasi, F. S. (2006). Semifixed sets of maps in hyperspaces with application to set differential equations. *Set-Valued Analysis, 14*(3), 263.

[23] Kloeden, P. E., Sadovsky, B. N., & Vasilyeva, I. E. (2002). Quasi-flows and equations with nonlinear differentials. *Nonlinear analysis, 51*(7), 1143-1158.

[24] Laksmikantham, V., Leela, S., & Vatsala, A. S. (2003). Interconnection between set and fuzzy differential equations. Nonlinear Analysis: *Theory, Methods & Applications, 54*(2), 351-360.

[25] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control, 8*(3), 338-353.

[26] Puri, M. L., & Ralescu, D. A. (1983). *Differentials of fuzzy functions. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 91*(2), 552-558.

[27] Kaleva, O. (1987). Fuzzy differential equations. *Fuzzy sets and systems, 24*(3), 301-317.

[28] Seikkala, S. (1987). On the fuzzy initial value problem. *Fuzzy sets and systems, 24*(3), 319-330.

[29] Diamond, P. (2000). Stability and periodicity in fuzzy differential equations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 8*(5), 583-590.

[30] Hüllermeier, E. (1997). An approach to modelling and simulation of uncertain dynamical systems. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 5*(02), 117-137.

[31] Distancia de Hausdorff y T^a de selección de Blaschke. Recuperado de url: https://www.ugr.es/~jperez/docencia/GeomConvexos/cap2.pdf.

Uso de la Variable Compleja Orientada a la Solución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias por Medio de la Integral de Bromwich

Autor: Joanmartin Suarez Loaiza
Universidad Tecnólogica de Bolívar
E-mail: **joanmartinsuarezloaiza@gmail.com**

Resumen: Se es bien conocido que en la aplicación de las ecuaciones diferenciales, ya sean estas ordinarias o parciales, se es constante encontrarse con ecuaciones de complejos pasos para hallarse una solución, para lo cual se han diseñado Software, mas sin embargo la manera manual de hacerlo se ejecuta más comúnmente llevando a cabo la aplicación de las transformadas integrales, en este caso tratándose de la transformada de Laplace, sin embargo en el cálculo de la inversa de esta se restringe a tener en cuenta formas determinadas. En esta ponencia se busca presentar el concepto general de la transformada inversa de Laplace, brindar una introducción a conceptos de análisis complejo, el cual es la base de la integral de Bromwich, y exponer la forma de aplicación, los conceptos en los que se basa para su funcionamiento.

Palabras claves: Transformada inversa de Laplace, Análisis Complejo, Integral de Bromwich.

Introducción

En la teoría de Variable compleja se encuentran generalizaciones a conceptos de la variable real entre los cuales cabe resaltar las raíces de los polinomios, el comportamiento de las funciones en sus singularidades, la generalización de funciones trascendentes, los teoremas que se utilizan muy a menudo para demostrar conjeturas en la variable real, entre otros. Los teoremas principales son el Teorema de Moivre, el Teorema de Cauchy y Teorema de los residuos, los cuales son la base para el cálculo de integral de Bromwich.

La integral de Bromwich es la definición formal de la transformada inversa de Laplace, en la cual se tienen en cuenta principalmente conceptos de Variable compleja para llevarse a cabo su cálculo.

$$\mathcal{L}^{-1}\{\hat{f}(s)\} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{st}\hat{f}(s)ds \tag{6}$$

Dicha fórmula (6) consiste en una integral de variable compleja, que tiene definido un contorno, contorno de Bromwich, que puede modificarse dependiendo de las singularidades que presente la función. La integración se realiza a lo largo de un segmento $s = \gamma$

del plano complejo donde $s = x + iy$. El número real γ se escoge en tal forma que $s = \gamma$ quede al lado derecho de todas las singularidades (polos, puntos de ramificación o singularidades esenciales); aparte de esta condición γ es arbitraria. Seguido a esto se tienen en cuenta los conceptos dados por los teoremas para encontrar, a través de una análisis riguroso, la respectiva inversa de la transformada. Estos consisten en el cálculo de los residuos de la función en sus respectivas singularidades, debe tenerse en cuenta el hecho de que al expandirse las funciones en sus series de Taylor se evidencia con mayor claridad que tipo de singularidad se presenta. Para el cálculo se divide por secciones el contorno establecido, estudiando cada partición individualmente, estableciendo, por lo tanto, un intervalo de evaluación distinto para cada tramo. Concluidos dichos procesos se procede a concretar con la suma de los residuos hallados y así encontrar la transformada inversa de la función. Para el caso donde sólo tiene singularidades aisladas en puntos s_k, se tiene entonces:

$$\mathcal{L}^{-1}\{\hat{f}(s)\} = \sum_{k=1}^{n} \mathrm{Res}(e^{st}\hat{f}(s), s_k)$$

Referencias

[1] Acevedo Frías, B. (2006). Variable compleja. *Facultad de Ciencias Exactas y Naturales*.

[2] Castillo, C. I. FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA. Recuperado de url: https://www.uv.es/ivorra/Libros/VC.pdf

[3] Salcedo, L., Métodos Matemáticos I. Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Universidad de Granada, E-18071 Granada, Spain. Recuperado de https://www.ugr.es/~salcedo/public/vc/curso.pdf.

[4] Spiegel, M. R., & Arias Paz, J. D. (1991). *Transformadas de Laplace*.

Numbers with Inverted Squares

Author: Fabián Arias Amaya
Universidad Tecnológica de Bolívar
E-mail: **farias@utb.edu.co**

Abstract: Some natural numbers have interesting properties. For instance, the number 28 is the sum of its divisor lower than itself, that is, $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$. The same occurs with the number 6. Another example is the pair $(220, 284)$ which has the property that each of them is the sum of the proper divisors of another. In this article, we introduce another pair of number with special characteristics. An example of these numbers is the pair $(12, 21)$ which satisfies the following:

$$12^2 = 144, \quad 21^2 = 441 \text{ and } (1+2)^2 = 1+4+4.$$

The pair $(13, 31)$ has the same properties. We want to determine the set of all numbers $a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0$ with the following properties

1. $(a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0)^2 = b_m b_{m-1} \cdots b_1 b_0$
2. $(a_0 a_1 \cdots a_{n-1} a_n)^2 = b_m b_{m-1} \cdots b_1 b_0$
3. $(a_0 + a_1 \cdots a_{n-1} + a_n)^2 = b_0 + b_1 + \cdots + b_{m-1} + b_m$

In this talk we make a brief introduction to this family of natural numbers, and we present some results related with it.

Equivalence of Categories of Simple Lie Algebras in Characteristic $p > 0$.

Author: Carlos R. Payares Guevara
Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias
E-mail: **cpayares@utb.edu.co**

Abstract: In this work we showed that the categories of simple Lie algebras and simple restrited Lie algebras over a field of characteristic $p > 0$ are equivalente. Thus, the classification of the simple Lie algebras is equivalent to classification of simple restricted Lie algebras over a field of characteristic $p > 0$.

Keywords: resticted Lie algebras, simple Lie algebra, restricted Simple Lie algebras, Simple restricted Lie algebras, Equivalence of categories.

References

[1] Jacobson, N. (1962). Lie algebras Interscience. *New York-London, 1*.

[2] Strade, H., & Farnsteiner, R. (1988). Modular Lie algebras and their representations. Vol. 116. *Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics. Marcel Dekker, Inc., New York.*

[3] Strade, H. (2004). *Simple Lie algebras over fields of positive characteristic: Structure theory (Vol. 1)*. Walter de Gruyter.

Dimensión Métrica Media para Sistemas Dinámicos

Autores: Jeovanny Muentes Acevedo, Fagner Bernardini
Universidad Tecnológica de Bolívar, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
E-mail: **jmuentes@utb.edu.co**

Resumen: En 1965, R. L. Adler, A. G. Konheim y M. H. McAndrew introdujeron la entropía topológica de una función continua $f : X \to X$, definida en un espacio topológico compacto X (ver [4]), la cual es un número real no negativo (podría ser infinito) que mide qué tan caotica es la función. La entropia topológica de una función continua es una herramienta muy útil que nos ayuda a decidir, en ciertos casos, cuándo dos transformaciones continuas son topológicamente conjugados o no. Más especificamente, si dos sistemas dinámicos son topológicamente conjugados, ellos tienen la misma entropía topológica. El reciproco no es siempre cierto, esto es, si dos sistemas dinámicos poseen la misma entropía topológica, no necesariamente ellos son topológicamente conjugados. Más adelante, en 1971, R. Bowen extendió la noción de entropía topológica para espacios métricos no necesariamente compactos. Todos los resultados anteriores pueden ser encontrados en [4].

El concepto de metric mean dimension para una función continua definido en un espacio métrico compacto, fue introducido por Elon Lindenstrauss y Benjamin Weiss en el 2000 (ver [2, 3]). Esta nos ayuda a clasificar sistemas dinámicos con entropía topológica infinita, los cuales forman un conjunto residual en el conjunto de funciones continuas en una variedad diferenciable (ver [5]).

En esta charla presentaremos la construcción de la entropía topológica (presentada por Bowen) y de la metric mean dimension de funciones continuas. Además de eso, mostraremos las propiedades principales y algunos resultados recientes sobre la metric mean dimension (ver [1]).

Palabras claves: dimensión métrica media, entropía topológica, conjugación topológica, dimensión media.

Referencias

[1] Rodrigues, F. B., & Acevedo, J. D. J. M. (2019). Mean dimension and metric mean dimension for non-autonomous dynamical systems. *arXiv preprint arXiv:1905.05367*.

[2] Lindenstrauss, E. (1999). Mean dimension, small entropy factors and an embedding theorem. *Publications Mathématiques de l'Institut des Hautes Études Scientifiques, 89*(1), 227-262.

[3] Lindenstrauss, E., & Weiss, B. (2000). Mean topological dimension. *Israel Journal of Mathematics, 115*(1), 1-24.

[4] Walters, P. (2000). *An introduction to ergodic theory* (Vol. 79). Springer Science & Business Media.

[5] Yano, K. (1980). A remark on the topological entropy of homeomorphisms. *Inventiones mathematicae, 59*(3), 215-220.

Minicursos

Introducción a los Métodos Topológicos en Combinatoria

Autor: Jerson Borja
Universidad de Córdoba
E-mail: **jersonborjas@correo.unicordoba.edu.co**

Resumen: En este minicurso haremos un breve recorrido por algunos problemas clásicos de la combinatoria geométrica, y de cómo los teoremas y herramientas de la topología algebraica se han usado para resolver de manera parcial o total, tales problemas combinatorios.

Palabras claves: Combinatoria geométrica, métodos topológicos, índice cohomológico.

Introducción

Rade Živaljević [1, 2] establece una guía para aplicar herramientas y teoremas de la topología algebraica en la solución de problemas de combinatoria geométrica. Este método básicamente consiste en reformular el problema de combinatoria en términos de espacios topológicos y aplicaciones continuas entre estos, de tal manera que las herramientas de la topología algebraica sean aplicables a dichos espacios y funciones. Muchos problemas geométrico-combinatorios han sido resueltos gracias a este método. Entre tales problemas encontramos el problema de Tverberg (y su versión topológica), equiparticiones de masas y el problema de Borsuk (y su versión topológica), y evasividad de propiedades de grafos. Entre los teoremas y herrmientas que se aplican en la solución de tales problemas encontramos los teoremas de Borsuk-Ulam y Dold, el índice cohomológico de Fadell-Husseini y la teoría de Morse discreta.

Referencias

[1] Živaljević, R. (1996). User's guide to equivariant methods in combinatorics. *Publications de l'Institut mathematique*, 59(79), 114-130.

[2] Živaljević, R. T. (1998). User's guide to equivariant methods in combinatorics. II. *Publications de l'Institut Mathématique. Nouvelle Série, 64*, 107-132.

Introducción a LaTeX

Autor: Jorge Luis Villalba Acevedo
Universidad Tecnológica de Bolívar
E-mail: **jvillalba@utb.edu.co**

Resumen: En el desarrollo de este curso abordaremos aspectos básicos para crear textos académicos de alta calidad tales como libros, artículos y presentaciones beamer en LaTeX, empezaremos nuestro interesante recorrido indicando como descargar e instalar LaTeX Distributions: MiKTex y LaTeX Editor: Texmaker, paso seguido trabajaremos como crear tu primer documento y configurar el mismo, crear tablas y matrices, crear tcolorbox, insertar imágenes, escribir fórmulas matemáticas y códigos, finalizando con la inclusión de referencias bibliográficas. Todos esto será desarrollado con las editores Texmaker, R Studio y Overleaf.

Palabras claves: TeX MAKER , R Studio , Overleaf, artículo, informes academicos, beamer.

Referencias

[1] Kottwitz, S. (2011). *LaTeX beginner's guide*. Packt Publishing Ltd.

[2] Gratzer, G. (1996). Math Into LaTeX: An Introduction to LATEXand AMS-LaTex.

[3] Walter Mora, F., & Borbón. A. (2016). Edición de textos científicos LaTeX, 2nd. ed., *Escuela de matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica*.

[4] Villalba. J. [Curso de R y LaTeX]. R Mardown and R Sweave [Archivo de video]. Recuperado de url: https://www.youtube.com/channel/UCu2XC7GPSpnlszkGyMmQeGw?sub_confirmation=1, (2016).

EDICIONES UTB
Universidad Tecnológica de Bolívar
CARTAGENA DE INDIAS