

Métodos flexibles de calibración en sistemas de proyección de franjas para reconstrucciones 3D

Raúl Andrés Vargas Ramírez

Universidad Tecnológica de Bolívar

Facultad de ingeniería
Programa de Maestría en ingeniería electrónica

Trabajo de grado

Métodos flexibles de calibración en sistemas de proyección de franjas para reconstrucciones 3D

Raúl Andrés Vargas Ramírez

1. Revisor **Alberto Patiño, Ph.D.**
Facultad de ciencias básicas
Universidad Tecnológica de Bolívar

2. Revisor **Jose luís Villa, Ph.D.**
Facultad de ingeniería
Universidad Tecnológica de Bolívar

Directores **Andrés Marrugo, Ph.D. y Lenny Romero, Ph.D.**

2019

Raúl Andrés Vargas Ramírez

Métodos flexibles de calibración en sistemas de proyección de franjas para reconstrucciones 3D

Trabajo de grado, 2019

Revisores: Alberto Patiño, Ph.D. y Jose luís Villa, Ph.D.

Directores: Andrés Marrugo, Ph.D. y Lenny Romero, Ph.D.

Universidad Tecnológica de Bolívar

Programa de Maestría en ingeniería electrónica

Facultad de ingeniería

Cartagena, Bolivar.

Resumen

Los sistemas ópticos de reconstrucción tridimensional permiten recuperar la información topográfica de un objeto o de una escena, empleando elementos ópticos como cámaras y proyectores. Estos métodos ópticos pueden ser activos o pasivos; los métodos activos utilizan elementos de proyección para recuperar la información topográfica, mientras que los métodos pasivos utilizan solo sistemas de captura. La técnica de proyección de franjas es un método óptico activo en el cual se proyectan patrones sinusoidales sobre el objeto de interés. La topografía del objeto introduce un corrimiento de fase al patrón sinusoidal, codificando de esta forma su información de profundidad. La fase introducida es recuperada por varios algoritmos de análisis de franjas y luego se realiza una conversión a unidades métricas. El proceso de conversión depende de un proceso previo de calibración, en el cual se describe el sistema utilizando un modelo de calibración. En este trabajo, realizamos un montaje experimental de reconstrucción por proyección de franjas, el cual fue calibrado utilizando los métodos de calibración por visión estereó y regresión. Los resultados muestran las ventajas y desventajas de la implementación de estos métodos en nuestros sistemas. Además, se propone una nueva estrategia de calibración para fortalecer las falencias de los métodos implementados y obtener un sistema más preciso, flexible y robusto. Por último, se muestran varias aplicaciones de reconstrucción en los campos de la industria, medicina y cultura, para discutir la pertinencia de los métodos de calibración bajo diferentes condiciones metrológicas planteadas en cada aplicación.

Palabras claves: Reconstrucción tridimensional, proyección de franjas, modelos de calibración, métodos de calibración.

Agradecimientos

Principalmente agradezco a Dios, mis padres y mi hermana por ser el núcleo de vida y mi fuerza en momentos de adversidades. También agradezco a:

Los doctores Andrés Marrugo y Lenny Romero por su apoyo incondicional durante mi formación como magíster.

Mis compañeros del laboratorio de óptica y procesamiento de imágenes (OPI-Lab) por su gran apoyo y trabajo en equipo, en especial a Jesús Pineda, Enrique Sierra, Jhacson Meza y el profesor Hernando Altamar.

El profesor Jaime meneses, profesor de la Universidad Industrial de Santander, por brindarnos su apoyo en la investigación realizada.

Colciencias por su apoyo a través de la financiación del proyecto “Diseño y desarrollo de un dispositivo para el diagnóstico digital 3D de alergias mediante prueba cutánea” (538871552485). El cual fue una ayuda importante para financiar la investigación desarrollada en este trabajo.

La Universidad Tecnológica de Bolívar por otorgarme una beca de maestría en Ingeniería y ayudarme a seguir fortaleciendo mi formación como investigador.

La dirección de investigaciones de la universidad por la financiación del proyecto interno FI1607T2001 titulado “Desarrollo de un dispositivo óptico de reconstrucción 3D para la medición de deformaciones en tuberías de oleoductos con abolladuras” y por su apoyo constante a las participaciones a eventos científicos.

Por último, agradezco al profesor Alberto Patiño por las correcciones y observaciones realizadas al trabajo de grado.

Índice general

1	Introducción	3
1.1	Motivación y alcance	4
1.2	Objetivos	5
1.2.1	Objetivo general	5
1.2.2	Objetivos específicos	5
1.3	Divulgación de resultados	5
1.4	Estructura del contenido	7
2	Reconstrucción 3D por proyección de franjas	9
2.1	Sistema de reconstrucción 3D por proyección de franjas	10
2.2	Técnicas de extracción de fase	11
2.2.1	Transformada de Fourier	12
2.2.2	Corrimiento de fase - Phase Shifting	15
2.3	Técnicas de desenvolvimiento de fase	18
2.3.1	Desenvolvimiento bidimensional	18
2.3.2	Desenvolvimiento temporal por codificación binaria	20
3	Modelos de calibración en un sistema de reconstrucción 3D por proyección de franjas	23
3.1	Modelo de cámara Pinhole	24
3.1.1	Modelo de distorsión de lentes	26
3.1.2	Calibración experimental de una cámara	27
3.1.3	Calibración experimental de un proyector	30
3.2	Modelo de triangulación en un sistema cámara-proyector	35
3.2.1	Reconstrucción por modelo lineal	36
3.2.2	Reconstrucción con compensación de distorsión	38
3.3	Modelo de ajuste por regresión	39
3.3.1	Calibración Fase-profundidad	40
3.3.2	Calibración transversal	40
4	Calibración de un sistema de reconstrucción 3D	43

4.1	Montaje experimental	43
4.2	Calibración por modelo de regresión	45
4.2.1	Técnica de calibración	45
4.2.2	Compensación de distorsiones	49
4.2.3	Validación	49
4.3	Calibración por modelo de triangulación	51
4.3.1	Calibración de la cámara	52
4.3.2	Calibración del proyector	53
4.3.3	Calibración estéreo	54
4.3.4	Validación	55
4.4	Comparación entre modelo de calibración de regresión y triangulación .	56
4.5	Método de calibración propuesto	59
4.5.1	Técnica de calibración	59
4.5.2	Modelo de calibración propuesto	62
4.5.3	Análisis de distorsión de lentes	65
5	Aplicaciones	71
5.1	Análisis superficial de abolladuras	71
5.2	Metrología facial	72
5.3	Reconstrucción de patrimonio histórico y cultural	74
6	Conclusiones	77
	Bibliografía	79
7	Anexos	87

Índice de figuras

2.1	Etapas metodológicas generales en la implementación de un sistema de reconstrucción 3D por franjas.	9
2.2	Sistema general de reconstrucción 3D por proyección de franjas.	10
2.3	(a) Patrón de franjas generado digitalmente. (b) Patrón capturado al ser proyectado sobre una superficie plana. (c) Patrón capturado al ser proyectado en un objeto.	11
2.4	Extracción de fase por transformada de Fourier. (a) y (e) Patrones de franjas capturados; (b) y (f) son los espectros de frecuencia de los patrones (a) y (e), respectivamente; (c) y (g) son los filtros 2D-Hanning diseñados para filtrar componentes de frecuencias de franjas horizontales y verticales; (d) y (h) son las fases discontinuas extraídas.	14
2.5	Desenvolvimiento de fase para una señal 1D.	19
2.6	(a) Fase discontinua de un plano experimental. (b) Fase continua relativa del plano, haciendo un desenvolvimiento en el punto (90,201). (c) Fase continua relativa del plano, haciendo un desenvolvimiento 2D en el punto (150,201).	19
2.7	Patrones de franjas con variación de frecuencia 2^k	21
2.8	Fases discontinuas extraídas de los patrones de franjas mostrados en la Figura 2.7 y la fase continua absoluta obtenida por desenvolvimiento por codificación binaria.	21
3.1	Metodología general de calibración.	24
3.2	Modelo de cámara pinhole.	25
3.3	(a) Lineas paralelas sin distorsión. (b) Lineas paralelas con distorsión tipo cojín. (c) Lineas paralelas con distorsión tipo barril.	26
3.4	Modelo de proyección en un sistema cámara-proyector con incidencia de distorsiones geométricas.	27
3.5	cuadrículas empleadas en la calibración de cámara. (a) cuadrícula blanco y negro. (b) cuadrícula cromática con cuadros verdes y naranjas.	28

3.6	Imágenes capturadas de la cuadrícula con detección de esquinas usando CVST. (a) cuadrícula cromática con proyección de luz roja. (b) cuadrícula blanco y negro con proyección de luz blanca.	29
3.7	(a) y (b) son franjas verticales y horizontales proyectadas sobre una sección de una cuadrícula cromática. (c) imagen de la cuadrícula cromática cuando se proyectan luz roja. (d) y (e) franjas verticales y horizontales proyectadas sobre una sección de una cuadrícula B&N. (f) sección de una cuadrícula B&N capturada al proyectar luz blanca.	30
3.8	Diferencias entre fases experimentales y la fase estimada por ajuste racional. (a) y (b) son las diferencias entre la fase experimental y la fase ajustada a una función racional, proyectando franjas verticales y horizontales sobre una cuadrícula B&N. (c) y (d) son las diferencias entre la fase experimental y la fase ajustada a una función racional, proyectando franjas verticales y horizontales sobre una cuadrícula cromática.	32
3.9	Seudoimágenes calculadas a partir de la correspondencia de la cuadrícula en el plano imagen del proyector. (a) y (c) cuadrículas capturadas en distintas posiciones y (b) y (d) son sus respectivas seudoimágenes generadas estimando una homografía global.	34
3.10	Modelo de triangulación de un sistema cámara-proyector	35
3.11	Esquema general de calibración Fase-Profundidad.	41
4.1	Metodología de calibración del sistema.	43
4.2	Montaje experimental de un sistema de reconstrucción 3D por proyección de franjas a mediana escala.	44
4.3	(a) cuadrícula cromática posicionada en el sistema de traslación. (b) Procedimiento de calibración Fase-profundidad.	46
4.4	Imágenes capturadas en cada posición de la cuadrícula para la calibración de regresión. (a) imagen de la cuadrícula proyectando luz roja. (b) Imagen del plano de calibración proyectando franjas verticales. (c) Imagen del plano de calibración proyectando la línea central de proyección.	46
4.5	(a) cuadrícula capturada en la posición $Z=1.6\text{mm}$ con detección de esquinas. (b)-(d) Coordenadas X, Y y Z para los píxeles dentro de la cuadrícula, respectivamente. (e) Fase continua de la cuadrícula.	47
4.6	Relación experimental entre la fase continua absoluta Φ_a y (a) la coordenada X, (b) la coordenada Y y (c) la coordenada Z para el píxel (350,700). Errores RMS de ajuste de los polinomios (d) X, (e) Y y (f) Z para cada píxel.	48
4.7	(a) Objeto de validación. (b) Mapa de profundidad del objeto reconstruido. (c) Perfil de una sección del objeto reconstruido.	51

4.8	Imágenes capturadas del plano de calibración, proyectando: (a) luz roja; (b)-(c) Franjas verticales y horizontales, respectivamente; (d)-(e) Líneas centrales de proyección verticales y horizontales, respectivamente.	51
4.9	Errores de reproyección de un modelo de cámara sin distorsiones (CM0) y un modelo estimando tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (CM1).	52
4.10	Errores de reproyección de un modelo de proyector sin distorsiones (PM0) y un modelo estimando tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (PM1).	53
4.11	Esquema del sistema de reconstrucción con 10 planos (#1-#10) reconstruidos para comparar los modelos de regresión y triangulación.	56
4.12	Imágenes capturadas de la cuadrícula B&N, proyectando (a) luz blanca, (b) y (c) patrones de franjas verticales y horizontales, (d) y (e) líneas centrales de referencia.	60
4.13	(a) Máscara binaria con los cuadros blancos detectados de la cuadrícula. (b) y (c) mapas de fase absoluta obtenidos de patrones de franjas horizontales y verticales, respectivamente. (d) y (e) son los mapas de fase obtenidos al evaluar una función racional de fase ajustada a los mapas de fase (b) y (c), respectivamente.	61
4.14	(a) Diferencia entre los mapas de fase mostrados en Figura 4.13(b) y Figura 4.13(d). (b) Diferencia entre los mapas de fase mostrados en Figura 4.13(c) y Figura 4.13(e)	61
4.15	(a) Región del sensor de la cámara cubierta por el plano de calibración. (b) Errores de reproyección de los modelos CM0 (Without DC) y CM1 (DC).	63
4.16	(a) Región del plano imagen del proyector usada para proyectar patrones sobre el plano de calibración. (b) Errores de reproyección de los modelos PM0 (Without DC) y PM1 (DC).	64
4.17	Imagen con franjas de un plano blanco en 5 posiciones diferentes para evaluar la incidencia de distorsión en el modelo de calibración propuesto.	66
4.18	Plano reconstruido en la posición 1 utilizando los modelos de distorsión (a) SM0, (b) SM1 y (c) SM2. (d) Histograma de error de los planos (a)-(c).	67
4.19	Imágenes capturadas de la reconstrucción parcial de un tubo de acero. (a) imagen de textura, (b) imagen de franjas verticales, (c) línea central vertical de proyección, (d) imagen de franjas horizontales y (e) línea central horizontal de proyección.	68
4.20	Proceso de registro de reconstrucciones parciales consecutivas. (a) Puntos característicos comunes detectados en dos reconstrucciones parciales. (b) Pegado de dos reconstrucciones parciales. (c) Reconstrucción completa del tubo registrando 8 reconstrucciones parciales.	69

4.21	(a) Reconstrucción del cilindro a 360 con mapa de textura. (b) y (c) Cilindros reconstruidos por SM1 y SM0, respectivamente; el mapa de color de estos cilindros es proporcional a la diferencia con un cilindro ideal. (d) Histograma de error de los cilindros (b) y (c).	69
4.22	Visualización en coordenadas cilíndricas de los cilindros reconstruidos por los modelos (a) SM0 y (b) SM1.	70
5.1	Imágenes capturadas en el proceso de reconstrucción de un tubo abollado. (a) Imagen de textura del objeto. (b) Patrones de franjas verticales proyectados sobre el objeto. (c) y (d) Fases discontinua y continua absoluta del objeto.	71
5.2	(a) Reconstrucción superficial del tubo con textura. (b) Perfil longitudinal a través de la abolladura de la tubería estudiada.	72
5.3	Imágenes capturadas para la reconstrucción de un rostro humano. (a) Imagen de textura del rostro. (b) Franjas proyectadas sobre el rostro. (c) Línea central de referencia.	73
5.4	(a) Nube de puntos reconstruida en diferentes vistas. (b) Renderizado de la superficie con textura añadida. (c) Renderizado de la superficie en modo sombra.	74
5.5	(a) Imagen de la réplica de cerámica de " <i>La figura reclinada de la gorda Gertruidis</i> " por Fernando Botero. (b) Nube de puntos obtenida del proceso de reconstrucción. (c) Superficie renderizada en modo sombra.	75
5.6	(a) Imagen de la réplica de cerámica de " <i>Cat, Fernando Botero</i> ". (b) Franjas proyectadas sobre la réplica. (c) Nube de puntos obtenida del proceso de reconstrucción.	76
5.7	Réplica " <i>Cat, Fernando Botero</i> " reconstruida. (a) Nube de puntos obtenida de la reconstrucción completa en diferentes vistas. (b) Modelo renderizado de la réplica en modo sombra.	76

Índice de tablas

3.1	Parámetros intrínsecos de una cámara, calculados con una cuadrícula con cuadros blancos y negros y una cuadrícula cromática.	29
3.2	Parámetros intrínsecos de un proyector, calculados con una cuadrícula cromática. PM0 : Modelo de proyector sin tener en cuenta distorsiones. PM1 : Modelo de proyector teniendo en cuenta dos coeficientes de distorsión radial y dos tangencial.	33
4.1	Distancia promedio y desviación estándar de 10 distancias medidas entre planos consecutivos separados 0.100 ± 0.001 mm.	50
4.2	Parámetros intrínsecos de una cámara para un modelo de cámara sin distorsiones (CM0) y un modelo estimando tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (CM1).	52
4.3	Parámetros intrínsecos de un proyector para un modelo de cámara sin distorsiones (PM0) y un modelo estimando tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (PM1).	53
4.4	Parámetros estéreos de un sistema cámara-proyector estimados utilizando una cuadrícula cromática. SM0 : Modelo estéreo sin incluir modelo de distorsión. SM2 : Modelo estéreo incluyendo el modelo de distorsión para la cámara y el proyector.	54
4.5	Distancias promedio entre planos paralelos consecutivos, reconstruidos para los dos modelos de triangulación calculados.	55
4.6	Errores RMS en milímetros de diez planos reconstruidos con modelos de calibración de triangulación y de regresión. NO : Sin compensación de distorsiones. SI : Compensando distorsiones de lentes.	57
4.7	Errores RMS en milímetros de las zonas de diez planos reconstruidos por calibración de regresión y que se encuentran dentro del volumen calibrado. NO : Sin compensación de distorsiones. SI : Compensando distorsiones de lentes. Incidencia : porcentaje de superficie del plano que se encuentra dentro del volumen calibrado.	57

4.8	Comparación de los modelos de calibración de regresión polinomial y de triangulación, bajo ciertos criterios del sistema. El símbolo de aprobación indica cual de los dos modelos de calibración cumple en mayor medida con el criterio. (*) Siempre y cuando el objeto se mantenga dentro del volumen de calibración.	58
4.9	Parámetros intrínsecos de una cámara, calculados con una cuadrícula B&N. CM0 : Modelo totalmente proyectivo. CM1 : Modelo proyectivo con el modelo de distorsión incluida.	63
4.10	Parámetros intrínsecos de un proyector, calculados con una cuadrícula B&N. PM0 : Modelo totalmente proyectivo. PM1 : Modelo proyectivo con el modelo de distorsión incluida.	64
4.11	Parámetros estéreos resultantes del modelo de calibración propuesto considerando un modelo lineal (SM0), un modelo compensando distorsiones de la cámara (SM1) y compensando distorsiones de cámara y proyector (SM2). 65	
4.12	Errores RMS y máximos de ajuste de los planos reconstruidos para evaluar la incidencia de las distorsiones de lentes.	66

Índice de algoritmos

1	Algoritmo de desenvolvimiento por codificación binaria.	20
2	Algoritmo para calcular las coordenadas de las esquinas de las cuadrículas en el plano imagen del proyector.	31
3	Algoritmo para calcular la distancia promedio con su error estándar entre dos planos reconstruidos.	49
4	Algoritmo para interpolación de fase de las esquinas de una cuadrícula con cuadros blancos y negros.	62

Introducción

La reconstrucción 3D por franjas es un método óptico de reconstrucción tridimensional, en el cual se proyectan patrones sinusoidales sobre un objeto o un escenario para digitalizar sus características físicas (Volumen, profundidad, forma, etc). Debido a su naturaleza sin contacto y no invasiva, este método óptico ha sido utilizado en distintas áreas de la medicina (Lilley y col., 2000), la manufactura (Yen y col., 2006), control de calidad (Hui y Pang, 2009), seguridad (Méndez y col., 2009), cultura (Guidi y col., 2001), entre otras. Además, esta técnica de reconstrucción también cuenta con alta resolución espacial y velocidad de reconstrucción, amplio campo de trabajo, y gran versatilidad y flexibilidad de la implementación del sistema, comparado con otras técnicas de reconstrucción 3D. Actualmente con los avances tecnológicos en la construcción de cámaras y proyectores, la proyección de franjas está siendo utilizada en aplicaciones cada vez mas complejas, conllevando a nuevos desafíos y nuevos campos de estudio. Algunos de estos desafíos están relacionados al diseño y método de generación de patrones de proyección, estudio de errores causado por los dispositivos de proyección y captura, desarrollo y mejoras de técnicas de análisis de franjas, mejora en la precisión de las reconstrucciones, mejoras en la velocidad de adquisición en aplicaciones rápidas o en tiempo real, entre otros (Gorghi y Rastogi, 2010).

Algunos de los desafíos pueden ser solucionados desde la mejora de la etapa de calibración del sistema, la cual consta de la selección de un modelo matemático y la implementación de una técnica de calibración. El modelo seleccionado describirá nuestro sistema mediante una relación matemática; mientras que la técnica de calibración se emplea para obtener los parámetros de dicho modelo. Actualmente, los modelos de calibración convencionales en la perfilometría por proyección franjas consisten en modelos de regresión (Merner y col., 2013) y modelos de triangulación (Zhang y col., 2017). El primer tipo de modelo emplea técnicas de calibración que requieren una alineación precisa de diferentes elementos del montaje experimental o de sistemas con desplazamientos precisos, lo cual puede elevar el costo de implementación y hacer tediosa la etapa de calibración. Sin embargo, el modelo implementado es sencillo y la etapa de reconstrucción es realizada con rapidez. Por otra parte, los modelos de triangulación requieren de técnicas basadas en el posicionamiento de patrones ajedrezado

o con círculos, en el cual no es necesario conocer de forma precisa desplazamientos u orientaciones, lo cual da mayor flexibilidad y un menor costo en la implementación de la calibración. Sin embargo, el modelo de calibración puede llegar a ser complejo y el proceso de reconstrucción tiende a ser lento. A pesar de las ventajas y desventajas que nos pueda ofrecer cada método de calibración, su elección dependerá en gran medida de las características de los elementos de nuestro montaje experimental y de la aplicación que se desea realizar.

En esta investigación, realizamos un análisis comparativo entre los dos métodos de calibración convencionales en un sistema de reconstrucción experimental, con el fin de identificar las ventajas, desventajas y requerimientos que implica emplear estos métodos. Del resultado de la implementación, realizamos un estudio comparativo, para luego proponer un método de calibración basado en un modelo de triangulación y una técnica de calibración con una cuadrícula de cuadros blancos y negros. Por último, discutimos la pertinencia de utilizar estos modelos de calibración en tres aplicaciones en los campos de la industria, la medicina y la cultura, las cuales tienen diferentes requerimientos metrológicos.

1.1 Motivación y alcance

La etapa de calibración es importante en la puesta en marcha de un sistema de reconstrucción 3D. De su correcta implementación, dependerá en gran medida la precisión y el desempeño del sistema. Hay aplicaciones médicas que requieren una alta precisión para dar un diagnóstico certero u oportuno, lo cual es crucial para el tratamiento de enfermedades. En el campo industrial, las mediciones precisas son necesarias en algunos casos para el control de calidad de productos o analizar las características mecánicas de objetos, lo cual es necesario para ahorrar recursos o dinero y brindar confianza a los clientes que adquieren los productos. Debido a las necesidades en estos campos de aplicación, debemos realizar una buena selección de sistemas, elementos y técnicas necesarias para implementar y calibrar nuestro sistema, garantizando el cumplimiento de las características y condiciones metrológicas que requiere nuestra aplicación. Sin embargo, en la literatura podemos encontrar distintos métodos, técnicas y modelos que pueden ser usados para calibrar un sistema de reconstrucción, pero cada uno de ellos nos ofrecen ventajas y desventajas que podrían afectar el desempeño y la precisión del sistema. De este modo, hay una necesidad prevalente en seleccionar un método de calibración adecuado para cada sistema y por esto, en este documento se han expuesto diferentes tipos de modelos de calibración aplicados a un montaje experimental, analizando varias

aplicaciones. Esperamos que los resultados obtenidos en esta investigación sirvan de guía a otros investigadores para implementar y calibrar adecuadamente su sistema, teniendo en cuenta las ventajas y desventajas ofrecidas por los modelos convencionales de calibración, las características y limitaciones de sus sistemas experimentales y de las condiciones metroológicas exigidas por sus aplicaciones.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Realizar un estudio comparativo de métodos de calibración de sistemas de reconstrucción 3D por proyección de franjas para proponer un método flexible y preciso de calibración.

1.2.2 Objetivos específicos

- Realizar un montaje experimental que se utilice para reconstruir objetos para diferentes aplicaciones.
- Implementar las técnicas de calibración usadas en la literatura para hallar ventajas y falencias.
- Reconstruir objetos de dimensiones conocidas y medir la precisión de la reconstrucción con las técnicas actuales.
- Proponer modelos de calibración propios para mejorar el proceso de reconstrucción.
- Validar los modelos de calibración propuestos.

1.3 Divulgación de resultados

La realización de este trabajo ha estado enmarcado en el proyecto *Diseño y desarrollo de un dispositivo para el diagnóstico digital 3D de alergias mediante prueba cutánea*, financiado por colciencia y en el proyecto *Desarrollo de un dispositivo óptico de reconstrucción 3D para la medición de deformaciones en tuberías de oleoducto con abolladuras* financiado por la Universidad tecnológica de Bolívar. De los resultados de nuestra investigación, se han obtenido participaciones en eventos y publicaciones en revistas y libros. Algunas de estas

participaciones se han obtenido utilizando los resultados de esta trabajo como tema central de la publicación, mientras que otras han sido complemento de otros trabajos de investigación.

Como resultados principales de nuestro trabajo, tenemos una participación en el XV Encuentro Nacional de Óptica y VI Conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus aplicaciones (ENO-CANCOA), del cual se obtuvo una publicado en el libro de resúmenes del congreso. Además, el artículo en extenso fue publicado en la revista Óptica Pura y Aplicada de la Sociedad Española de Óptica en Vargas y col., 2018a. Otra participación principal fue realizada en el congreso "3D Image Acquisition and Display: Technology, Perception and Applications". De esta participación se obtuvo un artículo de Proceeding publicado en Optics InfoBase (Vargas y col., 2018b). Por otra parte, dos trabajos colaborativos fueron enviados al congreso "LatinAmerica Optics and Photonics Conference", obteniendo dos artículos de conferencia (Forero y col., 2018; Pineda y col., 2018). Otros resultados de la investigación fueron divulgados en un capítulo de libro (Marrugo y col., 2018). Los artículos principales se encuentran anexos en el Capítulo 7 este libro.

Divulgación indexada en WoS/Scopus

Vargas, R., Marrugo, A. G., Pineda, J., Meneses, J., & Romero, L. A. (2018). Camera-Projector Calibration Methods with Compensation of Geometric Distortions in Fringe Projection Profilometry: A Comparative Study. *Optica pura y aplicada*.

Vargas, R., Marrugo, A. G., Pineda, J., Meneses, J., & Romero, L. A. (2018, June). Evaluating the Influence of Camera and Projector Lens Distortion in 3D Reconstruction Quality for Fringe Projection Profilometry. In *3D Image Acquisition and Display: Technology, Perception and Applications* (pp. 3M3G-5). Optical Society of America.

Marrugo, A. G., Pineda, J., Romero, L. A., **Vargas, R.**, & Meneses, J. (2018). Fourier Transform Profilometry in LabVIEW. DOI : 10.5772/intechopen.78548. In *Digital Systems*, IntechOpen.
Capítulo de libro.

Pineda, J., Meza, J., Marrugo, A. G., **Vargas, R.**, & Romero, L. A. (2018, November). A Particle Swarm Optimization Approach to Log-Gabor Filtering in Fourier Transform Profilometry. In *Latin America Optics and Photonics Conference* (pp. Th4A-9). Optical Society of America.

Forero, N., Marrugo, A. G., **Vargas, R.**, Useche, J., & Romero, L. A. (2018, November). An Experimental Study on Deformation Analysis of an Indented Pipe via Fringe Projection Profilometry and Digital Image Correlation. In *Latin America Optics and Photonics Conference* (pp. Th5B-3). Optical Society of America.

1.4 Estructura del contenido

Este libro se encuentra organizado por capítulos, en los cuales se hace una breve introducción de los temas tratados en cada una de sus secciones. Los temas tratados en cada capítulo son:

En el Capítulo 2 se introducen los principios básicos de un sistema de reconstrucción, tales como la generación de franjas digitales, las técnicas de extracción de fase y las técnicas de extracción de fase.

En el Capítulo 3 se detallan algunos modelos utilizados para calibrar un sistema de reconstrucción por franjas, exponiendo también algunas técnicas de calibración que permiten hallar los parámetros de dichos modelo.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados de la calibración de un sistema de reconstrucción 3D utilizando los modelos convencionales de calibración por regresión y un modelo de triangulación. Además, se incluye una sección donde se comparan las ventajas y desventajas de ambos modelos, frente a varios criterios de desempeño del sistema utilizado. Luego, se propone un modelo y una técnica de calibración más adecuada para nuestro sistema. Posteriormente, comparamos tres variantes del modelo propuesto, teniendo en cuenta las distorsiones presente en las lentes de la cámara y el proyector.

El Capítulo 5 muestra algunas aplicaciones realizadas con el montaje experimental, enfocadas al campo industrial, médico y cultural. En cada aplicación se detallan las condiciones metrológicas exigidas al sistema y se discute la pertinencia de usar los modelos de calibración implementados en nuestro montaje experimental.

En el Capítulo 6 se concluye a partir de los experimentos realizados y los resultados obtenidos a lo largo de la investigación.

Por ultimo, se incluye un capítulo de anexos, en el cual se incorporan los artículos principales producto de la investigación realizada en este trabajo de grado.

Reconstrucción 3D por proyección de franjas

La reconstrucción 3D por franjas consiste en proyectar patrones sinusoidales sobre un objeto o un escenario para digitalizar sus características físicas (Volumen, profundidad, forma, etc). Debido a su naturaleza sin contacto y no invasiva, este método óptico ha sido utilizado en distintas áreas de la medicina, la manufactura, control de calidad, seguridad, entretenimiento, entre otras. Además, esta técnica también cuenta con alta resolución espacial y velocidad de reconstrucción, amplio campo de trabajo, y gran versatilidad y flexibilidad de la implementación del sistema.

La implementación de estos sistemas de reconstrucción podemos establecerla en cinco etapas principales, las cuales se muestran en el diagrama mostrado en la Figura 2.1. La primera etapa consiste en I) la configuración del montaje experimental (elementos de proyección y captura), basado en las condiciones metrológicas planteadas para la aplicación de interés. Luego, se realiza II) la etapa de calibración del sistema, en la cual se busca describir el sistema utilizando un modelo matemático. En la tercera etapa tenemos III) la proyección y captura de patrones de franjas sobre un objeto. Posteriormente, en la siguiente etapa se aplican los algoritmos de IV) extracción de fase a los patrones y se realiza un desenvolvimiento de fase. Por último, se realiza una V) conversión de la fase continua en radianes a unidades métricas. En este capítulo se exponen los conceptos relacionados a la tercera y cuarta etapa en la implementación del sistema de reconstrucción; mientras que las otras etapas son explicadas y discutidas en los capítulos restantes.

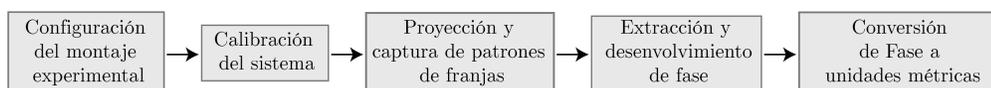


Figura 2.1: Etapas metodológicas generales en la implementación de un sistema de reconstrucción 3D por franjas.

2.1 Sistema de reconstrucción 3D por proyección de franjas

La Figura 2.2 muestra un esquema general de un sistema de reconstrucción por proyección de franjas. Este se compone de tres sistemas fundamentales: un sistema de proyección, un sistema de observación y un sistema de computo. El sistema de observación permite la captura de imágenes del sistema, en el caso más simple puede consistir de una cámara y en casos más complejos puede componerse de dos o más elementos captadores. El sistema de proyección cuenta con una unidad capaz de proyectar patrones de franjas sinusoidales digitales o analógicos. Los proyectores digitales, a diferencia de los analógicos, ofrecen la flexibilidad de modificar las características de los patrones de franjas proyectados y también ofrecen la posibilidad de realizar otros tipos de proyecciones (Salvi y col., 2004). Sin embargo, los proyectores analógicos brindan una mayor resolución de los patrones de franjas proyectados y una mayor simplicidad en el hardware. Por último, el sistema de computo se encarga del control de los otros dos sistemas y del procesamiento de la información.

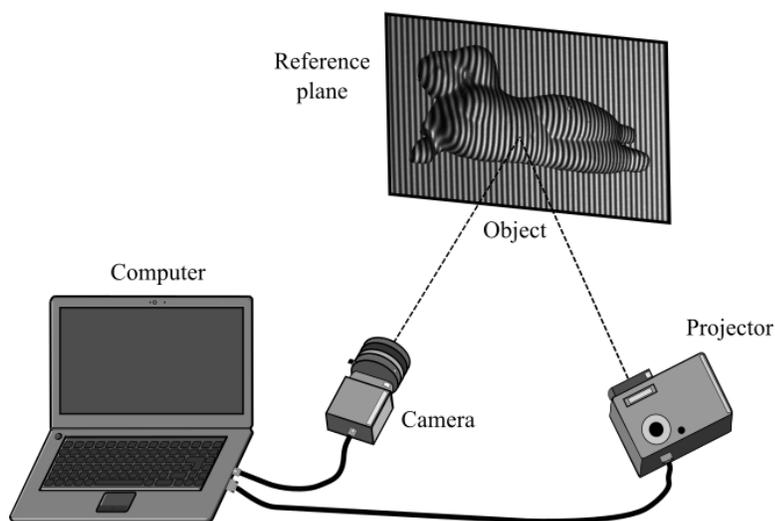


Figura 2.2: Sistema general de reconstrucción 3D por proyección de franjas.

Los patrones de franjas generados por proyectores digitales pueden ser descritos matemáticamente como (Zhang, 2016)

$$I(u_p, v_p) = \frac{255}{2} + \frac{255}{2} \cos(2\pi f_0 u_p + \varphi), \quad (2.1)$$

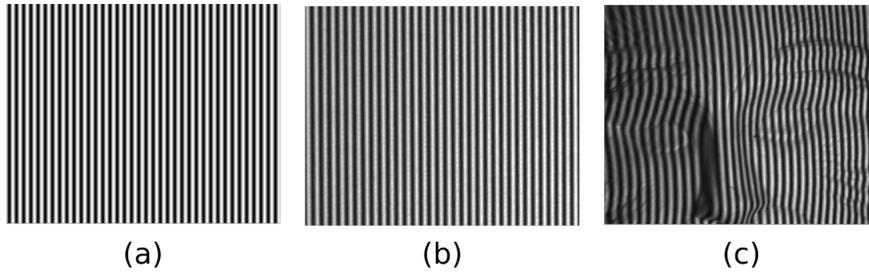


Figura 2.3: (a) Patrón de franjas generado digitalmente. (b) Patrón capturado al ser proyectado sobre una superficie plana. (c) Patrón capturado al ser proyectado en un objeto.

donde (u_p, v_p) son las coordenadas píxel de sistema de proyección, f_0 es la frecuencia del patrón de franjas y φ indica un corrimiento de fase. Aquí se considera que el sistema de proyección posee una intensidad de proyección lineal al valores de intensidad de 0 a 255, asignado a cada píxel. En la Figura 2.3(a) se muestra una imagen de patrón de franjas generado con periodo de $P = 1/f_0 = 12$ píxeles. En la Figura 2.3(b) se muestra una imagen capturada de este patrón proyectado sobre una superficie plana, el cual puede ser modelado matemáticamente como

$$g_0(u_c, v_c) = a_0(u_c, v_c) + b_0(u_c, v_c) \cos(2\pi f_0 u_c + \phi_0(u_c, v_c)) \quad , \quad (2.2)$$

donde (u_c, v_c) son las coordenadas píxel de la imagen capturada, $a_0(u_c, v_c)$ representa la iluminación de fondo (*Background Intensity*), $b_0(u_c, v_c)$ es la amplitud de la función coseno y representa el contraste de las franjas, f_0 es la frecuencia portadora del patrón sinusoidal y $\phi_0(u_c, v_c)$ representa la fase introducida al patrón original proyectado. Ahora, cuando el mismo patrón es proyectado sobre un objeto, como se muestra en la Figura 2.3(c), los cambios topográficos en su superficie causan una deformación en el patrón franjas que puede ser expresado como,

$$g(u_c, v_c) = a(u_c, v_c) + b(u_c, v_c) \cos(2\pi f_0 u_c + \phi(u_c, v_c)) \quad , \quad (2.3)$$

donde $a(u_c, v_c)$ y $b(u_c, v_c)$ representan la iluminación de fondo y el contraste de las franjas del patrón de franjas del objeto, respectivamente; $\phi(u_c, v_c)$ es una función de fase introducido por los cambios de altura del objeto, los cuales varían espacialmente en las coordenadas píxel (u_c, v_c) .

2.2 Técnicas de extracción de fase

Debido a que la información topográfica del objeto es codificada en la modulación de fase introducida a la función sinusoidal del patrón de franjas proyectado, es necesario

implementar algoritmos de extracción fase que permitan recuperar dicha modulación. En esta sección se detallan los algoritmos de extracción de fase más usados en la literatura, los cuales están basados en la transformada de Fourier (Takeda y col., 1982) y en los algoritmos de corrimiento de fase (Quan y col., 2001).

2.2.1 Transformada de Fourier

En esta técnica se utiliza el espectro de frecuencias para realizar la extracción de fase de los patrones de franjas. En el procedimiento es necesario I) aplicar la transformada de Fourier al patrón de interés, II) Realizar una etapa de filtrado en frecuencia, III) aplicar transformada inversa de Fourier al espectro filtrado; y por último, IV) realizar una recuperación de fase. A pesar de utilizar franjas bidimensionales, en esta sección es explicado el proceso de extracción de fase para una dimensión.

El patrón de franjas mostrado en la ecuación (2.3) puede ser expresada en exponenciales complejas como,

$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{i2\pi f_0 x} + c^*(x, y)e^{-i2\pi f_0 x}, \quad (2.4)$$

donde

$$c(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\varphi(x, y)} \quad (2.5)$$

y $c^*(x, y)$ es el complejo conjugado de $c(x, y)$.

La ecuación (2.5) es expresada en el dominio frecuencial por transformada de Fourier en dirección x como

$$G(f_x, y) = A(f_x, y) + C(f_x - f_0, y) + C^*(f_x + f_0, y), \quad (2.6)$$

donde f_x es la variable de frecuencia en dirección x , $A(f_x, y)$ y $C(f_x - f_0, y)$ son las transformadas de $a(x, y)$ y $c(x, y)$. $A(f_x, y)$ representa el espectro cero correspondiente al componente de iluminación de fondo y $C(f_x - f_0, y)$ contiene la información de la forma del objeto de estudio. Si $\varphi(x, y)$, $a(x, y)$, y $b(x, y)$ varían suavemente comparada con la frecuencia portadora f_0 , entonces un apropiado diseño de filtro puede ser aplicado para seleccionar $C(f_x - f_0, y)$. El filtrado en frecuencia puede ser realizado utilizando una ventana Hanning dada por (Lin y Su, 1995),

$$H(f_x) = 0,50 \left[1 + \cos \left(\beta\pi \frac{f_x - f_0}{f_c} \right) \right], \quad (2.7)$$

donde f_c es la frecuencia de corte del filtro, β se corresponde al coeficiente de atenuación y el dominio del filtro f_x varia de $f_0 - f_c/\beta$ a $f_0 + f_c/\beta$. El filtrado consiste en realizar una multiplicación entre el filtro $H(f_x)$ y el espectro $G(f_x, y)$ como,

$$\hat{G}(f_x) = H(f_x) \times G(f_x, y). \quad (2.8)$$

Luego de realizar el filtrado, aplicamos transformada inversa de Fourier a la señal filtrada, obteniendo una señal compleja dada por,

$$\hat{g}(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y) \exp\{i(2\pi f_0 x + \phi(x, y))\} . \quad (2.9)$$

Así mismo, podemos realizar el mismo procedimiento para un patrón de franjas en un plano, obteniendo la siguiente expresión,

$$\hat{g}_0(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y) \exp\{i(2\pi f_0 x + \phi_0(x, y))\} . \quad (2.10)$$

La extracción de la fase del componente de frecuencias filtrado está dado por las expresiones,

$$\Phi_0(x, y) = \arctan\left(\frac{\Im[\hat{g}_0(x, y)]}{\Re[\hat{g}_0(x, y)]}\right) , \quad (2.11)$$

$$\Phi(x, y) = \arctan\left(\frac{\Im[\hat{g}(x, y)]}{\Re[\hat{g}(x, y)]}\right) , \quad (2.12)$$

donde $\Re[\cdot]$ y $\Im[\cdot]$ denotan la parte real e imaginaria, respectivamente. Las fases obtenidas de las ecuaciones (2.11) y (2.12) están envueltas en un rango de valores entre $[-\pi, \pi]$, debido al rango definido por la función $\arctan(\cdot)$. En la figura 2.4 se muestra el proceso de extracción de fase por transformada Fourier a dos patrones de franjas verticales y horizontales de un mismo objeto. En las figuras 2.4(a) y 2.4(e) se muestran las imágenes capturadas de los patrones de franjas verticales y horizontales deformados del objeto; en las figuras 2.4(b) y 2.4(f) se muestran sus respectivos espectros 2D de frecuencia; en las figuras 2.4(c) y 2.4(g) se muestran los diseños de los filtros Hanning utilizados para filtrar las fases del objeto; y por ultimo, en las figuras 2.4(d) y 2.4(h) se muestran las fases envueltas extraídas de cada patrón.

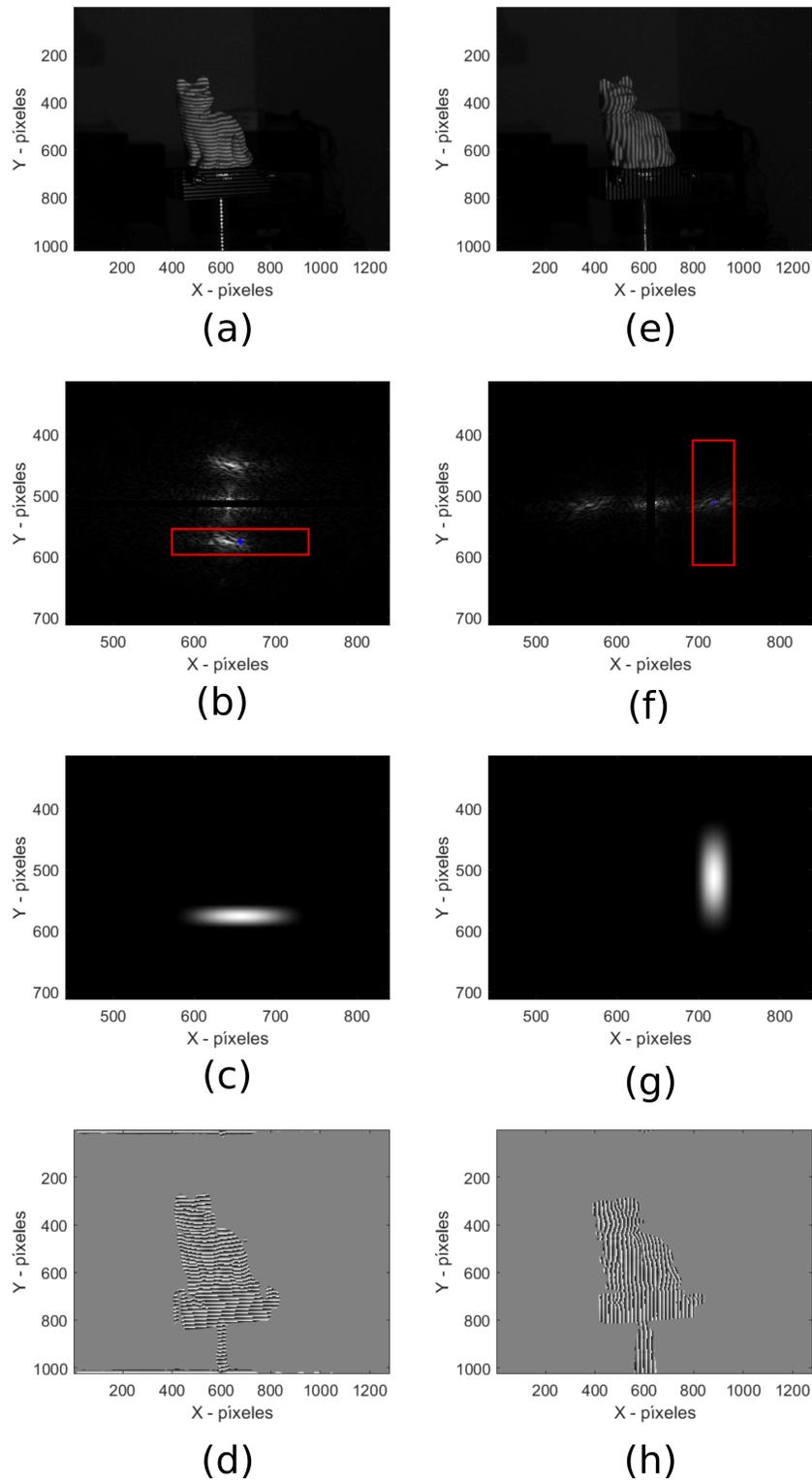


Figura 2.4: Extracción de fase por transformada de Fourier. (a) y (e) Patrones de franjas capturados; (b) y (f) son los espectros de frecuencia de los patrones (a) y (e), respectivamente; (c) y (g) son los filtros 2D-Hanning diseñados para filtrar componentes de frecuencias de franjas horizontales y verticales; (d) y (h) son las fases discontinuas extraídas.

2.2.2 Corrimiento de fase - Phase Shifting

Esta técnica permite obtener la fase de un conjunto de N imágenes de franjas sinusoidales con un desfase constante $2\pi/N$ entre ellas (Malacara-Hernández y Malacara-Hernández, 2016). Los patrones de franjas verticales son capturados con una modulación de intensidad dada por la ecuación,

$$I_k(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos [2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \psi_k] \quad , \quad (2.13)$$

donde,

$$\psi_k = \frac{2\pi}{N}(k - 1) \quad k = 1, 2, 3, \dots, N \quad . \quad (2.14)$$

El valor f_0 es conocido y es el mismo para los N patrones proyectados; mientras que los valores de intensidad constante $a(x, y)$, el contraste de los patrones $b(x, y)$ y la fase introducida por el objeto $\varphi(x, y)$ son desconocidos.

Extracción de fase con 3 imágenes

Para extraer el valor de fase $\phi(x, y)$ de la ecuación 2.13, se necesita un número mínimo de tres ecuaciones, correspondiente a tres corrimientos de fase así,

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) - \frac{2\pi}{3}), \quad (2.15)$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y)), \quad (2.16)$$

$$I_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) + \frac{2\pi}{3}), \quad (2.17)$$

donde $I_1(x, y)$ es el patrón de franjas capturado, $I_2(x, y)$ es el mismo patrón con corrimiento de $-\frac{2\pi}{3}$ y $I_3(x, y)$ con corrimiento de $\frac{2\pi}{3}$; $a(x, y)$ es el componente de iluminación, el cual se considera igual para los tres patrones; $b(x, y)$ es la modulación de amplitud de la señal sinusoidal, la cual también se considera igual para los patrones y $\phi(x, y)$ es el valor de fase codificada por el objeto. Resolviendo las ecuaciones (2.15)-(2.17), se obtiene la siguiente expresión para recuperar la fase $\phi(x, y)$,

$$\phi(x, y) = \arctan \left(\sqrt{3} \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3} \right), \quad (2.18)$$

y la modulación de amplitud está dada por

$$b(x, y) = \frac{\sqrt{3(I_1 - I_3)^2 + (2I_2 - I_1 - I_3)^2}}{3}. \quad (2.19)$$

Extracción de fase con 4 imágenes

La extracción de fase puede realizarse proyectando y capturando cuatro patrones de franjas con corrimientos de fase de $\pi/2$ entre ellos así,

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y)), \quad (2.20)$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) + \frac{\pi}{2}), \quad (2.21)$$

$$I_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) + \pi), \quad (2.22)$$

$$I_4(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\phi(x, y) + \frac{3\pi}{2}). \quad (2.23)$$

A partir de estas ecuaciones se puede obtener el valor de fase $\phi(x, y)$ como,

$$\phi(x, y) = \arctan \left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \right). \quad (2.24)$$

La modulación de intensidad $b(x, y)$ se obtiene mediante la expresión,

$$b(x, y) = \frac{\sqrt{(I_4 - I_2)^2 + (I_1 - I_3)^2}}{4}. \quad (2.25)$$

Extracción de fase general

Es posible encontrar una expresión general que permita obtener la fase $\varphi(x, y)$ del patrón franjas deformado a partir de N corrimientos conociendo ψ_k y el valor de intensidad I_k en cada píxel. Al aumentar la cantidad de corrimientos se suele reducir el error causado por la no-sinusoidalidad de los patrones de franjas. Para un k -ésimo corrimiento tenemos una expresión general reescrita como (Greivenkamp, 1984),

$$I_k = a + b \cos[\varphi(x, y) - \psi_k]. \quad (2.26)$$

Utilizando las propiedades trigonométricas de suma de ángulos, podemos reescribir la ecuación (2.26) como,

$$I_k = a + b \cos(\varphi) \cos(\psi_k) - b \sin(\varphi) \sin(\psi_k) = a_0 + a_1 \cos(\psi_k) + a_2 \sin(\psi_k). \quad (2.27)$$

donde,

$$a_1 = b \cos(\varphi), \quad (2.28)$$

$$a_2 = -b \sin(\varphi). \quad (2.29)$$

Luego se define un sistema lineal de N ecuaciones y tres incógnitas a partir de la ecuación (2.27) así,

$$\begin{pmatrix} 1 & \cos(\psi_1) & \sin(\psi_1) \\ 1 & \cos(\psi_2) & \sin(\psi_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos(\psi_N) & \sin(\psi_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

La solución a este sistema lineal está dada por la solución a un sistema de la forma $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, donde $\mathbf{x} = (\mathbf{A}^t \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^t \mathbf{b}$, siendo

$$A^t A = \begin{pmatrix} N & \sum \cos(\psi_k) & \sum \sin(\psi_k) \\ \sum \cos(\psi_k) & \sum \cos^2(\psi_k) & \sum \cos(\psi_k) \sin(\psi_k) \\ \sum \sin(\psi_k) & \sum \sin(\psi_k) \cos(\psi_k) & \sum \sin^2(\psi_k) \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

y

$$A^t b = \begin{bmatrix} \sum \hat{I}_k \\ \sum \hat{I}_k \cos(\psi_k) \\ \sum \hat{I}_k \sin(\psi_k) \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Finalmente, la solución al sistema es simplificada obteniendo la expresión,

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{a_2}{a_1}\right) = -\arctan\left(\frac{\sum_{k=1}^N I_k \sin(\psi_k)}{\sum_{k=1}^N I_k \cos(\psi_k)}\right). \quad (2.33)$$

La modulación está dada por

$$b(x, y) = \frac{\sqrt{\left(\sum_{k=1}^N I_k \sin(\psi_k)\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^N I_k \cos(\psi_k)\right)^2}}{N}. \quad (2.34)$$

2.3 Técnicas de desenvolvimiento de fase

Las técnicas de extracción de fase, descritas en la sección anterior, recuperan una fase discontinua $\phi(x, y)$, envuelta entre valor de $(-\pi, \pi]$, con discontinuidades de 2π . Para el análisis 3D es necesario obtener una fase continua, la cual no presente ambigüedades en los valores (Pritt y Ghiglia, 1998). El proceso de desenvolvimiento de fase consiste en identificar las discontinuidades sobre $\phi(x, y)$ y adicionar valores de 2π a la fase discontinua con tal de obtener una fase continua $\Phi(x, y)$, esta relación puede ser expresada matemáticamente como,

$$\Phi(x, y) = \phi(x, y) + 2\pi K(x, y), \quad (2.35)$$

donde $K(x, y)$ es una función escalón entera apropiada para eliminar discontinuidades. En la figura 2.5 se muestra gráficamente el procedimiento de desenvolvimiento de fase en una señal 1-D, donde inicialmente se tiene una función ϕ que presenta discontinuidades en valores de $(-\pi, \pi]$ y luego al sumar una adecuada función escalón $2\pi K(x, y)$ se obtiene una función continua, como se observa el perfil resultante Φ .

2.3.1 Desenvolvimiento bidimensional

Cuando se desea realizar un desenvolvimiento en una imagen (señal 2-D), es necesario aplicar un desenvolvimiento en las dos direcciones de las imágenes. En este caso se puede realizar un doble desenvolvimiento unidimensional, partiendo sobre un punto inicial sobre la imagen y se identifican los saltos de fase analizando los píxeles vecinos de la imagen. Se debe tener en cuenta que la franja que contiene al punto inicial, tendrá valores de fase entre $(-\pi, \pi]$, correspondiente a un valor de $K(x, y) = 0$, o bien, en este punto, el valor de fase continua Φ es igual al valor de fase discontinua ϕ . En la Figura 2.6(a) se muestra la fase discontinua extraída de un plano experimental, en las figuras 2.6(a) y (c) se muestran las fases continuas obtenidas a partir de hacer un desenvolvimiento de fase en los puntos (90,201) y (150,201), respectivamente. Note que el valor de fase en estos puntos se encuentra comprendido entre $\pm\pi$. A estas fases que son desenvueltas a partir de un punto arbitrario se conoce como fases relativas. Para obtener una fase absoluta en este tipo de desenvolvimiento, es necesario proyectar una línea de referencia y hacer el desenvolvimiento a partir de un punto sobre la línea proyectada.

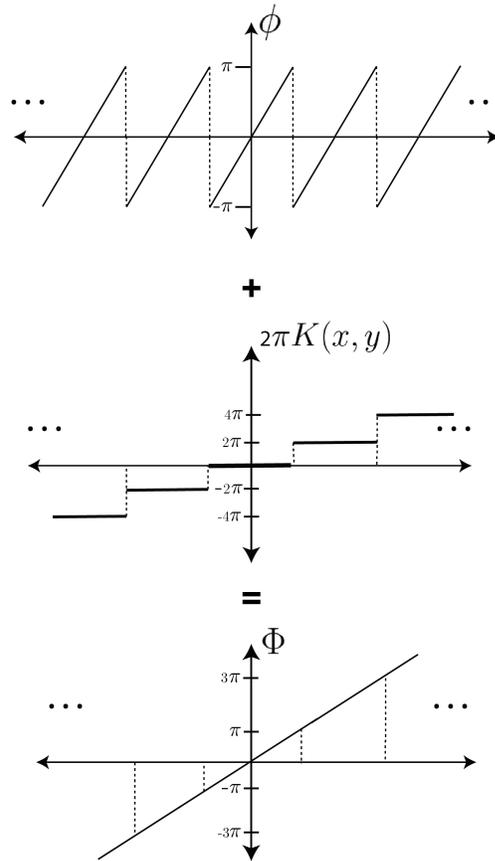


Figura 2.5: Desenvolvimiento de fase para una señal 1D.

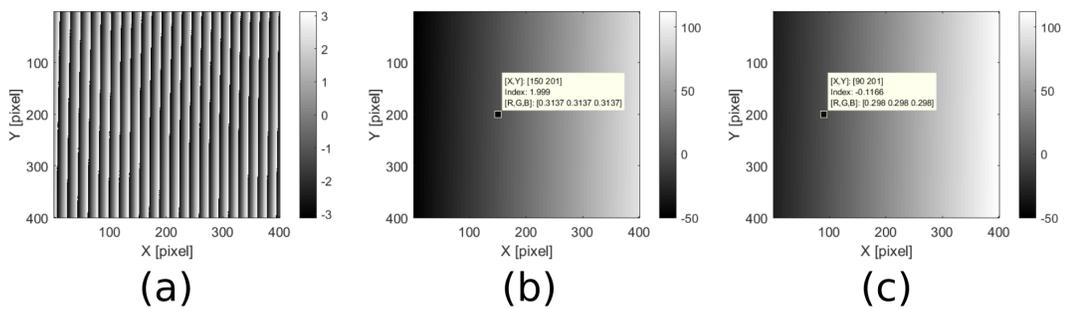


Figura 2.6: (a) Fase discontinua de un plano experimental. (b) Fase continua relativa del plano, haciendo un desenvolvimiento en el punto (90,201). (c) Fase continua relativa del plano, haciendo un desenvolvimiento 2D en el punto (150,201).

2.3.2 Desenvolvimiento temporal por codificación binaria

Debido a que el procedimiento de desenvolvimiento bidimensional es realizado espacialmente, algunos problemas en el mapa de fase discontinua pueden generar errores de desenvolvimiento. En su mayoría, los errores se deben a discontinuidades en fase debido a transiciones abruptas de la superficie del objeto de estudio, presencia de sombras o brillos en la superficie (Su y Chen, 2004). Para solucionar estos errores, se han propuesto numerosos algoritmos de desenvolvimientos de fase cada vez más robustos, los cuales están basados en el análisis de residuos de fase (Goldstein y col., 1988) y otros están basados en la combinación con otras técnicas de proyección (Salvi y col., 2004).

En este trabajo, se hace uso del método de desenvolvimiento de fase basado en codificación binaria, el cual consiste en proyectar y capturar patrones de franjas con frecuencias de base 2 (Wang y Zhang, 2012), como se muestran en la Figura 2.7. Para cada patrón de franja se debe calcular la fase discontinua usando los métodos descritos en la Sección 2.2. Una vez calculada la fase discontinua $\phi_k(x, y)$ para cada patrón con frecuencia 2^k , la fase desenvuelta se calcula utilizando el Algoritmo 1. En la Figura 2.8 se muestran las fases discontinuas de los patrones de franjas mostrado en la Figura 2.7 y la fase continua obtenida al hacer desenvolvimiento de fase temporal. Esta fase continua obtenida, se conoce como fase absoluta, ya que el origen de la fase desenvuelta se corresponde al origen establecido al realizar la proyección de franjas.

Algoritmo 1: Algoritmo de desenvolvimiento por codificación binaria.

Entrada: Fases discontinuas : ϕ_k

Salida: Fase continua absoluta : Φ_a

1: Inicializar $\Phi_a = \phi_0$

2: **para** $k=1:K$ **hacer**

3: $\Delta\phi = \phi_k - \phi_{k-1}$

4: $\Phi_a = \Phi_a + \Delta\phi + 2\pi \text{round} \left(\frac{\Phi_a - \Delta\phi}{2\pi} \right)$

5: **fin para**

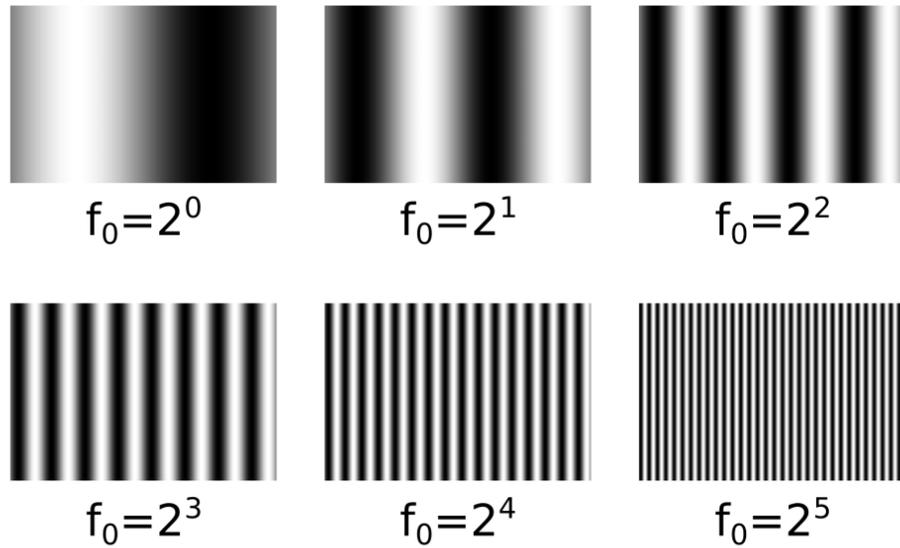


Figura 2.7: Patrones de franjas con variación de frecuencia 2^k .

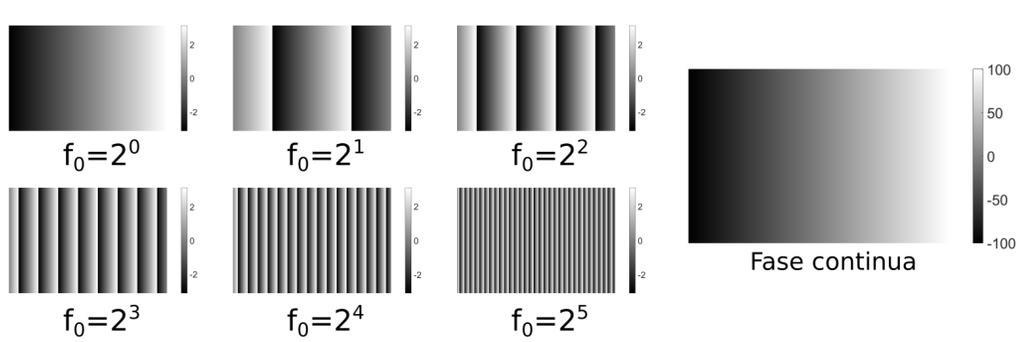


Figura 2.8: Fases discontinuas extraídas de los patrones de franjas mostrados en la Figura 2.7 y la fase continua absoluta obtenida por desenvolvimiento por codificación binaria.

Modelos de calibración en un sistema de reconstrucción 3D por proyección de franjas

El proceso de calibración es una de las etapas más importante en los métodos por proyección de franjas, ya que en esta se garantiza la precisión y exactitud de las reconstrucciones obtenidas en unidades métricas. Para realizar el proceso de calibración, proponemos una metodología general de calibración con 4 pasos, la cual se muestra en la Figura 3.1. El Paso I consiste en proponer un modelo de calibración que describa el sistema, considerando algunos requerimientos metrológicos como rapidez, robustez, precisión, flexibilidad, escala de reconstrucción, entre otros. Algunos autores han propuesto usar varios modelos de calibración basados en funciones de ajuste polinomiales o racionales (Huntley y Saldner, 1993; Liu y col., 2003), de interpolación bilineal usando tablas de búsqueda Merner y col., 2013 y triangulación estéreo (Zhang y Huang, 2006; Li y col., 2016; Arciniegas y col., 2015). Estos modelos requieren de diferentes técnicas o estrategias que permitan relacionar las coordenadas métricas con valores de fase. En el Paso II, debemos seleccionar o diseñar una técnica que permita obtener los parámetros del modelo propuesto, teniendo en cuenta las características de los elementos utilizados en el montaje experimental, tales como tipo de proyector y el tipo de cámara. Estas estrategias por lo general se basan en proyectar y capturar patrones de franjas sobre objetos tridimensionales (Hu y col., 2003) o sobre tablas de calibración (Huang y col., 2015; Hu y col., 2003), con dimensiones conocidas con alta precisión. En algunos casos, es necesario hacer desplazamientos de los objetos dentro de un espacio tridimensional, conocido como volumen de calibración. El propósito en este paso es obtener una relación entre el sistema coordenado métrico y las imágenes de fase capturadas por la cámara. En el Paso III se deben calcular los parámetros que hacen parte del modelo propuesto y que mejor represente los datos obtenidos en el paso anterior. Por ultimo, en el Paso IV, debemos encontrar unas expresiones matemáticas que permitan convertir las imágenes de mapas de fase a coordenadas XYZ.

En este capítulo presentamos los modelos más utilizados en la calibración de un sistema de reconstrucción por proyección de franjas. En el cual se define el modelo de cámara

pinhole, utilizado para describir y modelar cámaras y proyectores. Se presenta también el modelo de distorsión de lentes, utilizado para describir la no linealidad de los sistemas ópticos. Describimos los modelos de triangulación y de regresión, utilizados para calibrar todo el sistema de reconstrucción.

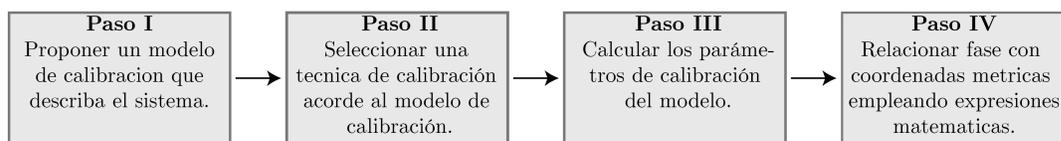


Figura 3.1: Metodología general de calibración.

3.1 Modelo de cámara Pinhole

El sistema formador imagen se suele modelar mediante el modelo de cámara pinhole (Hartley y Zisserman, 2003), en el cual un punto en el espacio tridimensional X_w es proyectado a un *plano imagen*, donde es formada la imagen en la cámara, tal como se muestra en la Figura 3.2. Los rayos de proyección de los puntos se interceptan en un mismo punto en común denominado centro de la cámara. El punto de intercepto entre plano imagen y un vector perpendicular al plano que pasa por el centro de la cámara se conoce como punto principal, el cual coincide idealmente con el centro del plano imagen. La distancia entre el centro de la cámara y el punto principal se conoce como distancia focal. A pesar de que este modelo tradicionalmente se usa para modelar cámaras; también es utilizado para modelar proyectores, para este caso se considera el proyector como una cámara inversa, en la cual también son válidos los principios de proyección.

La relación de proyección del punto tridimensional (x_w, y_w, z_w) y el plano imagen (u, v) En la Figura 3.2 puede ser establecida matricialmente utilizando el concepto de geometría proyectiva como,

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}^c \mathbf{M}_w \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (3.1)$$

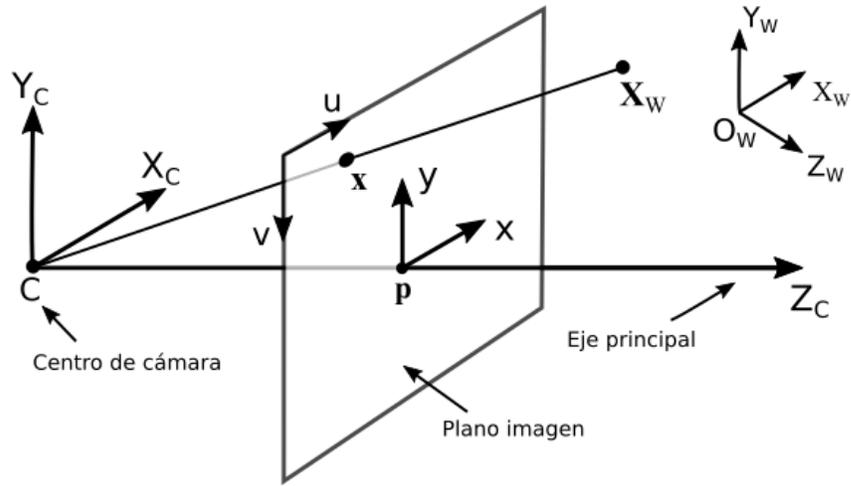


Figura 3.2: Modelo de cámara pinhole.

donde s denota un factor de escalamiento, \mathbf{K} es conocida como la matriz de calibración de cámara, dada por,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_u & \gamma & c_u \\ 0 & f_v & c_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

aquí, f_u y f_v representan las longitudes focales normalizadas de la cámara en las direcciones u y v , respectivamente; (c_u, c_v) son las coordenadas en píxel del punto principal en el plano imagen y γ es un parámetro que describe la asimetría entre los dos ejes del plano imagen. ${}^c\mathbf{M}_w$ representa una matriz de transformación homogénea que relaciona el sistema coordenado del mundo (X_w, Y_w, Z_w) y el sistema coordenado de la cámara (X_c, Y_c, Z_c) , esta matriz está definida como

$${}^c\mathbf{M}_w = [\mathbf{R}, \mathbf{t}], \quad (3.3)$$

donde \mathbf{t} es un vector de translación en \mathbb{R}^3 y \mathbf{R} es una matriz de rotación de tres grados de libertad, la cual puede ser descrita por rotaciones absolutas en tres ejes coordenados fijos como,

$$\mathbf{R}(\theta_x, \theta_y, \theta_z) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_z) & -\text{sen}(\theta_z) & 0 \\ \text{sen}(\theta_z) & \cos(\theta_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta_y) & 0 & \text{sen}(\theta_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\theta_y) & 0 & \cos(\theta_y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_x) & -\text{sen}(\theta_x) \\ 0 & \text{sen}(\theta_x) & \cos(\theta_x) \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

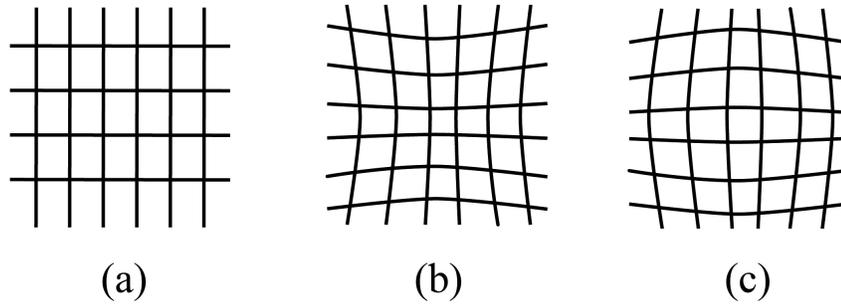


Figura 3.3: (a) Líneas paralelas sin distorsión. (b) Líneas paralelas con distorsión tipo cojín. (c) Líneas paralelas con distorsión tipo barril.

3.1.1 Modelo de distorsión de lentes

Los lentes de los sistemas ópticos pueden tener distorsiones, las cuales introducen factores no lineales al modelo proyectivo. Esto provoca que al fotografiar unas líneas paralelas en \mathbb{R}^3 como se muestra en la Figura 3.3(a), se obtengan unas líneas como se muestra en la Figura 3.3(b) o la Figura 3.3(c), las cuales se corresponden a distorsiones tipo cojín y tipo barril, respectivamente.

Estas distorsiones ocasionan que estos puntos sean proyectados en posiciones desviadas al punto ideal de proyección. Estas distorsiones se encuentran presentes en sistemas ópticos de cámaras y proyectores. En la Figura 3.4 se muestra un sistema de triangulación de una cámara y un proyector. En esta configuración, si un punto con coordenadas (X, Y, Z) es proyectado usando el modelo de geometría proyectiva, las coordenadas de este punto en los planos imagen de la cámara y el proyector serían (u^c, v^c) y (u^p, v^p) , respectivamente. Sin embargo, cuando existen distorsiones de lente este punto ideal es desplazado a (u_d^c, v_d^c) y (u_d^p, v_d^p) . Este desplazamiento genera que un punto reproyectado al espacio tridimensional se ubique en una posición (X_d, Y_d, Z_d) , lo cual difiere de su posición real (X, Y, Z) .

Las distorsiones geométricas son clasificadas como distorsión radial y tangencial; la primera surge principalmente de un pulido defectuoso de las lentes y la segunda de una mala alineación de los elementos ópticos (Slama, 1980). Muchas veces los efectos de distorsión radial son mucho mayores que los tangenciales, siendo estos últimos normalmente despreciados (Heikkila y Silven, 1997). Considerando un punto sin presencia de distorsión (u_n, v_n) en coordenadas normalizadas y su respectiva coordenada

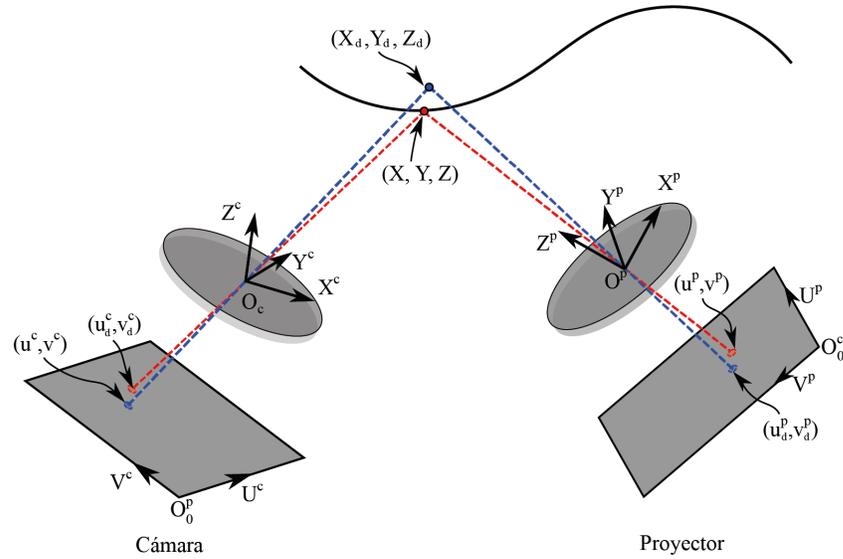


Figura 3.4: Modelo de proyección en un sistema cámara-proyector con incidencia de distorsiones geométricas.

luego de distorsionado (u_d, v_d) , esta distorsión puede ser modelada por la expresión (Heikkila y Silven, 1997),

$$\begin{bmatrix} u_d \\ v_d \end{bmatrix} = (1 + k_1 r_n^2 + k_2 r_n^4 + k_3 r_n^6) \begin{bmatrix} u_n \\ v_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2p_1 u_n v_n + p_2 (r_n^2 + 2u_n^2) \\ 2p_2 u_n v_n + p_1 (r_n^2 + 2v_n^2) \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

$$r_n^2 = u_n^2 + v_n^2$$

donde $[k_1, k_2, k_3]$ hacen referencia a coeficientes de distorsión radial y $[p_1, p_2]$ se corresponden a los coeficientes de distorsión tangencial. Debido a que esta expresión no es invertible, en Heikkila y Silven, 1997 se propone un proceso de corrección de distorsión es realizado mediante un proceso iterativo que permita obtener u_n y v_n .

3.1.2 Calibración experimental de una cámara

La calibración de una cámara consiste en calcular sus parámetros intrínsecos, representados por la matriz \mathbf{K} mostrada en la ecuación (3.2). Existen diferentes técnicas de calibración de cámara que permite calcular estos parámetros; sin embargo, la técnica mayormente adoptada es propuesta por Zhang, 2000, la cual utiliza un patrón ajedrezado con cuadros de dos colores, el cual puede ser impreso por una impresora convencional y pegado sobre una superficie plana. En esta técnica, es necesario capturar el patrón en por lo menos dos posiciones diferentes arbitrarias, garantizando gran flexibilidad y un

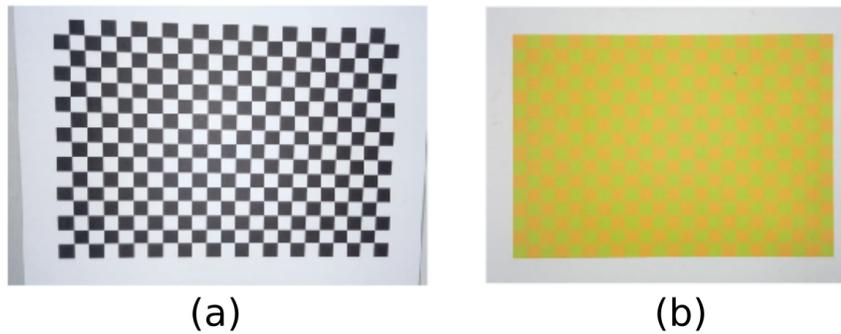


Figura 3.5: cuadrículas empleadas en la calibración de cámara. (a) cuadrícula blanco y negro. (b) cuadrícula cromática con cuadros verdes y naranjas.

bajo costo de implementación, en comparación con otras técnicas de calibración que requieren sistemas de desplazamiento costosos y montajes experimentales muy elaborados. Los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara son calculados linealmente y luego se emplea un proceso iterativo en el que optimizan los parámetros del modelo, disminuyendo el error de reproyección del sistema. En el caso que el modelo incluya el modelo de distorsión, el algoritmo calcula una solución lineal para luego utilizarlos como inicialización en el proceso iterativo con el modelo de distorsión.

Algunos algoritmos basados en la técnica de Zhang han sido desarrollados en software como Matlab para facilitar el proceso de obtención de los parámetros, entre los cuales podemos encontrar el *Toolbox Camera Calibración por Bouguet, 2000 (CCBT)* y el *Toolbox Computer Vision System (CVST)* propio de Matlab. Ambos Toolboxes permiten obtener de forma sencilla los parámetros de la cámara; sin embargo, CCBT permite tener mayor accesibilidad para modificar el código fuente y controlar diferentes parámetros del modelo de calibración tales como el número de coeficientes de distorsión, la inclusión del parámetro de oblicuidad, entre otros. Por otra parte, CVST ofrece una ventaja frente a CCBT ya que algunos procedimientos como la detección de esquinas de las cuadrículas son realizados de forma automática, obteniendo mayor celeridad en el proceso y una mayor robustez a errores. En este trabajo empleamos ambos toolboxes para llevar a cabo la calibración de una cámara; CVST es usado para detectar automáticamente las esquinas de las cuadrículas y posteriormente utilizamos CCBT para hacer la calibración de la cámara.

En esta sección evaluamos la calibración de una cámara monocromática Basler ac-1300gm con un objetivo EDMUND OPTICS 12mm/F1.8. En el proceso de calibración utilizamos una cuadrícula ajedrezada con cuadros blancos y negros y una cuadrícula con cuadros naranja y verde (usada para calibrar proyectores), como se muestra en

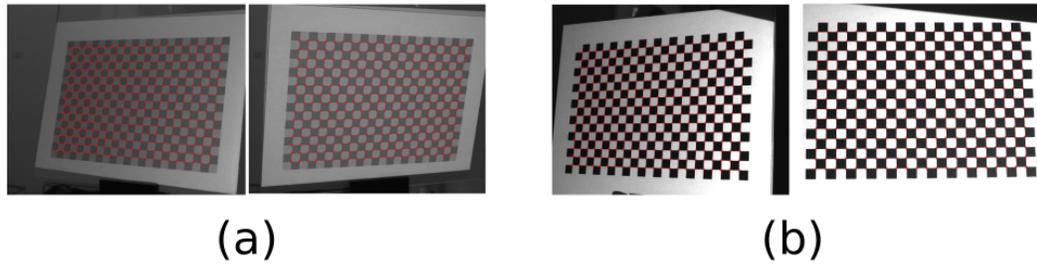


Figura 3.6: Imágenes capturadas de la cuadrícula con detección de esquinas usando CVST. (a) cuadrícula cromática con proyección de luz roja. (b) cuadrícula blanco y negro con proyección de luz blanca.

Parámetro	cuadrícula color	cuadrícula B&N
$[f_u, f_v]/\text{píxel}$	$[2264.6 \ 2266.9] \pm [2.2 \ 2.3]$	$[2277.8 \ 2277.0] \pm [1.3 \ 1.3]$
$[c_u, c_v]/\text{píxel}$	$[599.3 \ 490.8] \pm [2.0 \ 1.2]$	$[653.5 \ 503.3] \pm [1.1 \ 0.7]$
γ	0	0
$[k_1, k_2]$	$[-0.188 \ 0.227] \pm [0.01 \ 0.031]$	$[-0.112 \ 0.171] \pm [0.002 \ 0.019]$
$[p_1, p_2]$	$[-0.0020 \ -0.0021] \pm [0.0001 \ 0.0002]$	$[-0.0032 \ 0.0031] \pm [0.0001 \ 0.0001]$
$\sigma/\text{píxel}$	0.133	0.166

Tabla 3.1: Parámetros intrínsecos de una cámara, calculados con una cuadrícula con cuadros blancos y negros y una cuadrícula cromática.

la Figura 3.5. La cuadrícula fue iluminada con luz roja y se capturaron 20 imágenes en 20 posiciones diferentes, y se detectaron las esquinas de la cuadrícula en cada posición utilizando CVST. En la Figura 3.6 se muestran dos posiciones para las dos cuadrículas empleadas y se muestra la posición de las esquinas detectadas en cada caso. En la Tabla 3.1 se muestran los parámetros intrínsecos de la cámara junto a sus respectivas incertidumbres, obtenidos utilizando CCBT para cada cuadrícula. En el modelo de cámara considerado no fue incluido el parámetro Skew γ , y se estimaron dos coeficientes de distorsión radial y dos tangencial. Los resultados muestran que existe una variación en los parámetros estimados cuando se utilizan cuadrículas diferentes. Esta diferencia es debido al contraste entre los cuadros, ya que un buen contraste entre los colores de la cuadrícula permite una detección de esquinas más precisas. Esto se evidencia al observar que para la calibración con una cuadrícula a blanco y negro, la cual posee mayor contraste entre colores, se obtiene un menor error de reproyección σ y una menor incertidumbre en los parámetros.

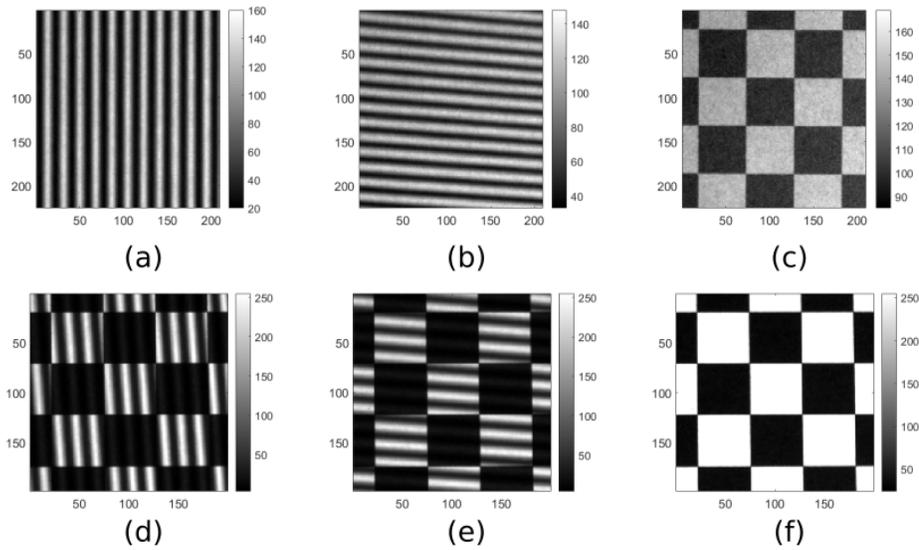


Figura 3.7: (a) y (b) son franjas verticales y horizontales proyectadas sobre una sección de una cuadrícula cromática. (c) imagen de la cuadrícula cromática cuando se proyectan luz roja. (d) y (e) franjas verticales y horizontales proyectadas sobre una sección de una cuadrícula B&N. (f) sección de una cuadrícula B&N capturada al proyectar luz blanca.

3.1.3 Calibración experimental de un proyector

Algunos sistemas metrológicos que emplean sistemas de proyección digital, requieren una caracterización de este sistema. En perfilometría por proyección de franjas, varios trabajos han sido desarrollados alrededor de la calibración del sistema de proyección. En Zhang y Huang, 2006, modelan un vídeo proyector utilizando el modelo pinhole, usado normalmente para calibrar cámaras. Sin embargo, el proceso de calibración no puede realizarse de forma directa debido a la falta de información digital para relacionar directamente el plano imagen del proyector con el sistema coordenado del mundo. En consecuencia, las técnicas de calibración de proyectores requieren proyectar patrones sobre un plano de calibración y de una cámara para capturar estos patrones.

Algunas técnicas de calibración propuestas para calibrar un proyector utilizan planos de calibración con cuadrículas (Zhang y col., 2017) o círculos (Huang y col., 2015; Chen y col., 2016; Li y col., 2007). En Zhang y Huang, 2006 proponen utilizar una cuadrícula cromática con dos colores (Naranja y verde) y una cámara monocromática. Los colores de la cuadrícula tienen la característica de tener el mismo valor de intensidad en la cámara monocromática cuando se proyectan patrones de franjas en escala de grises, tal como se muestra en las Figuras 3.7(a) y (b). Sin embargo, cuando se proyecta luz

Algoritmo 2: Algoritmo para calcular las coordenadas de las esquinas de las cuadrículas en el plano imagen del proyector.

Entrada: $(\hat{u}_c, \hat{v}_c), \Phi_u(u_c, v_c), \Phi_v(u_c, v_c)$

Salida: (\hat{u}_p, \hat{v}_p)

- 1: Establezca una función de fase Φ que varíe espacialmente en función de (u_c, v_c) .
- 2: Calcule los coeficientes a_i por mínimos cuadrados utilizando el mapa de fase Φ_u
- 3: Obtenga el valor de fase para las coordenadas píxel de las esquinas de las cuadrículas, como

$$\hat{\Phi}_u = \Phi_u(\hat{u}_c, \hat{v}_c)$$

- 4: Realizar los procedimientos anteriores para $\Phi_v(u_c, v_c)$ y obtenga

$$\hat{\Phi}_v = \Phi_v(\hat{u}_c, \hat{v}_c)$$

- 5: Convierta los valores de fase absoluta de las esquinas en coordenadas píxel del proyector como,

$$\hat{u}_p = \frac{P_u}{2\pi} \hat{\Phi}_u + \frac{W}{2}$$

$$\hat{v}_p = \frac{P_v}{2\pi} \hat{\Phi}_v + \frac{H}{2}$$

roja sobre la cuadrícula, se aumenta el contraste de los cuadros y estos pueden ser detectados en la cámara, tal como se muestra en la Figura 3.7(c). Otras técnicas de calibración emplean cuadrículas convencionales a blanco y negro (Figura 3.7(d)) en la cual son proyectados patrones de franjas sinusoidales verticales y horizontales, como se muestra en las Figuras 3.7(e) y (f), respectivamente. Estos planos son ubicados en diferentes posiciones y orientaciones como si se tratase de una calibración convencional de cámara. En cada posición se captura una imagen de la cuadrícula y se extraen los mapas de fase absoluta utilizando los patrones de franjas verticales (Φ_u) y horizontales (Φ_v) proyectados sobre el plano. Los valores de fase absoluta pueden ser relacionados con las coordenadas píxel (u_p, v_p) del plano imagen del proyector por medio de las ecuaciones,

$$u_p = \frac{P_u}{2\pi} \Phi_u + \frac{W}{2}, \quad (3.6)$$

$$v_p = \frac{P_v}{2\pi} \Phi_v + \frac{H}{2}, \quad (3.7)$$

donde P_u y P_v son los periodos de los patrones de franjas verticales y horizontales, respectivamente; W es el número de columnas y H el número filas de la resolución nativa del proyector.

Al igual que en la calibración de una cámara, para obtener los parámetros del proyector se necesita establecer una relación entre las coordenadas píxel del proyector y las coordenadas métricas de los planos de calibración. Para ello, primero debemos detectar

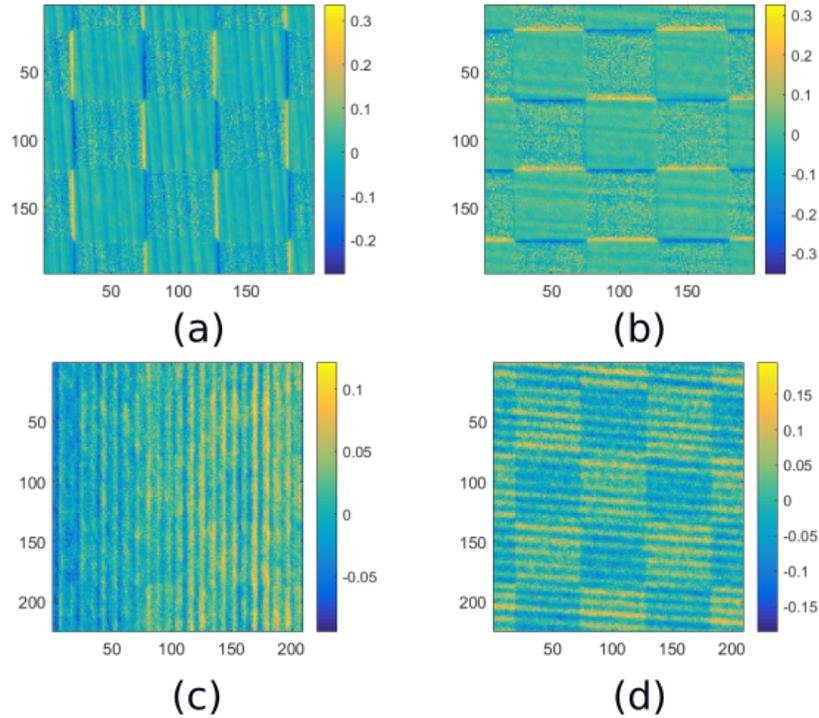


Figura 3.8: Diferencias entre fases experimentales y la fase estimada por ajuste racional. (a) y (b) son las diferencias entre la fase experimental y la fase ajustada a una función racional, proyectando franjas verticales y horizontales sobre una cuadrícula B&N. (c) y (d) son las diferencias entre la fase experimental y la fase ajustada a una función racional, proyectando franjas verticales y horizontales sobre una cuadrícula cromática.

las coordenadas de las esquinas de las cuadrículas en las imágenes capturadas de estas en precisión subpíxel. Luego, debemos calcular el valor de fase absoluta $\hat{\Phi}_u$ y $\hat{\Phi}_v$ correspondiente a cada esquina. Sin embargo, este valor debe ser interpolado debido a que la posición de la esquina es detectada en precisión subpíxel, mientras que los mapas de fases son calculados en precisión píxel. Algunos autores proponen emplear métodos de interpolación de fase basado en homografías globales, homografías locales o interpolaciones bilineales con píxeles adyacentes. En este documento, realizamos el proceso de interpolación por medio del Algoritmo 2, en el cual se tiene como entrada las coordenadas de las esquinas de las cuadrículas (\hat{u}_c, \hat{v}_c) y los mapas de fases extraídos para cada cuadrícula $\Phi_u(u_c, v_c)$ y $\Phi_v(u_c, v_c)$ y como variables de salida, obtenemos las coordenadas de las esquinas de las cuadrículas en el plano imagen del proyector (\hat{u}_p, \hat{v}_p) . En la línea 1 del Algoritmo es necesario establecer una función matemática 2D que describa los mapas de fase en función a las coordenadas (u_c, v_c) , estas funciones pueden

Parámetro	PM0	PM1
$[f_u, f_v]/\text{píxel}$	$[1956.7 \ 1960.1] \pm [3.1 \ 3.1]$	$[1941.5 \ 1941.4] \pm [3.1 \ 3.1]$
$[c_u, c_v]/\text{píxel}$	$[644.3 \ 790.5] \pm [0.9 \ 1.1]$	$[610.1 \ 799.0] \pm [1.4 \ 1.2]$
γ	0	0
$[k_1, k_2]$	[0 0]	$[-0.007 \ -0.094] \pm [0.002 \ 0.005]$
$[p_1, p_2]$	[0 0]	$[-0.003 \ -0.004] \pm [0.001 \ 0.001]$
$\sigma/\text{píxel}$	0.198	0.123

Tabla 3.2: Parámetros intrínsecos de un proyector, calculados con una cuadrícula cromática. **PM0:** Modelo de proyector sin tener en cuenta distorsiones. **PM1:** Modelo de proyector teniendo en cuenta dos coeficientes de distorsión radial y dos tangencial.

ser polinomiales o racionales. En este documento, utilizamos un ajuste a una función racional dada por

$$\Phi_u(u_c, v_c) = \frac{a_1 + a_2u_c + a_3v_c + a_4u_c^2 + a_5u_cv_c + a_6v_c^2}{1 + a_7u_c + a_8v_c + a_9u_c^2 + a_{10}u_cv_c + a_{11}v_c^2}. \quad (3.8)$$

En la Figura 3.8(a) se muestra la diferencia entre la fase experimental Φ_u y su respectiva función de ajuste $\hat{\Phi}_u$ para la cuadrícula B&N. Observamos que existen saltos de fases en los bordes y esquinas de las cuadrículas, con una magnitud de aproximada de ± 0.3 radianes. Estos errores también ocurre con la fase Φ_v , como se muestra en la Figura 3.8(b). Estos saltos de fase en los bordes de los cuadros pueden generar errores en la estimación de la fase de las esquinas de las cuadrículas, conllevando a una mala correspondencia en el plano imagen del proyector y posteriormente una mala calibración del mismo. Para evitar estos inconvenientes se suele emplear una cuadrícula cromática, ya que como se muestra en las Figuras 3.8(c) y (d), los saltos de fase en los bordes son reducidos. Estos problemas se generan cuando se tiene un alto contraste de los colores del patrón ajedrezado, de modo que se creería que un bajo contraste de colores solucionaría el inconveniente y se obtendría una mayor precisión en la calibración. Sin embargo, en la Sección 3.1.2 se muestra que el contraste de la cuadrícula es importante para hacer una buena detección de sus esquinas en la imagen y obtener menor incertidumbre en la estimación de los parámetros del sistema.

En la Tabla 3.2 se muestran los parámetros intrínsecos del proyector obtenidos al emplear la cuadrícula cromática. Estimamos dos grupos de parámetros intrínsecos correspondientes a un modelo de calibración sin distorsiones de lentes (PM0) y otro considerando un modelo con distorsión geométrica y tangencial (PM1). Estos parámetros fueron obtenidos mediante CCBT utilizando las coordenadas de las esquinas de las cuadrículas (\hat{u}_p, \hat{v}_p) y sus respectivas coordenadas en el sistema coordenado del modelo.

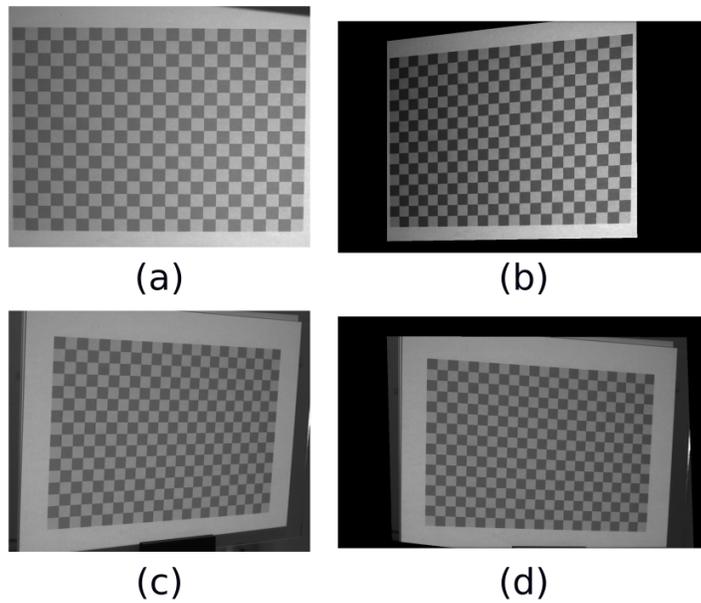


Figura 3.9: Seudoimágenes calculadas a partir de la correspondencia de la cuadrícula en el plano imagen del proyector. (a) y (c) cuadrículas capturadas en distintas posiciones y (b) y (d) son sus respectivas seudoimágenes generadas estimando una homografía global.

Según los parámetros intrínsecos obtenidos, a diferencia de la cámara, el punto principal del proyector se ubica casi por fuera del plano imagen en la coordenada c_v . Esto es un resultado esperado ya que el proyector está diseñado para hacer una proyección fuera de eje (Zhang y Su, 2005). En las Figuras 3.9(a) y (c) se muestran dos imágenes capturadas de la cuadrícula en diferentes posiciones, en las Figuras 3.9(b) y (d) se muestra la proyección de la cuadrícula en el plano imagen del proyector, lo cual se correspondería a una fotografía capturada por el proyector como si se tratase de una cámara. Estas seudoimágenes son generadas utilizando una homografía global propuesta por Zhang y Huang, 2006. En el caso de la calibración del proyector empleando la cuadrícula B&N, en la Sección 4.4 se mostrarán los resultados de la calibración, a su vez proponemos una estrategia para calcular el valor de fase de las esquinas de las cuadrículas sin que los saltos de fases afecten su estimación.

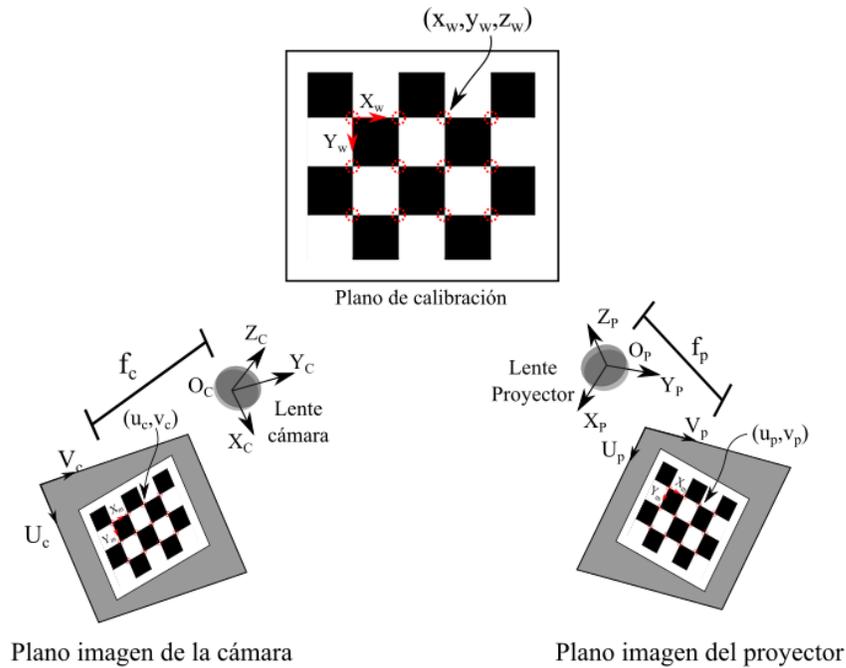


Figura 3.10: Modelo de triangulación de un sistema cámara-proyector

3.2 Modelo de triangulación en un sistema cámara-proyector

El modelo de triangulación permite recuperar la información de profundidad de un punto utilizando varios sistemas de visión. Sin embargo, cuando se emplea un proyector, este debe ser tratado como una cámara inversa (Li y col., 2014). En la Figura 3.10 se muestra la configuración de un sistema cámara-proyector simple, en el cual un punto con coordenadas (x_w, y_w, z_w) es proyectado sobre los planos imagen de la cámara y proyector. El punto se proyecta sobre el plano imagen de la cámara en las coordenadas (u_p, v_p) y en el plano imagen del proyector en (u_p, v_p) . Utilizando el modelo descrito en la ecuación 3.1, tenemos que la relación entre las coordenadas 3D y los planos imagen de las cámaras está dada por las siguientes ecuaciones,

$$s_c \begin{bmatrix} u_c \\ v_c \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_c^c \mathbf{M}_w \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

$$s_p \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_p {}^p\mathbf{M}_w \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

donde \mathbf{K}_c y \mathbf{K}_p se corresponden a las matrices de parámetros intrínsecos de la cámara y el proyector, respectivamente; ${}^c\mathbf{M}_w$ y ${}^p\mathbf{M}_w$ son las matrices de transformación entre los sistemas coordenados del mundo a los sistemas de referencias de la cámara y el proyector, respectivamente; s_c y s_p son factores de escala.

Los parámetros del modelo pueden ser hallados utilizando las funciones de CCBT y CVST. Sin embargo, CVST calcula directamente un modelo de triangulación con un mínimo de dos coeficientes de distorsión radial para cada elemento del sistema estéreo. Mientras que CCBT permite modificar de forma independiente el número de coeficientes de distorsión de cada elemento. De este modo, este Toolbox es utilizado este trabajo para realizar las calibraciones de los sistemas de reconstrucción y evaluar diferentes variantes del modelo de triangulación.

En las siguientes dos secciones se detalla el proceso de reconstrucción 3D, el cual consiste en obtener las coordenadas (x_w, y_w, z_w) de un punto en el espacio, conociendo sus coordenadas (u_c, v_c) y (u_p, v_p) . El proceso puede realizarse de forma lineal (Sección 3.2.1); o no lineal, incluyendo el modelo de distorsión de lentes (Sección 3.2.2).

3.2.1 Reconstrucción por modelo lineal

La recuperación de las coordenadas (x_w, y_w, z_w) puede ser establecida utilizando directamente las ecuaciones (3.9) y (3.10) y expresando la solución como un sistema de tres ecuaciones lineales de la forma,

$$f_1(x_w, y_w, z_w, u_c) = 0, \quad (3.11)$$

$$f_2(x_w, y_w, z_w, v_c) = 0, \quad (3.12)$$

$$f_3(x_w, y_w, z_w, u_p) = 0. \quad (3.13)$$

Para encontrar estas relaciones, primero se hace la suposición que el sistema coordinado del mundo coincide con el sistema coordinado de la cámara, esto es,

$${}^c\mathbf{M}_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

y

$${}^p\mathbf{M}_w = {}^p\mathbf{M}_c, \quad (3.15)$$

donde ${}^p\mathbf{M}_c$ es la matriz de transformación entre el sistema coordinado de la cámara y el sistema coordinado del proyector. Luego, la ecuación (3.9) se multiplica por \mathbf{K}_c^{-1} y la ecuación (3.10) es multiplicada por \mathbf{K}_p^{-1} , obteniendo,

$$s_c \begin{bmatrix} u_c^d \\ v_c^d \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

$$s_p \begin{bmatrix} u_p^d \\ v_p^d \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

donde,

$$\begin{bmatrix} u_c^d \\ v_c^d \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_c^{-1} \begin{bmatrix} u_c \\ v_c \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

y

$$\begin{bmatrix} u_p^d \\ v_p^d \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_p^{-1} \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

se corresponden a las coordenadas normalizadas. A partir de las ecuaciones (3.16) y (3.17) podemos plantear la siguientes ecuaciones lineales

$$x_w = s_c u_c^d, \quad (3.20)$$

$$y_w = s_c v_c^d, \quad (3.21)$$

$$s_c = z_w, \quad (3.22)$$

$$s_p u_p^d = m_{11} x_w + m_{12} y_w + m_{13} z_w + m_{14}, \quad (3.23)$$

$$s_p v_p^d = m_{21} x_w + m_{22} y_w + m_{23} z_w + m_{24}, \quad (3.24)$$

$$s_p = m_{31} x_w + m_{32} y_w + m_{33} z_w + m_{34}. \quad (3.25)$$

Estas ecuaciones lineales pueden ser reducidas a las siguientes ecuaciones:

$$x_w = z_w u_c^d, \quad (3.26)$$

$$y_w = z_w v_c^d, \quad (3.27)$$

$$(m_{11} - m_{31} u_p^d) x_w + (m_{12} - m_{32} u_p^d) y_w + (m_{13} - m_{33} u_p^d) z_w + (m_{14} - m_{34} u_p^d) = 0, \quad (3.28)$$

$$(m_{21} - m_{31} v_p^d) x_w + (m_{22} - m_{32} v_p^d) y_w + (m_{23} - m_{33} v_p^d) z_w + (m_{24} - m_{34} v_p^d) = 0. \quad (3.29)$$

Note que las ecuaciones (3.26)-(3.29) son lineales, y además el número de incógnitas (x_w, y_w, z_w) es menor al número total de ecuaciones totales. Por lo tanto, el sistema puede ser resuelto sin tener en cuenta una de las ecuaciones, por simplicidad se realiza la escogencia entre las ecuaciones (3.28) o (3.29). La ecuación escogida depende de la dirección de franjas proyectadas sobre el objeto: si se proyectan franjas verticales, se debe escoger (3.28), ya que ésta ecuación contiene la coordenada u_p^d ; mientras que para franjas horizontales se debe utilizar la ecuación (3.29), la cual relaciona la coordenada v_p^d del proyector. Utilizando las primeras tres ecuaciones podemos hallar una expresión para z_w como,

$$z_w = -\frac{m_{14} - m_{34} u_p^d}{(m_{11} - m_{31} u_p^d) u_c^d + (m_{12} - m_{32} u_p^d) v_c^d + m_{13} - m_{33} u_p^d}. \quad (3.30)$$

Es pertinente aclarar que este método de reconstrucción sólo puede ser aplicado cuando no se ha incluido el modelo de distorsión de lentes al modelo proyectivo.

3.2.2 Reconstrucción con compensación de distorsión

Para realizar una reconstrucción 3D compensando distorsiones geométricas, es necesario utilizar un modelo de calibración de cámaras que incluya un modelo de distorsión de

lentes. La recuperación de información tridimensional es realizada utilizando un proceso análogo al descrito en la sección anterior, con la variante de que las coordenadas normalizadas $[u_c^d, v_c^d, 1]^t$ y $[u_p^d, v_p^d, 1]^t$ deben ser corregidas utilizando el modelo de distorsión descrito en la sección 3.1.1, obteniendo unas coordenadas normalizadas sin distorsión $[u_c^n, v_c^n, 1]^t$ y $[u_p^n, v_p^n, 1]^t$. De este modo, si se desea compensar las distorsiones tanto de la cámara como del proyector, la ecuación (3.30) es modificada como,

$$z_w = -\frac{m_{14} - m_{34}u_p^n}{(m_{11} - m_{31}u_p^n)u_c^n + (m_{12} - m_{32}u_p^n)v_c^n + m_{13} - m_{33}u_p^n}. \quad (3.31)$$

Observe que para recuperar la coordenada z_w es necesario conocer sólo las coordenadas corregidas u_c^n , v_c^n y u_p^n . Sin embargo, para calcular cada una de estas coordenadas sin distorsión, deben ser conocidas las coordenadas distorsionadas en ambas direcciones. De modo que, para compensar las distorsiones del proyector utilizando el modelo de distorsión propuesto, es necesario proyectar franjas verticales y horizontales sobre el objeto.

3.3 Modelo de ajuste por regresión

Los modelos de regresión en un sistema de franjas establecen una relación experimental entre un sistema coordenado métrico tridimensional (X,Y,Z) y el mapa de fase continuo $\Phi_a(u_c, v_c)$ extraído de las imágenes de los patrones de franjas proyectados. La relación de la fase con la coordenadas Z se conoce como *calibración Fase-profundidad*, mientras que la relación con las coordenadas (X,Y) se conoce como *calibración transversal*. La representación matemática entre coordenadas puede ser representada por las siguientes ecuaciones,

$$x = f_1(\phi, u_c, v_c), \quad (3.32)$$

$$y = f_2(\phi, u_c, v_c), \quad (3.33)$$

$$z = f_3(\phi, u_c, v_c), \quad (3.34)$$

donde las funciones f_1 , f_2 y f_3 son funciones matemáticas las cuales pueden estar dadas por funciones lineales (Takeda y col., 1982), polinomiales (Burke y col., 2002; Chen y col., 2016), racionales (Guo y col., 2005; Zhou y col., 2014; Li y col., 2001), funciones de interpolación (Li y col., 2001).

3.3.1 Calibración Fase-profundidad

En el caso de la calibración Fase-profundidad, es común encontrar una relación matemática basada en funciones polinomiales de la forma (Merner y col., 2013),

$$z(u_c, v_c) = \sum_{i=1}^N a_i \Phi^i(u_c, v_c) + a_0, \quad (3.35)$$

donde N es el grado del polinomio; a_N, a_{N-1}, \dots, a_0 son los coeficientes de los términos del polinomio para cada píxel de la cámara, los cuales se corresponden a los parámetros del modelo de calibración. En varios trabajos se utilizan polinomios de segundo, quinto y octavo grado; sin embargo, el grado del polinomio depende de que tan bien representa la relación experimental Fase-profundidad obtenida.

Otra función frecuentemente usada en este tipo de calibración es la función racional, la cual está dada por la expresión matemática,

$$z(u_c, v_c) = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^N a_i \Phi^i(u_c, v_c)}{1 + \sum_{j=1}^M b_j \Phi^j(u_c, v_c)}, \quad (3.36)$$

la cual se corresponde a la división de dos polinomios de grados N y M . En este caso los parámetros del modelo son los coeficientes $[a_N, a_{N-1}, \dots, a_0]$ y $[b_N, b_{N-1}, \dots, b_1]$. Algunos autores aseguran que esta función tiene una mejor representación del fenómeno físico del sistema, en comparación a la función polinomial (Huang y col., 2010).

Cada función de ajuste tiene un número de parámetros que deben ser calculados, para poder establecer la relación Fase-Profundidad. Para ello, debemos relacionar un valor de fase continua Φ conocido para cada píxel (u_c, v_c) con un valor correspondiente de una profundidad métrica. De este modo, varios autores han planteado varias técnicas en las cuales se desplaza un plano utilizando una unidad de traslación lineal. En la Figura 3.11 se muestra el procedimiento llevado a cabo en esta técnica, en el cual un plano es ubicado perpendicularmente al eje principal de la cámara y luego es desplazado en dirección Z_C , de una distancia inicial Z_0 a una distancia final Z_n . En cada posición desplazada, es extraída la fase continua del plano proyectando patrones de franjas.

3.3.2 Calibración transversal

Las coordenadas (X, Y) en este tipo de calibración suelen ser relacionadas directamente con valores de fase continua Φ o con la coordenada Z de profundidad recuperada. En

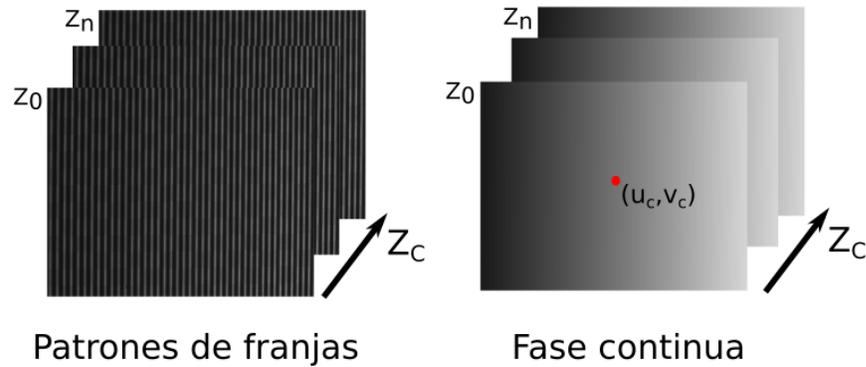


Figura 3.11: Esquema general de calibración Fase-Profundidad.

cualquier caso, (X,Y) son dependientes de la fase ya que Z es una función dependiente ϕ , tal como se explicado en la sección anterior. Algunas autores utilizan técnicas basadas en patrones de cuadros o con círculos de dimensiones y distancias conocidas para obtener un factor de conversión de píxel a milímetros (Liu y col., 2003). Otros autores en cambio proponen utilizar diferentes factores de conversión para distintos valores de profundidad, en este procedimiento necesitan desplazar el patrón de calibración a lo largo del eje Z (Xiaoling y col., 2005). En este trabajo hemos utilizado una cuadrícula cromática para llevar a cabo la calibración transversal, en la Sección 4.2 se explica el procedimiento utilizado.

Calibración de un sistema de reconstrucción 3D

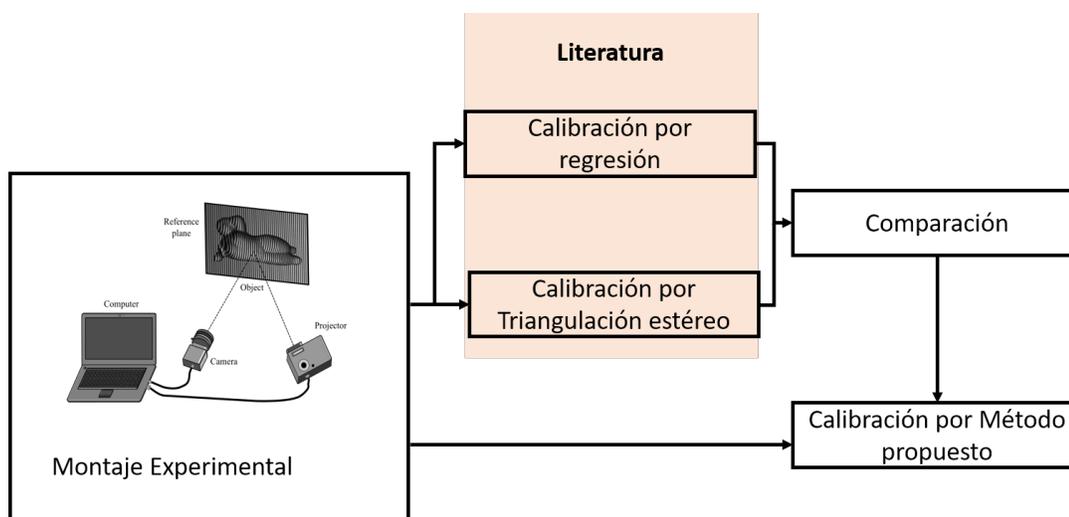


Figura 4.1: Metodología de calibración del sistema.

En la Figura 4.1 se muestra el procedimiento llevado a cabo en este documento para la calibración de nuestro sistema de reconstrucción. Inicialmente, calibramos nuestro montaje experimental utilizando los métodos de calibración estero y de regresión propuestos en la literatura. Luego, realizamos un estudio comparativo de estos métodos para hallar ventajas y desventajas de su implementación. A partir de esta comparación, proponemos un modelo y una técnica de calibración que mejoren las características de nuestro sistema, garantizando precisión en las mediciones y flexibilidad en la etapa de calibración.

4.1 Montaje experimental

En la figura 4.2 se muestra el montaje experimental usado para reconstruir objetos que ocupen un área transversal de $20\text{cm} \times 30\text{cm}$, los cuales consideramos como de mediana escala. La distancia de trabajo del sistema (con respecto a la cámara) está alrededor de

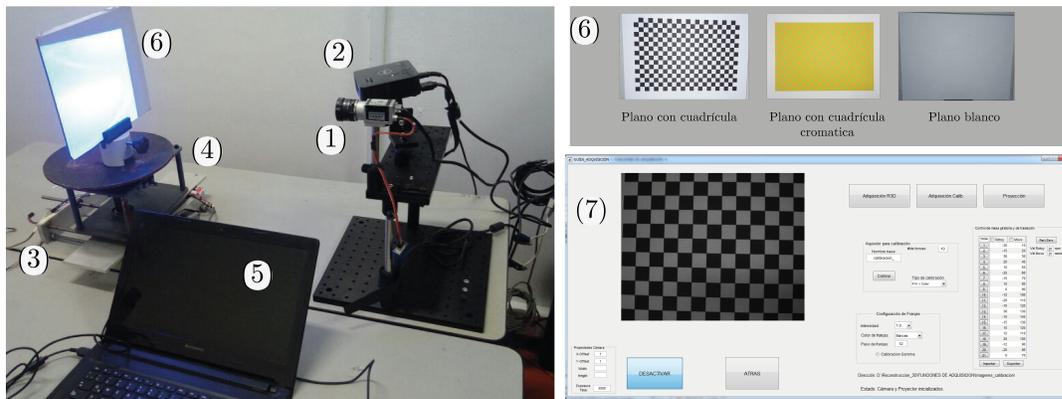


Figura 4.2: Montaje experimental de un sistema de reconstrucción 3D por proyección de franjas a mediana escala.

los 70 a 90 centímetros. El montaje experimental se compone de los siguientes sistemas y elementos:

1. **Sistema de Adquisición.** Para la adquisición de las imágenes se emplea una cámara CMOS monocromática (Basler ac-1300gm) con resolución de 1282x1026 píxeles a 60 fps y un objetivo EDMUND OPTICS 16mm/F1.8. Para sincronizar el sistema de adquisición y el sistema de proyección, la señal VGA, proveniente del sistema de cómputo, se duplica utilizando un splitter VGA y conectando la señal de sincronización vertical al pin de trigger de la cámara.
2. **Sistema de proyección.** Este sistema cuenta con un proyector DLP DELL M115HD con resolución nativa de 1280x800 y una distancia de proyección entre 0.97-2.58 metros.
3. **Sistema de Traslación.** Permite controlar el posicionamiento y la traslación lineal de un objeto en una dirección. Este sistema consta de un motor paso a paso de 200 pasos/rev con un acoplamiento a un tornillo sinfín helicoidal de 8mm/rev que convierte el par de entrada en un movimiento lineal. Este sistema permite una traslación lineal con una resolución de 0.04mm.
4. **Sistema de rotación.** Permite controlar el posicionamiento angular de un objeto con respecto a la plataforma. El sistema cuenta con un motor Pololu sy57sth76-2804a y una reducción de engranes 2:1. Este sistema permite realizar desplazamientos angulares con una resolución de 0.9 grados.

5. **Sistema de cómputo.** Se compone de un computador para realizar el control del sistema de proyección y adquisición, incluyendo el posterior procesamiento de la información. Los algoritmos desarrollados para estas tareas se han implementado en Matlab.
6. **Planos de calibración.** Planos utilizados en las diferentes técnicas y metodologías de calibración o en el análisis de reconstrucción. Los planos utilizados constan de un patrón ajedrezado con cuadros blancos y negros, un patrón ajedrezado cromático con cuadros naranja y verde y un plano blanco. En el caso de las cuadrículas, los patrones fueron realizados en una impresora convencional y pegados sobre una placa de acrílico.
7. **Interfaz de adquisición.** Consiste de una GUIDE realizada en Matlab para el control de los sistemas de este montaje experimental. Este software permite tanto el control automático de los sistemas de adquisición y proyección, como de los sistemas de traslación y rotación.

4.2 Calibración por modelo de regresión

Para este montaje establecemos un modelo de regresión polinomial de segundo orden, dado por las ecuaciones

$$X(u_c, v_c) = a_2 \Phi_a^2(u_c, v_c) + a_1 \Phi_a(u_c, v_c) + a_0, \quad (4.1)$$

$$Y(u_c, v_c) = b_2 \Phi_a^2(u_c, v_c) + b_1 \Phi_a(u_c, v_c) + b_0, \quad (4.2)$$

$$Z(u_c, v_c) = c_2 \Phi_a^2(u_c, v_c) + c_1 \Phi_a(u_c, v_c) + c_0. \quad (4.3)$$

De este modo, tenemos que el valor de fase absoluta Φ_a en cada píxel de la imagen (u_c, v_c) se relaciona de manera independiente a las coordenadas métricas (X, Y, Z) , es decir, cada píxel en la imagen cuenta con un polinomio de Φ_a Vs X , Φ_a Vs Y y Φ_a Vs Z .

4.2.1 Técnica de calibración

Para hallar los parámetros $(a_i, b_i$ y $c_i)$ que se ajustan al modelo de regresión polinomial propuesto para nuestro sistema, hacemos uso de una cuadrícula cromática con cuadros de $10\text{mm} \times 10\text{mm}$. Este plano fue colocado en el sistema de traslación lineal de nuestro montaje, tal como se muestra en la Figura 4.3. El plano fue posicionado perpendicular al eje de desplazamiento de la plataforma y fue desplazado partiendo

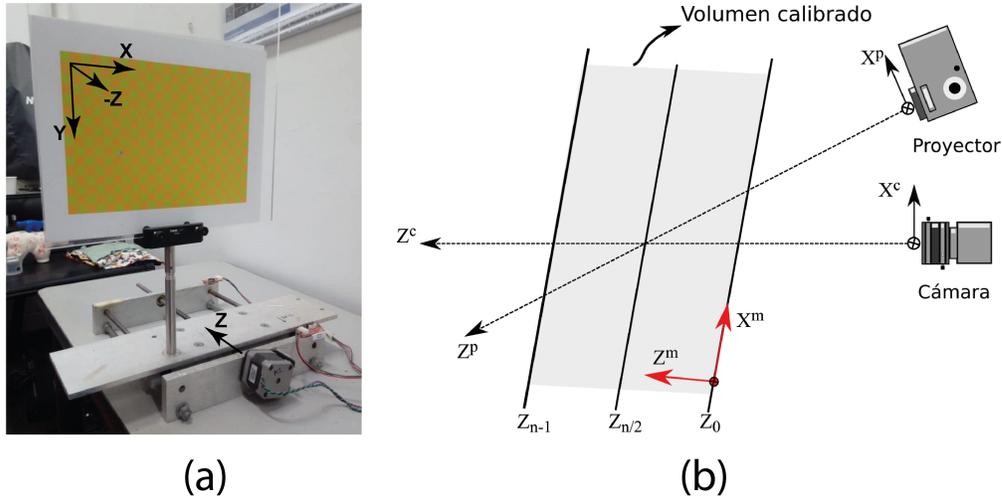


Figura 4.3: (a) cuadrícula cromática posicionada en el sistema de traslación. (b) Procedimiento de calibración Fase-profundidad.

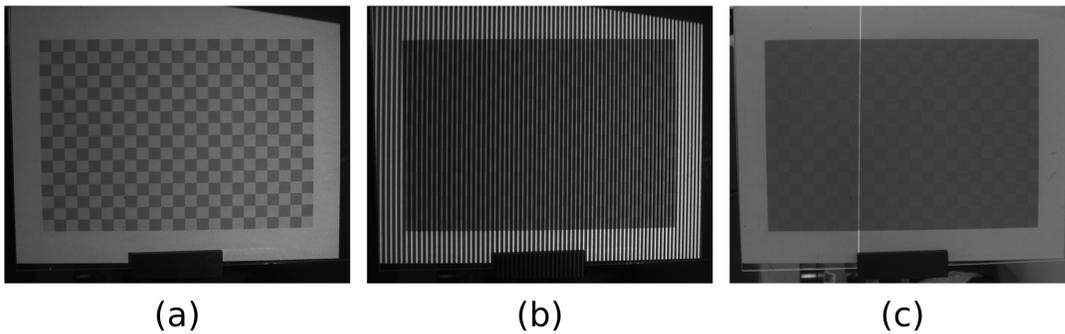


Figura 4.4: Imágenes capturadas en cada posición de la cuadrícula para la calibración de regresión. (a) imagen de la cuadrícula proyectando luz roja. (b) Imagen del plano de calibración proyectando franjas verticales. (c) Imagen del plano de calibración proyectando la línea central de proyección.

de un $Z_0 = 0$ mm hasta un $Z_{59} = 94.4$ mm en incrementos de 1.6mm, para un total de 60 posiciones. En cada posición se capturó una imagen de la cuadrícula proyectando luz roja (Figura 4.4 (a)), ocho patrones de franjas verticales con corrimientos de $\pi/4$ entre ellos (Figura 4.4 (b)) y una imagen con la línea central de proyección sobre la cuadrícula (Figura 4.4 (c)). El volumen de calibración obtenido en este procedimiento fue de $21\text{mm} \times 14\text{mm} \times 94.4\text{mm}$.

Las esquinas de las cuadrículas capturadas se le han asignado unas coordenadas $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$, correspondiente a un sistema coordenado métrico. El origen de este sistema está ubicado en la esquina superior izquierda de la cuadrícula posicionada en Z_0 , tal como se muestra en la Figura 4.3(a). Las coordenadas \hat{x} y \hat{y} de cada esquina son establecidas por el

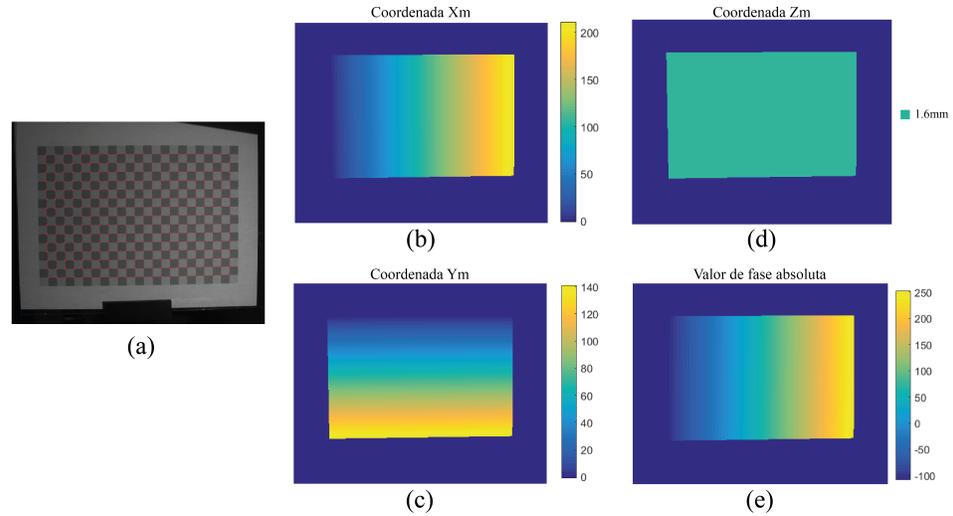


Figura 4.5: (a) cuadrícula capturada en la posición $Z=1.6\text{mm}$ con detección de esquinas. (b)-(d) Coordenadas X, Y y Z para los píxeles dentro de la cuadrícula, respectivamente. (e) Fase continua de la cuadrícula.

tamaño de los cuadros ($10\text{mm} \times 10\text{mm}$), mientras que la coordenada \hat{z} es establecida por el desplazamiento realizado en dirección Z, medido desde la posición de referencia Z_0 . Las esquinas de las cuadrículas (\hat{u}_c, \hat{v}_c) también pueden ser referenciadas en un sistema coordenado de la cámara en magnitud píxel. En este caso es necesario emplear el algoritmo de detección de esquinas de CVST para detectar sus coordenadas de las cuadrículas sobre las imágenes con precisión subpíxel. En la Figura 4.5(a) se muestra la detección de esquinas de la cuadrícula cuando $Z_1 = 1.6\text{mm}$ (segunda posición de la cuadrícula).

Utilizando las coordenadas de las esquinas de la cuadrícula $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ en mm y (\hat{u}_c, \hat{v}_c) en precisión sub-píxel, podemos hallar las coordenadas métricas para cada píxel entero (u_c, v_c) que se encuentre dentro de la cuadrícula. En el caso de \hat{z} , este valor es homogéneo en toda la cuadrícula, tal como se muestra en la Figura 4.5(d). En el caso de las coordenadas X y Y, estas pueden ser relacionadas a las coordenadas (u_c, v_c) mediante dos polinomios 2D de quinto orden (21 grados de libertad). En el caso de la coordenada X, el polinomio puede ser expresado como,

$$X(u_c, v_c) = k_{21}u_c^5 + k_{20}u_c^4v_c + \dots + k_{16}v_c^5 + \dots + k_1v_c + k_0, \quad (4.4)$$

donde los coeficientes k_i del polinomio son hallados por mínimos cuadrados. Luego de estimados, evaluamos el polinomio para todos los píxeles dentro de la cuadrícula,

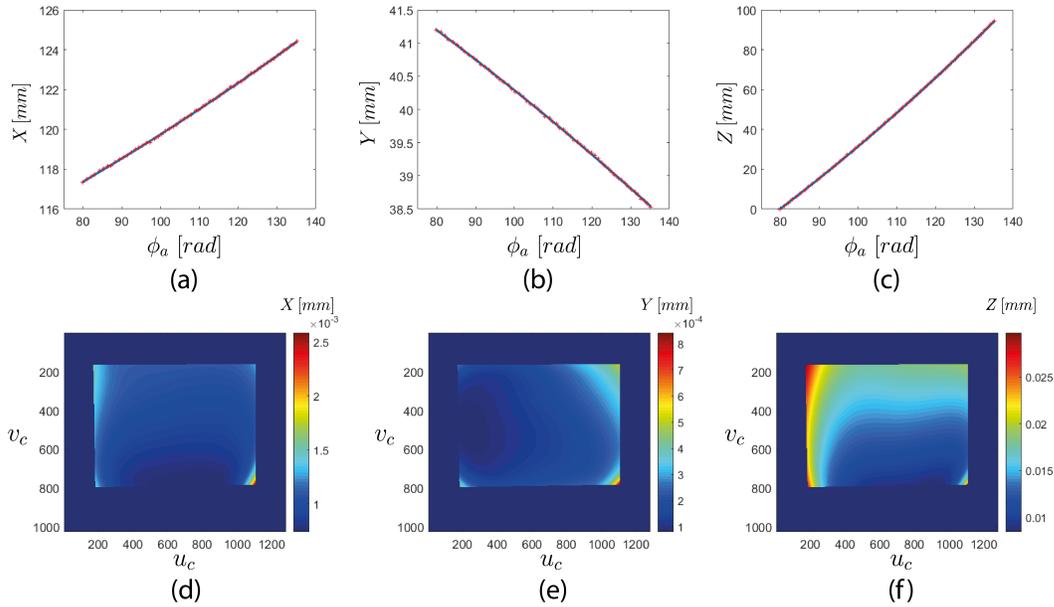


Figura 4.6: Relación experimental entre la fase continua absoluta Φ_a y (a) la coordenada X, (b) la coordenada Y y (c) la coordenada Z para el píxel (350,700). Errores RMS de ajuste de los polinomios (d) X, (e) Y y (f) Z para cada píxel.

obteniendo los valores mostrados en la Figura 4.5(b). Para la coordenada Y se realiza un proceso análogo a la coordenada X, obteniendo los valores mostrado en la Figura 4.5(c). Estos valores de (X, Y, Z) y el mapa de fase (Figura 4.5(e)), son calculados para todas las 60 posiciones de la cuadrícula, para luego calcular los parámetros del modelo de regresión utilizando mínimos cuadrados.

En las Figuras 4.6(a)-(c) se muestra la relación experimental obtenida entre los valores de fase y las coordenadas X, Y y Z para el píxel (350,700) para las 60 posiciones de la cuadrícula, identificados con cruces de color rojo. A cada uno de estos perfiles se le ajusta un polinomio de segundo orden por mínimos cuadrado, como se muestra en el perfil azul. El error RMS de ajuste para los polinomios son $9,9 \times 10^{-4}$ mm para el ajuste de ϕ_a con X; $1,6 \times 10^{-4}$ mm para Y y $1,6 \times 10^{-2}$ mm para Z. En las Figuras 4.6(d)-(f) se muestran los errores RMS para los ajustes polinomiales para las coordenadas X, Y y Z de cada píxel perteneciente a la cuadrícula. Estos errores son pequeños, lo cual es muestra que nuestro modelo de ajuste describe correctamente los datos experimentales. Por otra parte, observamos que los mayores errores se encuentran en las esquinas de las cuadrículas, lo cual puede ser producido por un error en la perpendicularidad de los ejes coordenados X, Y y Z.

Algoritmo 3: Algoritmo para calcular la distancia promedio con su error estándar entre dos planos reconstruidos.

Entrada: Puntos del plano 1 : $X_1(x_1, y_1, z_1)$,

Puntos del plano 2 : $X_2(x_2, y_2, z_2)$

Salida: Distancia promedio entre planos : \hat{d} ,

Error estándar de distancia entre planos: S_e

1: Ajustar las nubes de puntos X_1 y X_2 a la ecuación de un plano ideal, dada por :

$$A_1x_1 + B_1y_1 + C_1z_1 + D_1 = 0$$

$$A_2x_2 + B_2y_2 + C_2z_2 + D_2 = 0$$

2: Calcular la distancia de los puntos del plano X_2 al plano ideal X_1

$$d_{21} = \frac{A_1x_2 + B_1y_2 + C_1z_2 + D_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}$$

3: Calcular la distancia de los puntos del plano X_1 al plano ideal X_2

$$d_{12} = \frac{(A_2x_1 + B_2y_1 + C_2z_1 + D_2)}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

4: Concatenar distancias $d = [d_{21}; d_{12}]$;

5: Calcular la distancia promedio entre planos como:

$$\hat{d} = \sum_{n=1}^N \frac{d_n}{N}$$

6: Calcular el error estándar de la distancia promedio $S_e = \sqrt{\sum_{n=1}^N \frac{(d_n - \hat{d})^2}{N}}$

4.2.2 Compensación de distorsiones

Como se describió en la sección 3.1.1, los lentes de los sistemas ópticos introducen no linealidades en los modelos de calibración. Para tener en cuenta este factor en el modelo de calibración por regresión polinomial, se propone realizar una calibración experimental de la cámara como se propone en la Sección 3.1.2, utilizando una cuadrícula de cuadros blancos y negros. Luego, las imágenes capturadas por la cámara deben ser corregidas utilizando los parámetros intrínsecos y de distorsión calculados por medio de las funciones de corrección de imágenes de CVST.

4.2.3 Validación

Para validar el modelo de calibración se empleó un plano blanco, el cual fue ubicado en un tornillo micrométrico con precisión de 0.001mm, de tal forma que la normal del plano coincidiera con el eje de traslación del tornillo. El plano fue ubicado en 11 posiciones, desplazándolo intervalos de 0.100 ± 0.001 mm, para un recorrido total de 1.000mm con 10 desplazamientos. Los 11 planos fueron reconstruidos y se calculó la

Planos	Distorsión NO compensada		Distorsión compensada	
	Distancia promedio	Desviación estándar	Distancia promedio	Desviación estándar
1-2	0,092	0,051	0,093	0,054
2-3	0,113	0,052	0,114	0,056
3-4	0,091	0,050	0,092	0,054
4-5	0,094	0,050	0,095	0,054
5-6	0,096	0,051	0,097	0,054
6-7	0,093	0,050	0,094	0,054
7-8	0,095	0,051	0,096	0,054
8-9	0,099	0,051	0,100	0,055
9-10	0,093	0,051	0,094	0,054
10-11	0,093	0,051	0,094	0,054

Tabla 4.1: Distancia promedio y desviación estándar de 10 distancias medidas entre planos consecutivos separados 0.100 ± 0.001 mm.

distancia promedio entre planos consecutivos utilizando el algoritmo 3. Los resultados de distancia promedio y desviación estándar, compensando y sin compensar distorsiones de la lente de la cámara, fueron registrados en la Tabla 4.1. Podemos observar que las distancias promedio y los errores no varían significativamente antes y después de compensar las distorsiones. Esto se debe a que la no linealidad del modelo de calibración compensa correctamente las distorsiones, sin necesidad hacer corrección de distorsión a las imágenes capturadas.

Un segundo proceso de validación fue llevado a cabo para el modelo de calibración planteado en esta sección. El proceso consistió en reconstruir un objeto de aluminio con saltos en su superficie, como se muestra en la Figura 4.7. Los saltos del objeto fueron maquinados en una maquina fresadora CNC (Computer Numerical Control) con una precisión de 0.001mm. La superficie del objeto fue pintada con pintura blanca para evitar reflejos de la superficie metálica. En la Figura 4.7(b) se muestra el mapa de profundidad reconstruido para el objeto, donde se nota la presencia de saltos R0-R1 y R0-R2, los cuales fueron maquinados con una profundidad de 1.500 ± 0.001 mm y 3.000 ± 0.001 mm, respectivamente. En la Figura 4.7(c) se muestra un perfil transversal de la superficie reconstruida (puntos rojos) y las referencias de profundidad ideales (Lineas azules). La distancia promedio reconstruida entre los planos R0-R1 y R0-R2 fueron 1.505 ± 0.061 mm y 2.988 ± 0.065 mm, respectivamente. Estas medidas se corresponden a errores relativos de 0.33 % y 0.40 % al valor real.

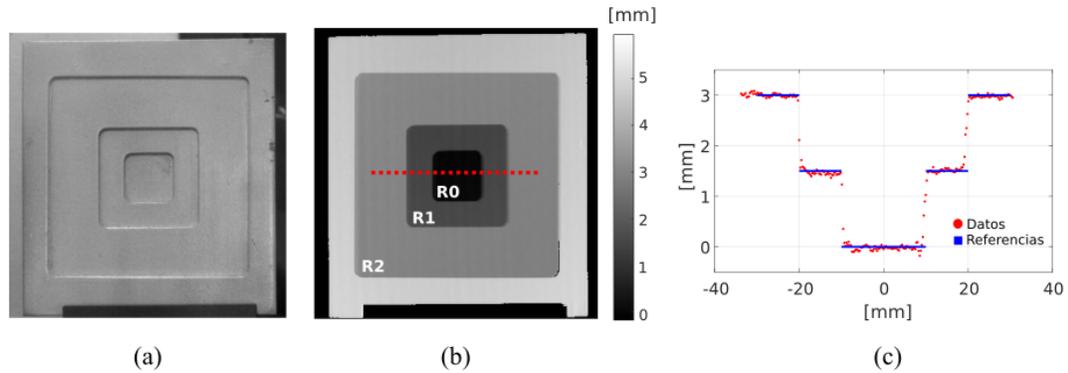


Figura 4.7: (a) Objeto de validación. (b) Mapa de profundidad del objeto reconstruido. (c) Perfil de una sección del objeto reconstruido.

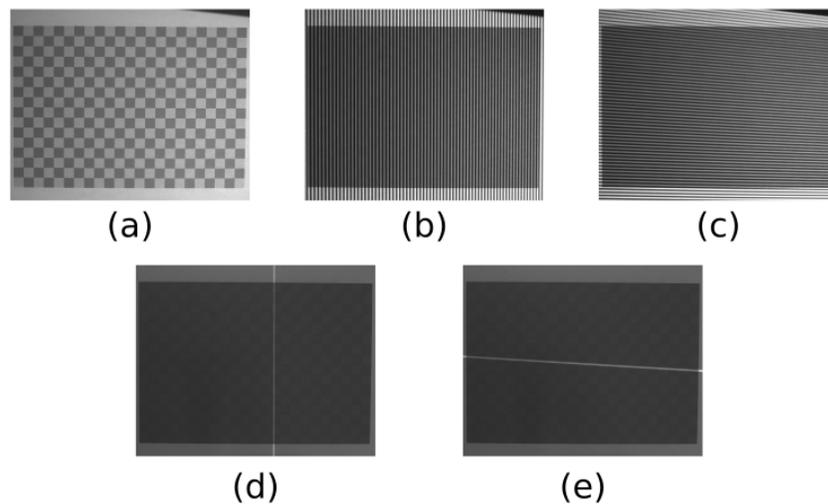


Figura 4.8: Imágenes capturadas del plano de calibración, proyectando: (a) luz roja; (b)-(c) Franjas verticales y horizontales, respectivamente; (d)-(e) Líneas centrales de proyección verticales y horizontales, respectivamente.

4.3 Calibración por modelo de triangulación

En esta sección realizamos la calibración del sistema de reconstrucción a mediana escala empleando el modelo de triangulación planteado en la sección 3.2. En nuestro proceso de calibración, colocamos una cuadrícula cromática en 20 posiciones y orientaciones diferentes. Para cada posición se capturaron 8 patrones de franjas verticales y 8 horizontales con un corrimiento de $\pi/4$ entre cada patrón, una imagen de la cuadrícula a color iluminándola con luz roja y dos imágenes con las líneas centrales horizontal y vertical de proyección, para un total de 380 imágenes. En la Figura 4.8 se muestran las imágenes capturadas para una posición del plano ajedrezado.

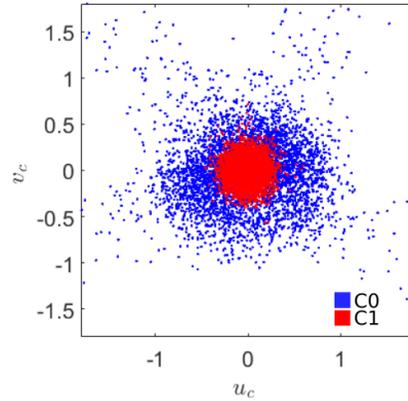


Figura 4.9: Errores de reproyección de un modelo de cámara sin distorsiones (CM0) y un modelo estimando tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (CM1).

Parámetro	CM0	CM1
$[c_u^c, c_v^c]/\text{píxel}$	[597.5 524.7] ± [2.9 3.2]	[612.2 482.4] ± [2.8 2.0]
$[f_u^c, f_v^c]/\text{píxel}$	[2314.7 2320.9] ± [9.6 9.6]	[2277.2 2279.4] ± [3.3 3.3]
$[k_1^c, k_2^c, k_3^c]$	[0 0 0]	[-0.218 0.318 -0.021] ± [0.016 0.522 5.107]
$[p_1^c, p_2^c]$	[0 0]	[-0.0014 -0.0014] ± [0.0002 0.0002]
$\sigma/\text{píxel}$	0.472	0.164

Tabla 4.2: Parámetros intrínsecos de una cámara para un modelo de cámara sin distorsiones (CM0) y un modelo estimando tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (CM1).

4.3.1 Calibración de la cámara

Para la calibración de la cámara empleamos el procedimiento descrito en la Sección 3.1.2, utilizando las imágenes de la cuadrícula cromática. En la Tabla 4.2 se muestran los parámetros intrínsecos de la cámara para un modelo sin contemplar distorsiones de lentes (CM0) y un modelo con tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (CM1). Se observa que los parámetros del modelo pinhole varían cuando se introduce el modelo de distorsión y las incertidumbres de los parámetros disminuye, lo cual es positivo. En la Figura 4.9 también se puede observar el error de reproyección de las esquinas de las cuadrículas para los modelos CM0 y CM1, donde observamos una mayor dispersión del error para el modelo CM0; mientras que para el modelo CM1 los errores de reproyección son reducidos. El error de reproyección promedio (σ) para estos

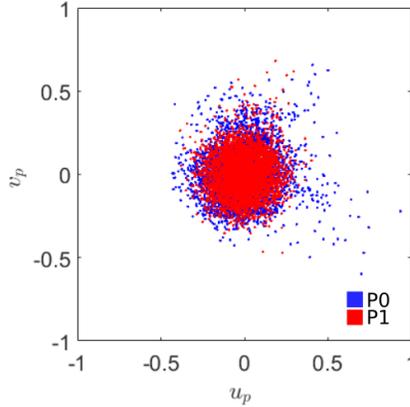


Figura 4.10: Errores de reproyección de un modelo de proyector sin distorsiones (PM0) y un modelo estimando tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (PM1).

Parámetro	PM0	PM1
$[c_u^p, c_v^p]/\text{píxel}$	$[643.2 \ 793.1] \pm [1.8 \ 1.1]$	$[606.5 \ 787.2] \pm [3.3 \ 2.1]$
$[f_u^p, f_v^p]/\text{píxel}$	$[1946.1 \ 1949.4] \pm [3.5 \ 3.7]$	$[1946.1 \ 1949.4] \pm [3.1 \ 3.2]$
$[k_1^p, k_2^p, k_3^p]$	$[0 \ 0 \ 0]$	$[0.006 \ -0.251 \ 0.37] \pm [0.007 \ 0.086 \ 0.37]$
$[p_1^p, p_2^p]$	$[0 \ 0]$	$[-0.004 \ -0.005] \pm [0.0004 \ 0.0005]$
$\sigma/\text{píxel}$	0.161	0.068

Tabla 4.3: Parámetros intrínsecos de un proyector para un modelo de cámara sin distorsiones (PM0) y un modelo estimando tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (PM1).

modelos es de 0.472 y 0.164 píxeles para CM0 y CM1, respectivamente. De esta forma, CM1 describe de mejor forma nuestra cámara.

4.3.2 Calibración del proyector

Para la calibración del proyector, es utilizada la técnica descrita en la sección 3.1.3 empleando una cuadrícula cromática. En la Tabla 4.3 se muestran los parámetros intrínsecos calculados para dos modelos de calibración del proyector; correspondiente a un modelo sin distorsiones (PM0); y un segundo modelo que incluye tres coeficientes de distorsión radial y dos tangencial (PM1). Observamos que para ambos modelos, el punto principal se encuentra al límite del tamaño del plano imagen en la dirección v_p , donde la cantidad de píxel en esta dirección es de 800 píxeles y los valores estimados

Parámetro	SMO	SM2
\mathbf{K}_c	$\begin{bmatrix} 2291,5 & 0 & 592,2 \\ 0 & 2296,7 & 522,6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2278,6 & 0 & 615,4 \\ 0 & 2281,1 & 480,8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
\mathbf{K}_p	$\begin{bmatrix} 1956,2 & 0 & 640,4 \\ 0 & 1960,7 & 795,0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1945,0 & 0 & 599,3 \\ 0 & 1944,4 & 792,5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
k_c	-	[-0.21 0.34 -0.44]
p_c	-	[-0.002 0.001]
k_p	-	[-0.02 -0.31 0.58]
p_p	-	[-0.003 0.006]
\mathbf{R}	$\mathbf{R}(-0.99^\circ, 23.61^\circ, 0.73^\circ)$	$\mathbf{R}(-0.02^\circ, 25.49^\circ, 0.61^\circ)$
\mathbf{t}/mm	[-184.57, -118.17, 107.02]	[-180.29, -118.17, 113.80]
$\sigma/\text{píxel}$	0.365	0.155

Tabla 4.4: Parámetros estéreos de un sistema cámara-proyector estimados utilizando una cuadrícula cromática. **SMO:** Modelo estéreo sin incluir modelo de distorsión. **SM2:** Modelo estéreo incluyendo el modelo de distorsión para la cámara y el proyector.

son 793.1 y 787.2 píxeles para los modelos PM0 y PM1, respectivamente. Se observa que las incertidumbre en la mayoría de los parámetros disminuye cuando se incluye el modelo de distorsión. En la Figura 4.10 se muestran los errores de reproyección de los modelos PM0 y PM1, en la cual se observa una disminución de la dispersión del error para el modelo PM1. Los errores de reproyección promedio (σ) de los modelos PM0 y PM1 son de 0.161 y 0.068 píxeles, respectivamente. Comparando con los errores de reproyección obtenidos en la calibración de la cámara, observamos que la incidencia de las distorsiones del proyector no son significativas comparado con las distorsiones presentes en la cámara; sin embargo, cualquier error introducido en el plano imagen (coordenadas píxel) puede ser aumentado cuando se realice la proyección al espacio tridimensional.

4.3.3 Calibración estéreo

Una vez son calculados los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara y el proyector de forma independiente, utilizando las 20 imágenes de las cuadrículas, se procede a encontrar los parámetros extrínsecos del sistema estéreo. Estos parámetros consisten de una matriz de rotación $\mathbf{R}(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ y un vector de traslación (t_x, t_y, t_z) , los cuales describen la transformación entre los sistemas coordenados de la cámara y el proyector. En esta calibración se usó CCBT, el cual permite calcular los parámetros extrínsecos de un sistema estéreo compuesto de dos elementos. En el proceso, el algoritmo recalcula nuevamente los parámetros intrínsecos de la cámara y del proyector, minimizando el error de reproyección de todo el sistema completo. En este trabajo

Planos	SM0		SM2	
	Distancia promedio	Desviación estándar	Distancia promedio	Desviación estándar
1-2	0.330	0.238	0.103	0.070
2-3	0.333	0.242	0.102	0.075
3-4	0.329	0.238	0.102	0.071
4-5	0.330	0.238	0.104	0.071
5-6	0.330	0.239	0.106	0.072
6-7	0.330	0.239	0.104	0.071
7-8	0.331	0.239	0.105	0.071
8-9	0.331	0.240	0.109	0.073
9-10	0.330	0.239	0.104	0.071
10-11	0.330	0.238	0.104	0.071

Tabla 4.5: Distancias promedio entre planos paralelos consecutivos, reconstruidos para los dos modelos de triangulación calculados.

calculamos dos modelos estéreos, los cuales se corresponden a un sistema estéreo que no incluye ningún modelo de distorsión (SM0) y un modelo estéreo que incluye el modelo de distorsión para la cámara y el proyector (SM2). Los parámetros obtenidos para los dos modelos se muestran en la Tabla 4.4. Note que los parámetros intrínsecos para la cámara y proyector han sido ligeramente modificados, comparados con los parámetros mostrados en las Tablas 4.2 y 4.3. Además, conseguimos un menor error de reproyección σ , para el modelo SM2.

4.3.4 Validación

El proceso de validación de este modelo de calibración es similar al primer procedimiento de validación propuesto en la sección 4.2.3. En el cual se desplazó un plano en 11 posiciones utilizando un tornillo micrométrico. Los desplazamientos fueron realizados en pasos de 0.100 ± 0.001 mm. En cada posición, se extrajo la fase absoluta del plano proyectando franjas verticales y franjas horizontales, utilizando el algoritmo de corrimiento de fase con 15 imágenes. Luego, el plano fue reconstruido en cada posición utilizando los modelos de calibración estéreo SM0 y SM2, y se calculó la distancia entre cada plano utilizando el Algoritmo 3. La distancia promedio y la desviación estándar entre planos consecutivos se muestra en la Tabla 4.5. Podemos observar que las distancias calculadas entre los planos reconstruidos por el modelo lineal SM0 están bastante alejadas del valor real, correspondiéndose a un error mayor al 200%. En contraste, las distancias estimadas a partir del modelo SM2 están más cercanas al valor real, estimándose con un error entre 2% y 9%. La desviación estándar calculada indica la incertidumbre en la medición de la distancia entre los planos, observamos que para el caso de SM2, esta

incertidumbre tiene una magnitud similar a la distancia promedio calculada. Esto puede ser provocado por la presencia de ruido armónico producto del método de extracción de fase o el objeto reconstruido no era completamente plano.

4.4 Comparación entre modelo de calibración de regresión y triangulación

Para comparar los métodos de calibración polinomial y estéreo implementados a nuestro sistema de reconstrucción, reconstruimos un plano blanco ubicado en 10 posiciones y orientaciones diferentes como se muestra en la Figura 4.11. Los planos fueron reconstruidos utilizando los modelos de calibración, compensando y sin compensar distorsiones. Para cada plano reconstruido se realizó un ajuste a un plano ideal utilizando mínimos cuadrados y luego medimos la planitud del plano reconstruido estimando un error RMS entre el plano reconstruido y el plano ajustado. En la tabla 4.6 se muestran los errores RMS obtenidos para los planos reconstruidos por los modelos de calibración implementados.

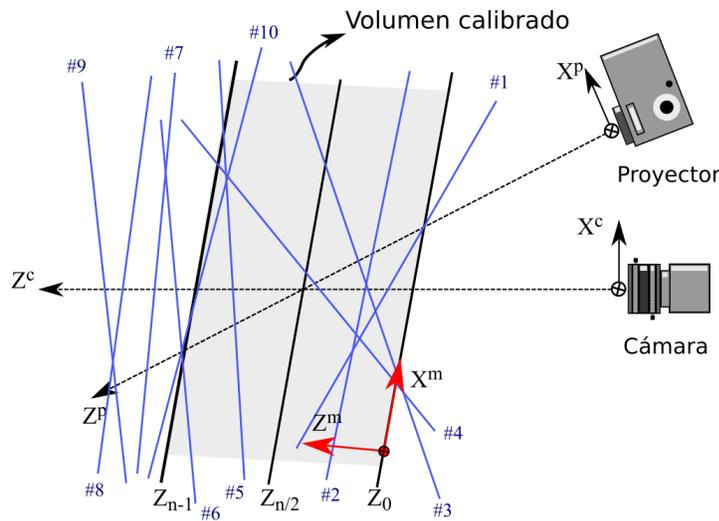


Figura 4.11: Esquema del sistema de reconstrucción con 10 planos (#1-#10) reconstruidos para comparar los modelos de regresión y triangulación.

En la calibración por regresión polinomial, notamos que algunos planos son reconstruidos con menor error que otros. Esto se debe a que varios planos están en gran proporción dentro del volumen calibrado (#2, #4 y #5) y otros están parcial o totalmente fuera de este (#6, #9 y #10), tal como se muestra en la Figura 4.11. Por esta razón, se calculó

Planos	Modelo triangulación		Modelo regresión	
	NO	SI	NO	SI
1	0.709	0.227	0.137	0.138
2	0.716	0.229	0.083	0.081
3	0.764	0.208	0.174	0.160
4	0.757	0.157	0.101	0.086
5	0.645	0.165	0.136	0.131
6	0.576	0.157	0.315	0.313
7	0.574	0.128	0.120	0.118
8	0.502	0.156	0.099	0.092
9	0.696	0.172	0.448	0.483
10	0.476	0.152	0.149	0.148

Tabla 4.6: Errores RMS en milímetros de diez planos reconstruidos con modelos de calibración de triangulación y de regresión. **NO:** Sin compensación de distorsiones. **SI:** Compensando distorsiones de lentes.

Planos	NO	SI	Incidencia(%)
1	0.047	0.042	58.73
2	0.050	0.046	59.07
3	0.061	0.059	64.43
4	0.059	0.059	63.72
5	0.069	0.059	48.00
6	0.056	0.057	3.55
7*	-	-	0.00
8*	-	-	0.00
9*	-	-	0.00
10	0.067	0.065	47.81

Tabla 4.7: Errores RMS en milímetros de las zonas de diez planos reconstruidos por calibración de regresión y que se encuentran dentro del volumen calibrado. **NO:** Sin compensación de distorsiones. **SI:** Compensando distorsiones de lentes. **Incidencia:** porcentaje de superficie del plano que se encuentra dentro del volumen calibrado.

el error RMS a las regiones de los planos que inciden en el volumen de calibrado en la calibración por regresión. En la Tabla 4.7 se muestran los errores para cada uno de los 10 planos y el porcentaje de incidencia que tienen estos en el volumen de calibración. Para el caso de los planos 7-9, la incidencia es de 0%, es decir, que se encuentran totalmente fuera del volumen calibrado. Con base en estos errores RMS, se observa que todos los planos son reconstruidos con la misma precisión, siempre y cuando se mantengan dentro del volumen de calibración. Por otra parte, en la calibración por triangulación sin incluir el modelo de distorsión, notamos que los planos son reconstruidos con un error RMS alrededor de 0.500 mm, lo cual no es un buen indicador de la planitud de la reconstrucción obtenida. Sin embargo, luego de realizar la compensación de distorsiones los errores RMS son reducidos en más de un 200 %, lo cual muestra que

N°	Criterio	M. Regresión	M. Triangulación
1	Menor complejidad del modelo	✓	
2	Menor costo de implementación		✓
3	Mayor flexibilidad de implementación		✓
4	Menor tiempo de implementación		✓
5	Menor tiempo de computo para ajustar el modelo		✓
6	Mayor precisión de reconstrucción *	✓	
7	Mayor tamaño del volumen de calibración		✓
8	Mayor robustez a distorsiones geométricas	✓	
9	Menor tiempo de reconstrucción	✓	

Tabla 4.8: Comparación de los modelos de calibración de regresión polinomial y de triangulación, bajo ciertos criterios del sistema. El símbolo de aprobación indica cual de los dos modelos de calibración cumple en mayor medida con el criterio. (*) Siempre y cuando el objeto se mantenga dentro del volumen de calibración.

la no linealidad de los sistemas ópticos utilizados introducen errores significativos en las reconstrucciones 3D obtenidas.

En la Tabla 4.8 se muestra una comparación entre los modelos de triangulación utilizando varios criterios importantes en la calibración de un sistema. Entre estos criterios tenemos: (1) La complejidad del modelo, el cual es importante ya que un modelo complejo requiere de una mayor cantidad de recursos para ajustarlo al sistema; (2) Menor costo de implementación, se refiere a los recursos económicos necesarios para poder implementar el método de calibración; (3) Flexibilidad de implementación, se refiere a la facilidad de llevar a cabo la técnica de calibración por parte de una persona; (4) Tiempo de implementación, se refiere al tiempo necesario para implementar la técnica de calibración; (5) Tiempo de computo para ajustar el modelo, se refiere al tiempo empleado por una persona y el sistema de computo para procesar las imágenes capturadas y calcular los parámetros del modelo; (6) Precisión de reconstrucción, se refiere a la precisión que tiene el sistema cuando se hacen reconstrucciones dentro del volumen de calibración; (7) Tamaño del volumen de calibración, demarca un volumen en el cual el sistema puede realizar reconstrucciones precisas con confianza; (8) Robustez a distorsiones geométricas, que tan bien el sistema puede modelar las distorsiones

geométricas de los lentes ópticos del sistema; (9) Tiempo de reconstrucción, que tan rápido puede ser llevada a cabo la conversión de fase en radianes a coordenadas métrica de un objeto.

El modelo de regresión, en comparación con el modelo de triangulación, tiene una menor complejidad; también garantiza mayor precisión de la reconstrucción (dentro de su volumen de calibración), es menos susceptible a distorsiones geométricas y el tiempo para reconstruir un objeto es menor. Por otra parte, el modelo de triangulación tiene un menor costo de implementación, el tiempo para implementar la técnica de calibración es menor y además posee un mayor volumen de calibración. Esta asignación de criterios se hace basado en los modelos y las técnicas implementadas en este capítulo, teniendo en cuenta los sistemas y elementos usados en el montaje experimental a mediana escala. Por lo tanto, es posible que estos criterios no se cumplan para otros modelos de calibración implementados en otros sistemas de reconstrucción 3D.

Al comparar los modelos de calibración en la sección anterior, observamos que el modelo de triangulación garantiza gran flexibilidad y menor costo en implementación; sin embargo, se tiene una menor precisión, comparado con el modelo de regresión. Como solución a esto se pueden proponer diferentes estrategias para mejorar la precisión de este modelo y garantizar una precisión similar o superior al modelo de regresión. Es por esto que en esta sección proponemos un método de calibración para el sistema de reconstrucción 3D basado en un modelo de triangulación. Utilizamos una cuadrícula con cuadros blancos y negros, en vez de una monocromática, para garantizar mayor precisión en la detección de las esquinas de la cuadrícula. Además, realizamos un estudio comparativo entre distintas variantes del modelo, modificando el número de parámetros del modelo con el objetivo de proponer un modelo que garantice mayor precisión en las reconstrucciones realizadas. El análisis de precisión es realizado haciendo reconstrucción 3D de objetos de dimensiones y formas conocidas.

4.5 Método de calibración propuesto

4.5.1 Técnica de calibración

Para calibrar nuestro sistema de reconstrucción, proponemos implementar una técnica de calibración utilizando una cuadrícula convencional de cuadros blancos y negro. Como se mostró en la Sección 3.1.2, un mayor contraste de los cuadros permiten tener una mejor incertidumbre en la detección de las esquinas y de esta forma obtener menor

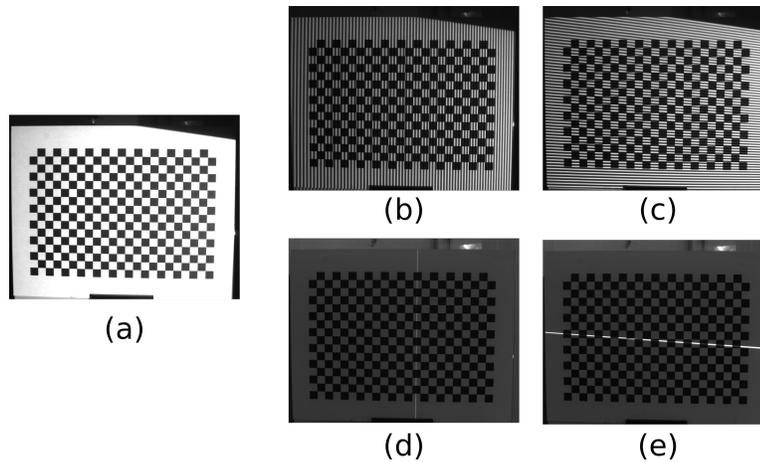


Figura 4.12: Imágenes capturadas de la cuadrícula B&N, proyectando (a) luz blanca, (b) y (c) patrones de franjas verticales y horizontales, (d) y (e) líneas centrales de referencia.

incertidumbre en los parámetros estimados de la cámara. De este modo, la cuadrícula fue ubicada en 21 posiciones y capturamos varias imágenes de esta cuadrícula en cada posición proyectando luz blanca, franjas verticales y horizontales y líneas centrales de proyección, tal como se muestra en la Figura 4.12. Un inconveniente de usar cuadrículas con alto contraste, son los errores de fases generados en los bordes de los cuadros, tal como fue evidenciado en la Sección 3.1.3. Estos saltos de fase localizados en las esquinas de las cuadrículas conllevan a errores en la estimación de su fase y por tanto generan errores en la estimación de los parámetros del sistema de proyección. Como solución a este problema, proponemos calcular la fase absoluta sólo de los cuadros blancos de la cuadrícula y luego interpolar los valores de fase de las esquinas utilizando el Algoritmo 4. Este algoritmo es usado para interpolar la fase obtenida tanto con franjas verticales como horizontales.

En la Figura 4.13(a) se muestra la máscara calculada de la cuadrícula donde se han segmentado los cuadros blancos. Las Figuras 4.13(b) y 4.13(c) muestran las fases absoluta extraídas de patrones de franjas horizontales y verticales, respectivamente. En las figuras 4.13(d) y 4.13(e) se muestra el resultado de evaluar la función racional, mostrada en la línea 4 del Algoritmo 4, para todos los píxeles de la cámara utilizando patrones de franjas horizontales y verticales, respectivamente. En las Figura 4.14(a) y 4.14(b) se muestra la diferencia de los valores de fase calculados y los valores de fase obtenidos por la función racional de ajuste. Se logra observar que en los cuadros blancos la diferencia es muy cercana a cero; mientras que en los cuadros negros se aprecia un poco ruido; y en los bordes de las cuadrículas existen diferencias de fase de ± 0.5 radianes debido al contraste de los cuadros.

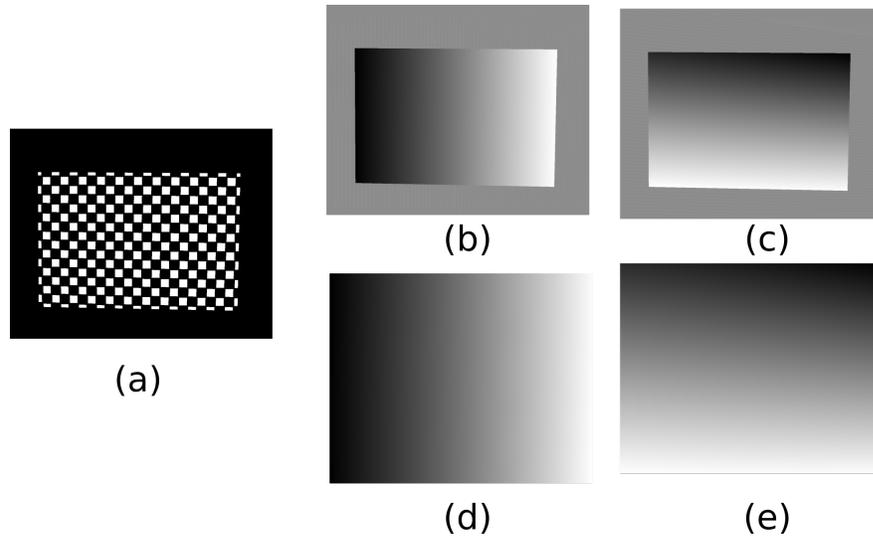


Figura 4.13: (a) Máscara binaria con los cuadros blancos detectados de la cuadrícula. (b) y (c) mapas de fase absoluta obtenidos de patrones de franjas horizontales y verticales, respectivamente. (d) y (e) son los mapas de fase obtenidos al evaluar una función racional de fase ajustada a los mapas de fase (b) y (c), respectivamente.

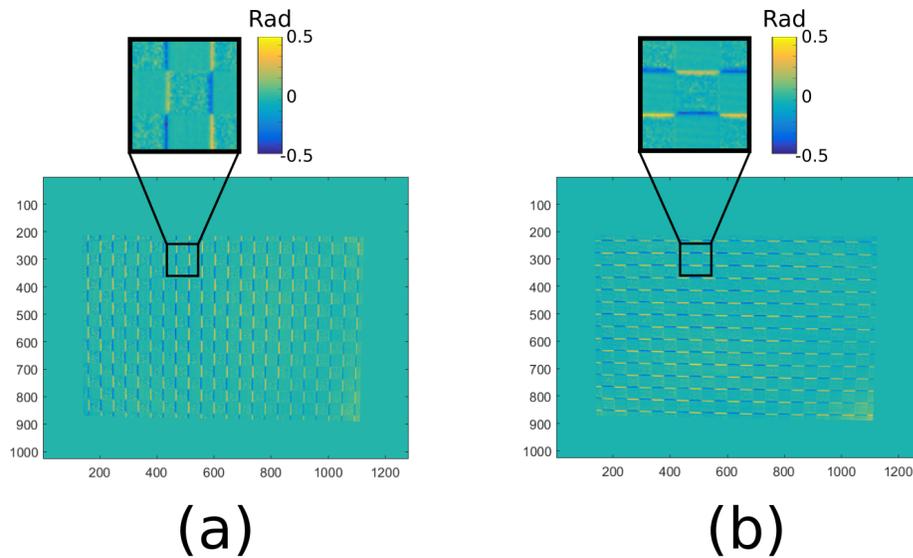


Figura 4.14: (a) Diferencia entre los mapas de fase mostrados en Figura 4.13(b) y Figura 4.13(d). (b) Diferencia entre los mapas de fase mostrados en Figura 4.13(c) y Figura 4.13(e)

Algoritmo 4: Algoritmo para interpolación de fase de las esquinas de una cuadrícula con cuadros blancos y negros.

Entrada: Imagen de cuadrícula: I_c

Mapa de Fase absoluta de la cuadrícula: $\Phi_a(u, v)$

Salida: Fase absoluta de esquinas de la cuadrícula: $\hat{\Phi}_a$

- 1: Detectar las coordenadas de las esquinas de la cuadrícula
 $[\hat{u}, \hat{v}] = \text{detectCheckerboardPoints}(I_c)$;
 - 2: Estimar una máscara binaria para los cuadros blancos de la cuadrícula
 $\text{Mask} = I_c > 120$;
 - 3: Calcular la fase experimental de los píxeles contenidos en los cuadros blancos indexando la máscara en el mapa de fase de la cuadrícula
 $\bar{\Phi} = \Phi_a(\text{Mask})$;
 - 4: Hallar por mínimos cuadrados los coeficientes a_1, \dots, a_{11} de la función racional,
$$\Phi(u_c, v_c) = \frac{a_1 + a_2 u_c + a_3 v_c + a_4 u_c^2 + a_5 u_c v_c + a_6 v_c^2}{1 + a_7 u_c + a_8 v_c + a_9 u_c^2 + a_{10} u_c v_c + a_{11} v_c^2}$$
 - 5: Evaluar la función ajustada en las coordenadas subpixel de las esquinas de las cuadrículas
 $\hat{\Phi}_a = \Phi(\hat{u}, \hat{v})$
-

4.5.2 Modelo de calibración propuesto

El modelo de calibración propuesto se basa en el modelo de triangulación explicado en la Sección 3.2. En esta sección estudiamos la pertinencia de parámetros como el Skew, el número de coeficientes distorsión radial y tangencial tanto de la cámara como del proyector. Los parámetros del sistema estéreo son calculados utilizando el Toolbox CCB. En la tabla 4.9 se muestran los parámetros intrínsecos de la cámara, considerando un modelo totalmente proyectivo (CM0) y un modelo incluyendo los parámetros de distorsión de lentes (CM1). Para ambos modelos de cámara estimamos el parámetro Skew γ ; y en el caso del modelo CM1, se consideran dos coeficientes de distorsión radial y dos coeficientes tangencial. Observamos que es evidente un cambio en los parámetros intrínsecos de la cámara cuando es incluido el modelo de distorsión de lentes, disminuyendo la incertidumbre de su estimación. En la Figura 4.15(a) se muestra el área de sensor cubierta por las 21 cuadrículas capturadas, la cobertura del sensor es de 80 %, lo cual garantiza que el modelo describirá un gran porcentaje del plano imagen de la cámara. En la Figura 4.15(b) se muestran los errores de reproyección de las esquinas de las 21 cuadrículas para los modelos CM0 y CM1. En esta figura observamos que antes de compensar las distorsiones de la cámara, los errores de reproyección toman valor en un rango mayor a ± 2 píxeles; mientras que al compensar las distorsiones ese rango es disminuido, obteniendo que los errores de reproyección se mantienen en un rango

Parámetro	CM0	CM1
$[c_u, c_v]/\text{Píxel}$	$[631.3 \ 515.7] \pm [2.6 \ 2.6]$	$[662.8 \ 501.3] \pm [1.4 \ 0.9]$
$[f_u, f_v]/\text{Píxel}$	$[2287.4 \ 2288.8] \pm [7.2 \ 7.2]$	$[2285.0 \ 2283.9] \pm [1.4 \ 1.4]$
γ	1.9	1.5
\mathbf{k}	[0 0]	$[-0.189 \ 0.232] \pm [0.003 \ 0.046]$
\mathbf{p}	[0 0]	$[0.001 \ 0.003] \pm [0.001 \ 0.001]$
$\sigma/\text{Píxel}$	0.46	0.09

Tabla 4.9: Parámetros intrínsecos de una cámara, calculados con una cuadrícula B&N. **CM0:** Modelo totalmente proyectivo. **CM1:** Modelo proyectivo con el modelo de distorsión incluida.

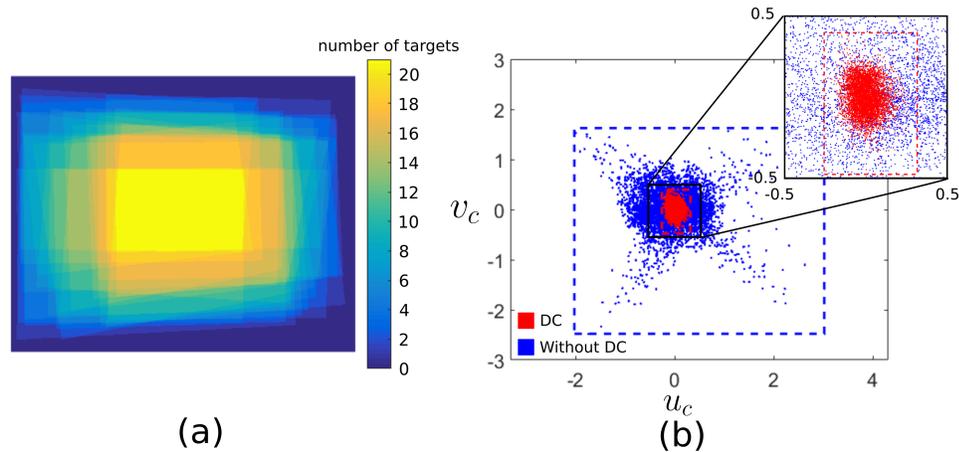


Figura 4.15: (a) Región del sensor de la cámara cubierta por el plano de calibración. (b) Errores de reproyección de los modelos CM0 (Without DC) y CM1 (DC).

aproximado de ± 0.5 píxeles. Los errores de reproyección promedio de los modelos CM0 y CM1 son de 0.456 y 0.088 píxeles, respectivamente.

En la Tabla 4.10 se muestran los parámetros intrínsecos calculados para el proyector, considerando un modelo lineal (PM0) y considerando distorsiones de la lente (PM1). Para ambos modelos fue incluido el parámetro Skew y el modelo PM1 se estimó con dos coeficientes de distorsión radial y dos tangencial. Los parámetros calculados para los modelos son diferentes, obteniendo un error de reproyección más bajo en el modelo PM1, lo cual es esperado. La ubicación estimada del punto principal para ambos modelos está por fuera del plano imagen del proyector en la dirección v , obteniendo valores de c_v de 800.26 y 805.54 píxeles para los modelos PM0 y PM1, respectivamente. Esta ubicación del punto principal se debe a que el proyector empleado está diseñado para proyectar fuera de eje. En la Figura 4.16(a) se muestra la incidencia del plano de calibración en el plano imagen del proyector, el cual ocupó un 89% del área total. En la Figura 4.16(b) se muestran los errores de reproyección de las esquinas de las cuadrículas

Parámetro	PM0	PM1
$[c_u, c_v]/\text{Píxel}$	$[651.4 \ 800.3] \pm [0.6 \ 0.8]$	$[657.6 \ 805.5] \pm [1.3 \ 0.9]$
$[f_u, f_v]/\text{Píxel}$	$[1960.0 \ 1960.6] \pm [1.8 \ 1.8]$	$[1957.7 \ 1954.8] \pm [1.2 \ 1.2]$
γ	1.2	2.2
\mathbf{k}	-	$[-0.006 \ -0.145] \pm [0.0002 \ 0.010]$
\mathbf{p}	-	$[-0.004 \ 0.001] \pm [0.0003 \ 0.0002]$
$\sigma/\text{Píxel}$	0.10	0.07

Tabla 4.10: Parámetros intrínsecos de un proyector, calculados con una cuadrícula B&N. **PM0:** Modelo totalmente proyectivo. **PM1:** Modelo proyectivo con el modelo de distorsión incluida.

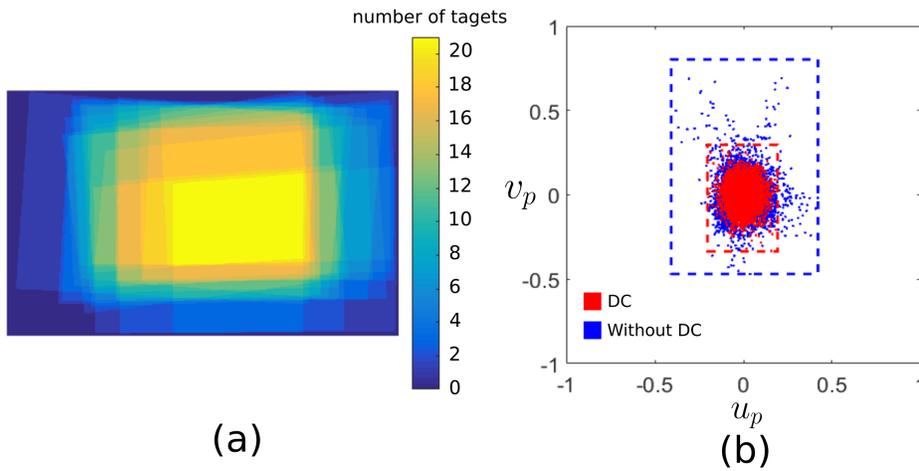


Figura 4.16: (a) Región del plano imagen del proyector usada para proyectar patrones sobre el plano de calibración. (b) Errores de reproyección de los modelos PM0 (Without DC) y PM1 (DC).

en las direcciones u_p y v_p para los modelos, los errores de reproyección promedio σ para PM0 y PM1 son de 0.10 y 0.07 píxeles, respectivamente.

Luego de obtener los parámetros intrínsecos de los sistemas de cámara y proyector, procedemos a calcular los parámetros extrínsecos del sistema y a refinar los parámetros intrínsecos calculados, minimizando el error de reproyección del sistema total. El primer modelo estéreo de calibración estéreo SM0 totalmente proyectivo, utilizando el modelo de cámara CM0 y el modelo de proyector PM0. El segundo modelo estéreo SM1 es calculado utilizando los parámetros del modelo CM1 y PM0; y el tercer modelo estereo SM2 es estimado a partir de los modelos CM1 y PM1. En la Tabla 4.11 están registrados los parámetros estéreos calculados para los modelos SM0, SM1 y SM2. En cada caso, los parámetros intrínsecos de la cámara y proyector han sido refinados, comparados con los modelos registrados en las Tablas 4.9 y 4.10.

	SM0	SM1	SM2
\mathbf{K}_c	$\begin{bmatrix} 2285,4 & 1,8 & 629,3 \\ 0 & 2287,1 & 517,3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2278,2 & 1,5 & 660,4 \\ 0 & 2277,1 & 501,0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2278,3 & 1,5 & 660,3 \\ 0 & 2277,2 & 500,9 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
\mathbf{K}_p	$\begin{bmatrix} 1958,1 & 1,1 & 651,6 \\ 0 & 1958,8 & 799,8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1956,9 & 1,1 & 651,1 \\ 0 & 1957,6 & 799,4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1953,2 & 1,9 & 655,6 \\ 0 & 1950,9 & 805,8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
\mathbf{k}_c	-	$[-0.187 \ 0.223 \]$	$[-0.187 \ 0.213 \]$
\mathbf{p}_c	-	$[0.001 \ 0.003 \]$	$[0.001 \ 0.003 \]$
\mathbf{k}_p	-	-	$[-0.001 \ -0.154 \]$
\mathbf{p}_p	-	-	$[-0.003 \ 0.001 \]$
\mathbf{R}	$\mathbf{R}(-0.84^\circ, 20.32^\circ, 0.71^\circ)$	$\mathbf{R}(-0.46^\circ, 21.13^\circ, 0.63^\circ)$	$\mathbf{R}(-0.26^\circ, 21.00^\circ, 0.67^\circ)$
\mathbf{t}	$[-196.26, -133.32, 89.66]$	$[-194.68, -133.24, 92.86]$	$[-194.90, -133.49, 92.41]$
σ	0.343	0.098	0.084

Tabla 4.11: Parámetros estéreos resultantes del modelo de calibración propuesto considerando un modelo lineal (SM0), un modelo compensando distorsiones de la cámara (SM1) y compensando distorsiones de cámara y proyector (SM2).

4.5.3 Análisis de distorsión de lentes

En esta sección evaluamos la incidencia de las distorsiones de lentes en nuestro modelo propuesto, realizando dos experimentos. El primero consiste en analizar la planitud de la reconstrucción de una tabla plana en cinco posiciones diferentes para los modelos SM0, SM1 y SM2 estimados en la sección anterior. En el segundo experimento, realizamos una reconstrucción a 360° de un tubo cilíndrico con diámetro conocido utilizando los modelos SM0 y SM2 y luego contrastamos estos cilindros reconstruidos con un cilindro ideal.

Análisis de distorsión de un plano

En esta sección se realiza una evaluación de la incidencia de las distorsiones de cámara y proyector en el modelo de calibración propuesto. Para ello, se posicionó un plano blanco de aproximadamente $30\text{cm} \times 20\text{cm}$, ubicado en cinco posiciones y orientaciones diferentes, como se muestra en la Figura 4.17. En cada posición, el plano fue reconstruido utilizando los modelos estéreos SM0, SM1 y SM2. Luego, medimos la planitud del plano reconstruido ajustando la nube de puntos a la ecuación ideal de un plano y obteniendo un error RMS del ajuste realizado.

En la Tabla 4.12 se muestran los errores RMS y los errores máximos obtenidos para las cinco posición del planos, reconstruido por cada modelo. Se observa que cuando

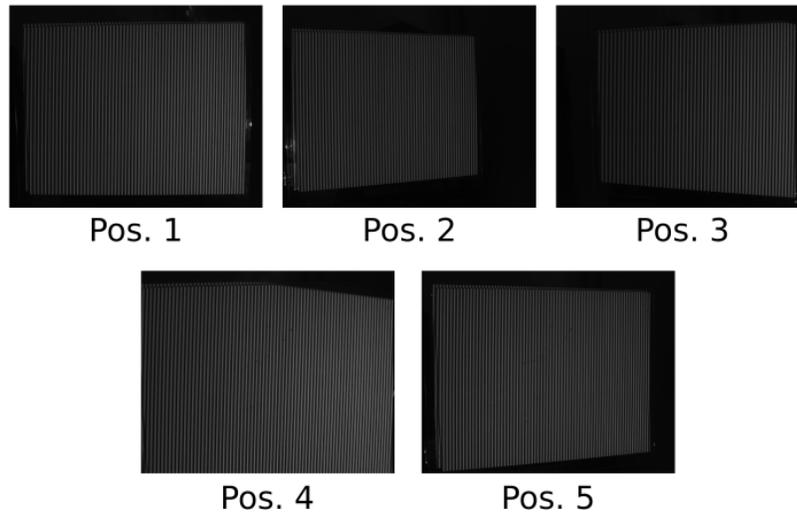


Figura 4.17: Imagen con franjas de un plano blanco en 5 posiciones diferentes para evaluar la incidencia de distorsión en el modelo de calibración propuesto.

reconstruimos los planos por un modelo completamente lineal (SM0), los errores máximos de ajuste sobrepasan los 2mm y obtenemos errores RMS cercanos a 0.500 mm. Cuando sólo se compensan las distorsiones de la cámara, lo cual es un procedimiento comúnmente empleado en la literatura, los errores máximos de ajuste son reducidos a aproximadamente 1 mm y se obtienen errores RMS cercanos a 0.100 mm. Cuando se compensan las distorsiones de las lentes de la cámara y del proyector los errores RMS se reducen en mas de un 50 % y se obtienen errores máximos cercanos a 0.100 mm. En el caso de la posición 4, se observa que tiene el error máximo comparado con las otras posiciones. Esto se debe a que el plano se encuentra en una posición muy cercana al sistema, saliéndose del volumen de calibración.

En la Figura 4.18(a)-(c) se muestra el mapa de errores de los planos reconstruidos en la primera posición utilizando los modelos SM0, SM1 y SM2, respectivamente. Observamos

Plano	SM0		SM1		SM2	
	RMS	Max	RMS	Max	RMS	Max
1	0.482	2.240	0.110	0.918	0.033	0.177
2	0.654	3.407	0.104	0.669	0.047	0.257
3	0.437	2.080	0.106	0.976	0.033	0.130
4	0.524	2.551	0.144	1.078	0.075	0.401
5	0.497	2.231	0.122	0.820	0.046	0.259

Tabla 4.12: Errores RMS y máximos de ajuste de los planos reconstruidos para evaluar la incidencia de las distorsiones de lentes.

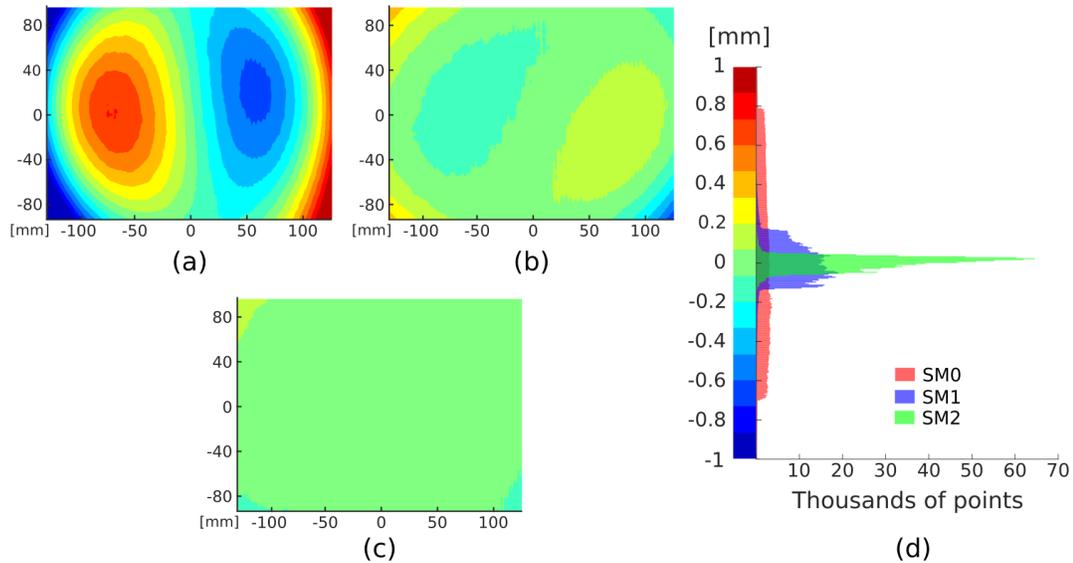


Figura 4.18: Plano reconstruido en la posición 1 utilizando los modelos de distorsión (a) SM0, (b) SM1 y (c) SM2. (d) Histograma de error de los planos (a)-(c).

que para el plano reconstruido por SM0 tiene un patrón de error característico, similar a la forma de la distorsión geométrica de las lentes. En el plano reconstruido por SM1 observamos el mismo patrón de error, pero más atenuado. Para el caso del plano reconstruido por SM2, observamos que el error es homogéneo en la mayor parte del plano y tiene algunos errores residuales en sus esquinas. En la Figura 4.18(d) se muestra el histograma de error de estos planos, se observa que el error obtenido con SM0 se distribuye casi homogéneamente en el rango de ± 0.800 mm; mientras que con SM1, los errores se ubican entre ± 0.200 mm y con SM2 se ubica entre ± 0.100 mm.

Análisis de distorsión en una reconstrucción 3D a 360°

Diversas aplicaciones de metrología requieren hacer digitalizaciones completas de objetos, en estos casos es necesario obtener reconstrucciones en distintas vistas del objeto para luego unirlos. En algunos casos basta con hacer girar por completo un objeto en una dirección e ir reconstruyéndolo en diferentes vistas, a este tipo de reconstrucción se le conoce como reconstrucción a 360 grados. Luego, es necesario emplear diversas estrategias para obtener la reconstrucción completa usando las reconstrucciones parciales de varias vistas. Algunas técnicas de registro de reconstrucción utilizan sistemas de rotación calibrados (Guo y Chen, 2003), detección y apareo de características comunes entre reconstrucciones (Yang y col., 2017), o se utilizan software como *MeshLab*. En esta sección evaluamos la incidencia de las distorsiones de lentes de cámara y proyector

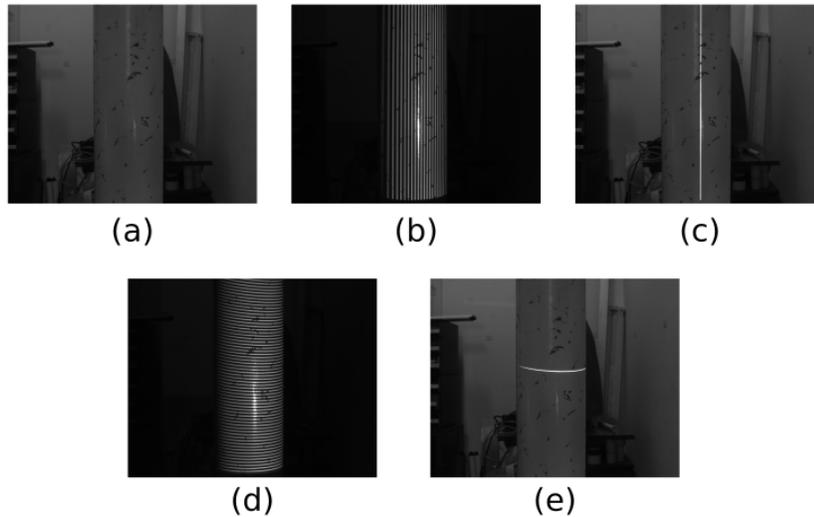


Figura 4.19: Imágenes capturadas de la reconstrucción parcial de un tubo de acero. (a) imagen de textura, (b) imagen de franjas verticales, (c) línea central vertical de proyección, (d) imagen de franjas horizontales y (e) línea central horizontal de proyección.

en un objeto reconstruido a 360° con el modelo de calibración propuesto. Para ello hacemos uso de un tubo de acero de diámetro conocido, el cual fue pintado de blanco y se colocaron unas marcas con color rojo para mejorar el proceso de registro. El diámetro del cilindro fue medido varias veces utilizando un calibrador con precisión de 0.010mm , obteniendo un valor de $89.150 \pm 0.010\text{mm}$. El tubo fue colocado en una plataforma giratoria (no calibrada) y fue girado en 8 posiciones en 360° . En cada posición capturamos imágenes de franjas verticales y horizontales con 15 corrimientos en 2π con sus respectivas líneas centrales de proyección y una imagen de textura del objeto. En la Figura 4.19 se muestran las imágenes capturadas para una posición del tubo.

El tubo fue reconstruido en cada posición utilizando el modelo de triangulación SMO y el modelo SM2, obteniendo 8 reconstrucciones parciales para cada modelo. Para alinear las reconstrucciones parciales, primero se utilizó el algoritmo *Scale-Invariant Feature Transform* (SIFT) propuesto en Lowe, 1999, para detectar y aparear puntos comunes entre dos reconstrucciones parciales consecutivas como se muestra en la Figura 4.20(a). Luego, las nubes de puntos característicos de las reconstrucciones parciales son alineadas utilizando el algoritmo *Iterative Closest Point* (ICP) (Rusinkiewicz y Levoy, 2001), estimando una matriz de transformación rígida, la cual usamos para alinear las dos reconstrucciones parciales. En la Figura 4.20(b) se muestra el registro de dos reconstrucciones parcial y en la Figura 4.20(c) se muestra el tubo reconstruido a 360° con las 8 reconstrucciones parciales registradas. Luego de realizar el proceso de registro, los dos cilindros reconstruidos son ajustados a un cilindro ideal utilizando

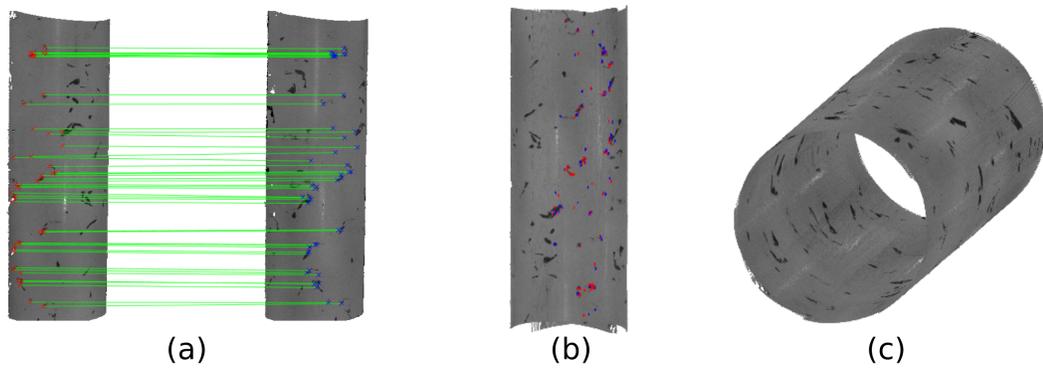


Figura 4.20: Proceso de registro de reconstrucciones parciales consecutivas. (a) Puntos característicos comunes detectados en dos reconstrucciones parciales. (b) Pegado de dos reconstrucciones parciales. (c) Reconstrucción completa del tubo registrando 8 reconstrucciones parciales.

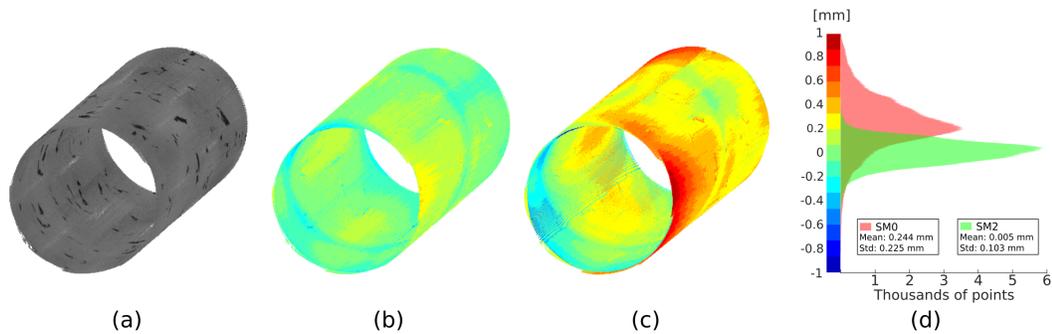


Figura 4.21: (a) Reconstrucción del cilindro a 360 con mapa de textura. (b) y (c) Cilindros reconstruidos por SM1 y SM0, respectivamente; el mapa de color de estos cilindros es proporcional a la diferencia con un cilindro ideal. (d) Histograma de error de los cilindros (b) y (c).

mínimos cuadrados. El radio calculado obtenido al hacer el ajuste fue de 44.820mm con una desviación estándar de 0.225mm y un error RMS de 0.332mm para el cilindro reconstruido por SM0. Para el cilindro reconstruido por SM2 se obtuvo un radio de 44.580mm con una desviación estándar de 0.102mm y un error RMS de 0.103mm.

Las Figuras 4.21(a)-(b) muestran los cilindros reconstruidos por SM0 y SM2, respectivamente. El mapa de color del cilindro es proporcional al error de ajuste al cilindro ideal de radio conocido. Podemos observar que el cilindro SM0 tiene mayor cantidad de zonas con influencia del error que el cilindro SM2, las cuales están ubicadas en los extremos del tubo, donde hay mayor influencia de distorsiones. La Figura 4.21(c) muestra el histograma de error de estos dos cilindros, donde podemos observar que el histograma del cilindro SM0 tiene una gran dispersión de error y su valor medio se encuentra alejado de cero. Por otra parte, la distribución de error de SM2 tiene una

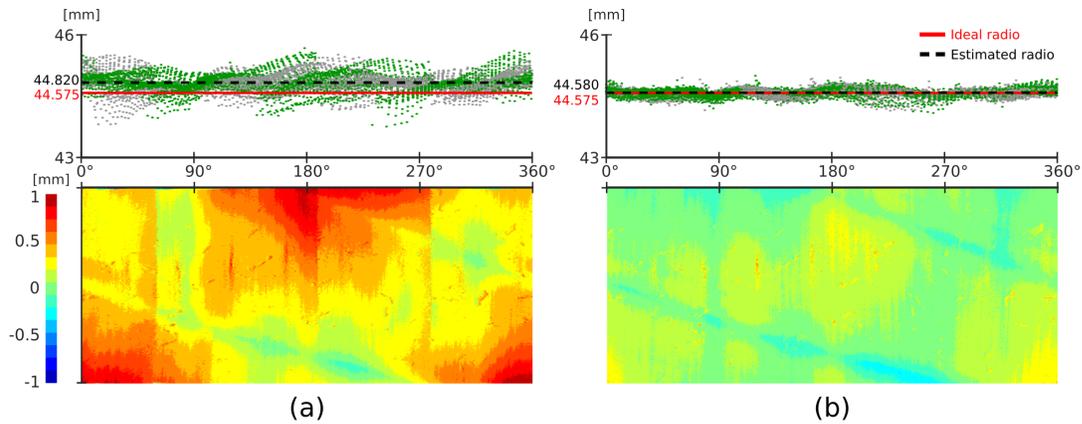


Figura 4.22: Visualización en coordenadas cilíndricas de los cilindros reconstruidos por los modelos (a) SM0 y (b) SM1.

baja dispersión y se encuentra centrada en cero. La figura 4.22 muestra las nubes de puntos en coordenadas cilíndricas, esta representación permite observar el error a lo largo de 360 grados. Observe que el cilindro SM0 (Figura 4.22(b)) tiene transiciones abruptas de color alrededor de 90° y 270° , esto es debido a que en estas zonas no hay un buen registro entre reconstrucciones parciales. No obstante, cuando se compensan las distorsiones, estas zonas son reconstruidas con una transición mas suave, como se muestra en la Figura 4.22(c).

Aplicaciones

En este capítulo mostramos tres aplicaciones de la reconstrucción, utilizando el sistema de reconstrucción implementado en este trabajo y calibrado con diferentes modelos de calibración. Realizamos aplicaciones dentro del campo industrial como el análisis superficial de abolladuras; en el campo médico como la metrología facial; y en el campo cultural, realizando reconstrucciones de patrimonio cultural Colombiano.

5.1 Análisis superficial de abolladuras

En esta sección mostramos la reconstrucción superficial 3D de un tubo de acero abollado. La abolladura presente en la superficie es una deformación plástica producida penetrando un indentador de cono de diamante. En las Figura 5.1(a) se muestra una imagen de textura del objeto de estudio. Las condiciones metrológicas en esta aplicación están sujetas a que la escena de reconstrucción es estática, puesto que el objeto es inerte; el objeto al ser pequeño, ocupa una región pequeña de la imagen, en donde se espera que no haya gran presencia de distorsiones geométricas; la superficie del objeto es suave y ocupa una corta profundidad. En este sentido, tanto un modelo de calibración por regresión como un modelo de triangulación pueden ser empleados. En esta oportunidad se decidió emplear el modelo de calibración por triangulación SM1 expuesto en la

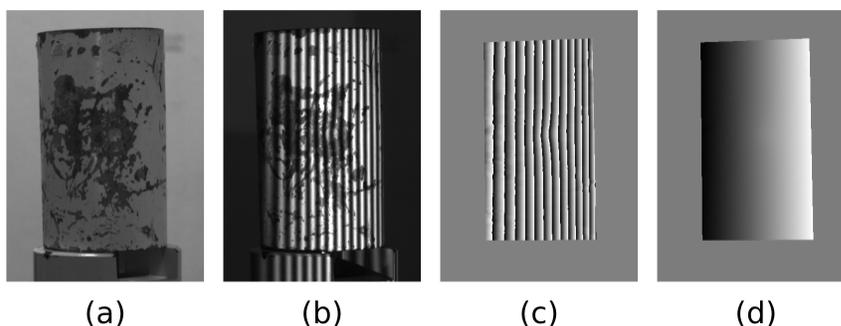


Figura 5.1: Imágenes capturadas en el proceso de reconstrucción de un tubo abollado. (a) Imagen de textura del objeto. (b) Patrones de franjas verticales proyectados sobre el objeto. (c) y (d) Fases discontinua y continua absoluta del objeto.

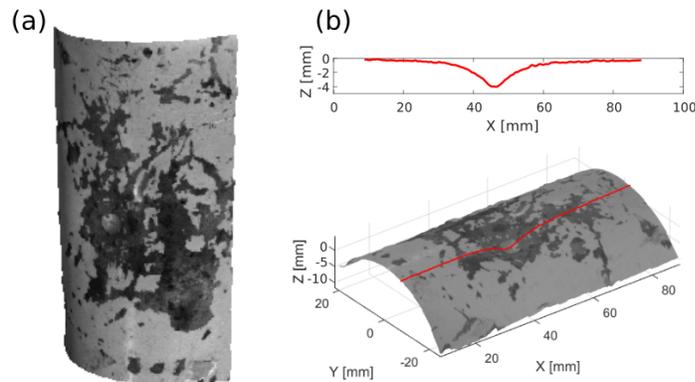


Figura 5.2: (a) Reconstrucción superficial del tubo con textura. (b) Perfil longitudinal a través de la abolladura de la tubería estudiada.

Sección 4.4, en el cual se compensan las distorsiones de la cámara. Para ello capturamos patrones de franjas verticales como se muestra en la Figura 5.1(b). En la Figura 5.1(c) se muestra la fase discontinua extraída por corrimiento de fase a 8 imágenes y en la Figura 5.1(d) se muestra el mapa de fase absoluta obtenido usando una línea central de proyección.

En la Figura 5.2(a) se muestra la superficie reconstruida con su información de textura añadida y en la Figura 5.2(b) se muestra un perfil de la reconstrucción a lo largo del eje longitudinal del tubo. Analizando este perfil podemos observar que la profundidad de la abolladura es de aproximadamente 4 mm. Note que medir la profundidad de esta deformación con instrumentos tradicionales de medidas puede ser complicado y es posible que no se garantice una buena precisión o resolución de la medición.

5.2 Metrología facial

Otra aplicación de estos sistemas de reconstrucción es la metrología facial, en la que varios patrones de franjas son proyectados sobre un rostro para obtener su modelo digital tridimensional. La medición de la forma de los rostros es muy usada en varios campos de las ciencias biomédicas, biometría, seguridad y entretenimiento. En el campo de la medicina pueden ser usados para el reconocimiento facial de expresiones (Zhang, 2010) y medición de arrugas faciales (Gómez y col., 2012). En esta aplicación, los requisitos metrologicos están ligados a una alta rapidez de adquisición, ya que los movimientos del paciente puede producir errores o ruido en la reconstrucción 3D, afectando su exactitud. Por esto, se necesita que el proceso de reconstrucciones requiera

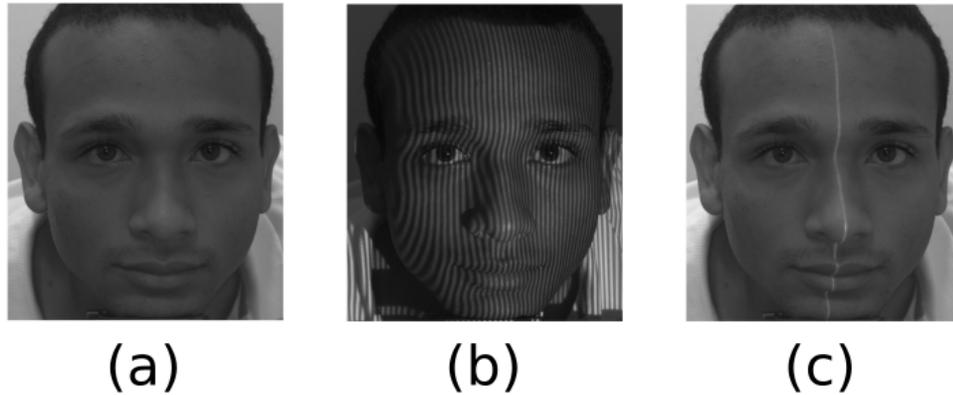


Figura 5.3: Imágenes capturadas para la reconstrucción de un rostro humano. (a) Imagen de textura del rostro. (b) Franjas proyectadas sobre el rostro. (c) Línea central de referencia.

proyectar y capturar pocas imágenes de patrones de franjas para realizar el proceso de reconstrucción. Por esto, en esta aplicación se recomienda utilizar las técnicas relacionadas a la perfilometría por transformada de Fourier, en la cual solo se necesita de un patrón de franjas para recuperar la información de fase del objeto. Por otra parte, el objeto a reconstruir ocupa un gran área de la cámara y el proyector, por lo que las distorsiones de los elementos ópticos podrían incidir sobre la precisión de la reconstrucción. En esta aplicación en particular, optamos por realizar la reconstrucción empleando el modelo de regresión detallado en la Sección 4.2, en el cual se obtiene una buena precisión de la reconstrucción utilizando solo un patrón de franjas en una dirección, además que las distorsiones de la cámara y el proyector no tienen incidencia en reconstrucción. Sin embargo, aquí debemos tener cuidado que el rostro se mantenga dentro del volumen calibrado para evitar imprecisiones.

En la Figura 5.3(a) se muestra una fotografía de un rostro humano objeto de estudio. En las Figuras 5.3(b) y 5.3(c) se muestra un patrón de franjas y la línea central de proyección proyectados sobre el rostro. La fase del rostro es extraída por transformada de Fourier (Sección 2.2.1) y se realizó un desenvolvimiento de fase bidimensional. Luego se utilizó el modelo de calibración de regresión descrito en la Sección 4.2 para reconstruir la superficie, ya que este modelo sólo emplea franjas verticales en el proceso de reconstrucción. En la Figura 5.4(a) se muestra la nube de puntos del rostro reconstruido en diferentes orientaciones. Observe que algunas zonas como la nariz y parte de los labios no son reconstruidos completamente. Esto se debe a que son zonas, las cuales no son vistas por la cámara, o bien, son zonas con presencia de sombras. En las Figuras 5.4(b) y 5.4(c) se muestra un renderizado de la superficie reconstruida con textura y en modo sombra.

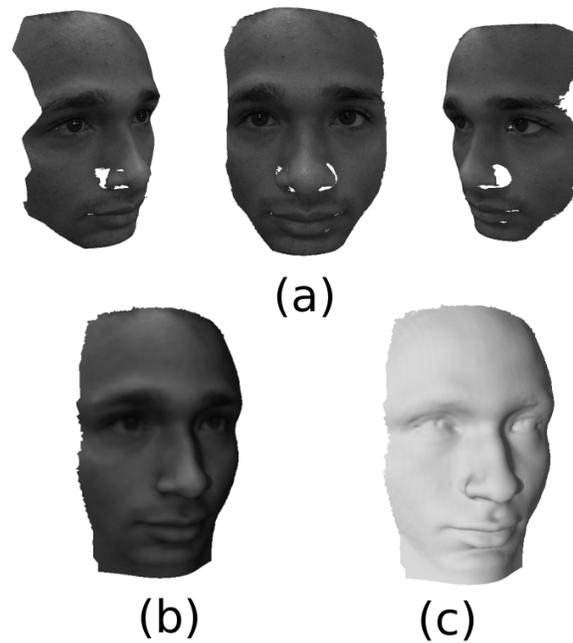


Figura 5.4: (a) Nube de puntos reconstruida en diferentes vistas. (b) Renderizado de la superficie con textura añadida. (c) Renderizado de la superficie en modo sombra.

5.3 Reconstrucción de patrimonio histórico y cultural

La digitalización de objetos con significado histórico y cultural es utilizado con el objetivo de obtener archivos digitales tridimensionales, obtener réplicas de trabajos de arte con gran fidelidad física, hacer restauración digital y monitorear cambios en la superficie de los objetos al pasar el tiempo, entre otros (Pieraccini y col., 2001). En este trabajo presentamos dos reconstrucciones de dos réplicas de la escultura que representan el patrimonio cultural de Colombia. La primera réplica se trata de una figura de cerámica de la escultura “*La figura reclinada de la gorda Gertrudis*” de Fernando Botero (IPCC, 2016), de un tamaño de $150\text{mm} \times 70\text{mm} \times 70\text{mm}$, la cual se muestra en la Figura 5.5(a). El segundo objeto es una réplica de cerámica de la escultura “*Cat, Fernando Botero*” (BarcelonaTurisme, 2003), de un tamaño de $300\text{mm} \times 130\text{mm} \times 110\text{mm}$, la cual se muestra en la Figura 5.6(a).

Para esta aplicación en particular se observa que no hay limitante en la cantidad los patrones proyectados, debido a que los objetos son inertes. Por otro lado, los objetos presentan algunas discontinuidades en su superficie cuando son vistos por la

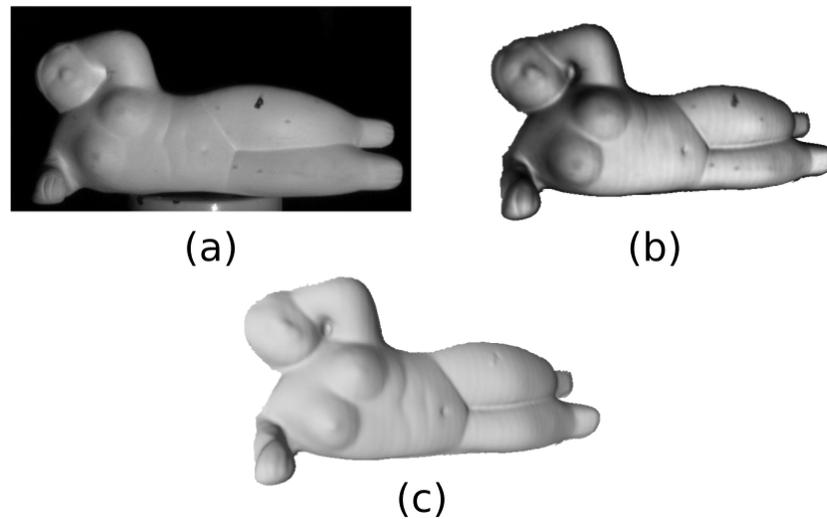


Figura 5.5: (a) Imagen de la réplica de cerámica de "La figura reclinada de la gorda Gertrudis" por Fernando Botero. (b) Nube de puntos obtenida del proceso de reconstrucción. (c) Superficie renderizada en modo sombra.

cámara; además, los objetos son de gran tamaño y es necesario tener gran volumen de calibración en el que se puedan ubicar. El tamaño del objeto también genera una mayor cobertura en los sensores de la cámara y proyector, de modo que podría haber presencia de distorsiones geométricas. Adicionalmente, si se desea reconstruir uno de estos objetos a 360° o cuerpo completo, las reconstrucciones deben ser muy precisas para evitar malos registros de reconstrucciones parciales. En este escenario consideramos pertinente utilizar el proceso de extracción de fase por codificación binaria, explicado en la Sección 2.3.2, para evitar problemas de discontinuidades al reconstruir los objetos; proponemos también utilizar el modelo de triangulación propuesto SM2 para realizar la reconstrucción. Este modelo garantiza reconstrucciones muy precisas al compensar las distorsiones de la cámara y el proyector; y también garantiza un gran volumen de calibración a diferencia del modelo de regresión.

Para la primera réplica se realizó una reconstrucción en una sola vista; mientras que la segunda réplica fue reconstruida en su totalidad. En las Figuras 5.5(b) y 5.5(c) se muestra la nube de puntos de una vista de la réplica reconstruida y un renderizado de la superficie con sombras. En las Figuras 5.6(b) y 5.6(c) se muestra una fotografía de la segunda réplica con franjas verticales proyectadas sobre su superficie y la reconstrucción obtenida en la posición mostrada, respectivamente. La Figura 5.7 muestra varias vistas del modelo 3D renderizado de la réplica reconstruida en su totalidad con textura (Figura 5.7(a)) y en modo sombra (Figura 5.7(b)).

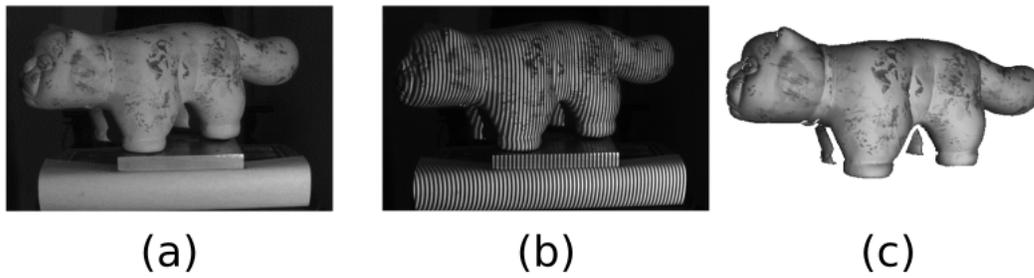


Figura 5.6: (a) Imagen de la réplica de cerámica de “Cat, Fernando Botero”. (b) Franjas proyectadas sobre la réplica. (c) Nube de puntos obtenida del proceso de reconstrucción.

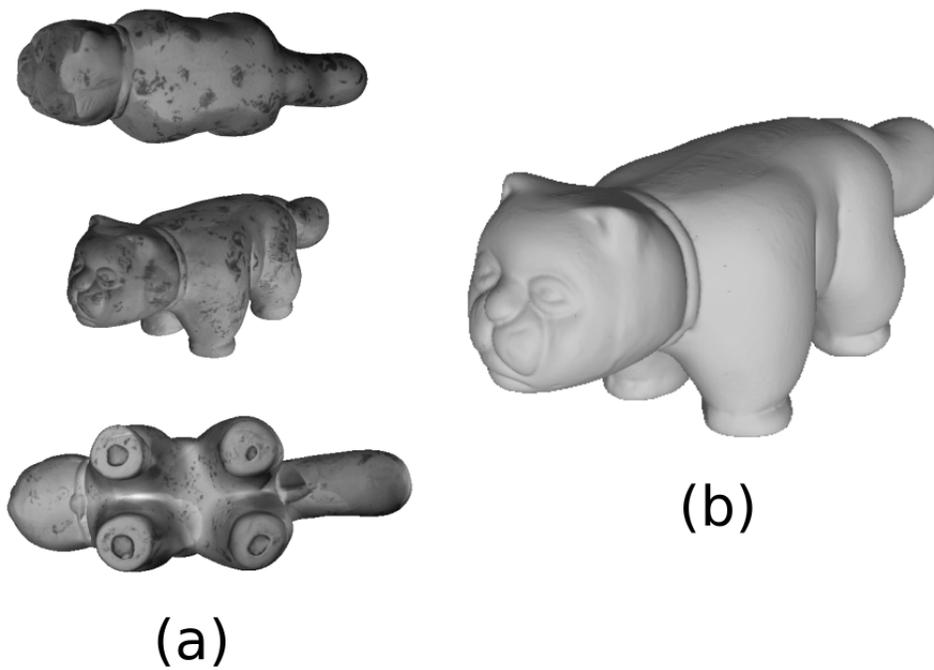


Figura 5.7: Réplica “Cat, Fernando Botero” reconstruida. (a) Nube de puntos obtenida de la reconstrucción completa en diferentes vistas. (b) Modelo renderizado de la réplica en modo sombra.

Conclusiones

En este trabajo hemos realizado la implementación de dos métodos de calibración convencionales a un montaje experimental para la reconstrucción 3D en distintos campos de aplicaciones. Dado la flexibilidad de la proyección digital de franjas de nuestro montaje, logramos implementar un método de calibración de regresión y un método de calibración estéreo. Luego comparamos los modelos y destacamos las ventajas y desventajas de implementar cada método en nuestro sistema de reconstrucción. Con base en las diferencias encontradas, propusimos un nuevo método de calibración que mejor se ajustara a nuestro sistema, garantizando flexibilidad y precisión. Basados en los experimentos realizados en nuestro sistema de reconstrucción, hemos llegado a las siguientes conclusiones:

1. El método de calibración por regresión implementado en nuestro sistema permite obtener reconstrucciones precisas, a pesar que no utilizamos sistemas de traslación de alta precisión. Observamos que la precisión del modelo de regresión polinomial disminuye cuando el objeto de interés se encuentra por fuera del espacio 3D mapeado (volumen de calibración), lo cual es importante a tener en cuenta. Por otra parte, las distorsiones de los lentes de los elementos ópticos no afecta al modelo, debido a que la no linealidad del mismo logra compensar estas distorsiones correctamente.
2. El método de calibración por visión estéreo propuesto en la literatura e implementado en nuestro sistema permite obtener reconstrucciones precisas, siempre y cuando se compensen las distorsiones geométricas de los lentes de la cámara y proyector. Encontramos que para nuestro sistema, las distorsiones de la cámara tienen una mayor incidencia que las del proyector; sin embargo, la precisión encontrada al compensar las distorsiones del proyector es significativa. Una desventaja que encontramos en éste método es que la técnica de calibración emplea una cuadrícula cromática que nos limita a utilizar cámaras monocromáticas en el montaje experimental. Adicional a esto, las esquinas del patrón cromático son estimadas con alta incertidumbre debido al bajo contraste de los cuadros de color, lo cual genera mayor incertidumbre en la estimación de los parámetros del sistema.

3. De acuerdo a nuestros resultados pudimos encontrar ventajas y desventajas entre los métodos de calibración por regresión y visión estéreo. En la Tabla 4.8 realizamos un análisis comparativo entre los modelos de calibración, basados en la evaluación de varios criterios de desempeño del sistema. Sin embargo, este análisis comparativo entre modelos es válido para nuestro montaje experimental, incluyendo los elementos que lo componen. Por otra parte, creemos que no existe un modelo mejor que otro, sino que la escogencia del modelo dependerá de la aplicación que se desea llevar a cabo. Por ejemplo, la aplicación en metrología facial desarrollada en la Sección 5.2 requiere una alta precisión en la reconstrucción pero requiere una alta velocidad de escaneo, por ello es necesario utilizar el modelo de regresión que brinda una gran precisión en la reconstrucción empleando patrones de franjas en una sola dirección. En cambio, si se necesita hacer una reconstrucción de un objeto de gran tamaño, como una replica del gato de botero (Sección 5.3), se escogería el método de calibración por visión estéreo ya que garantiza un mayor volumen de calibración y en esta aplicación en particular, la velocidad de escaneo no es importante.

4. Al implementar el método de calibración propuesto, utilizando un patrón ajedrezado con cuadros blancos y negros en nuestro sistema de reconstrucción, conseguimos una mayor precisión en la reconstrucción, en comparación con el método de calibración con cuadrícula cromática. Esto se debe a que las esquinas de la cuadrícula con cuadros blancos y negros son detectadas con mayor precisión, lo cual repercute de manera positiva en el cálculo de los parámetros del sistema, obteniendo menor incertidumbre en su estimación. Por otra parte, para obtener mayor precisión con el método propuesto se debe compensar la distorsión de la cámara y el proyector, lo cual acarrea mayor cantidad de patrones de proyección y mayor tiempo de procesado para la reconstrucción.

Bibliografía

- Arciniegas, Javier, Andrés L González, Luz A Quintero, Carlos R Contreras y Jaime E Meneses (2015). „Sistema de reconstrucción tridimensional aplicado a la exploración superficial de fallas y defectos en tuberías con refuerzo no metálico para el transporte de hidrocarburos“. En: *Revista Investigaciones Aplicadas* 9.1, págs. 12-18 (vid. pág. 23).
- Bouguet, Jean-Yves (2000). „Matlab camera calibration toolbox“. En: *Caltech Technical Report* (vid. pág. 28).
- Burke, Jan, Thorsten Bothe, Wolfgang Osten y Cecil Hess (2002). „Reverse engineering by fringe projection“. En: *Proc. SPIE*. Vol. 4778, págs. 312-324 (vid. pág. 39).
- Chen, Rui, Jing Xu, Heping Chen y col. (2016). „Accurate calibration method for camera and projector in fringe patterns measurement system“. En: *Applied optics* 55.16, págs. 4293-4300 (vid. págs. 30, 39).
- Forero, Nelson, Andrés G Marrugo, Raúl Vargas, Jairo Useche, Lenny A Romero y col. (2018). „An Experimental Study on Deformation Analysis of an Indented Pipe via Fringe Projection Profilometry and Digital Image Correlation“. En: *Latin America Optics and Photonics Conference*. Optical Society of America, Th5B-3 (vid. pág. 6).
- Goldstein, Richard M, Howard A Zebker y Charles L Werner (1988). „Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping“. En: *Radio science* 23.4, págs. 713-720 (vid. pág. 20).
- Gómez, Andrés Leonardo González, Jaime Enrique Meneses Fonseca y Jaury León Téllez (2012). „Proyección de franjas en metrología óptica facial“. En: *INGE CUC* 8.1, págs. 191-206 (vid. pág. 72).
- Gorthi, Sai Siva y Pramod Rastogi (2010). „Fringe projection techniques: whither we are?“. En: *Optics and lasers in engineering* 48.IMAC-REVIEW-2009-001, págs. 133-140 (vid. pág. 3).
- Greivenkamp, John E (1984). „Generalized data reduction for heterodyne interferometry“. En: *Optical Engineering* 23.4, pág. 234350 (vid. pág. 16).
- Guidi, Gabriele, Massimiliano Pieraccini, S Ciofi y col. (2001). „Tridimensional digitizing of Donatello's Maddalena“. En: (vid. pág. 3).
- Guo, Hongwei y Mingyi Chen (2003). „Multiview connection technique for 360-deg three-dimensional measurement“. En: *Optical Engineering* 42.4, págs. 900-906 (vid. pág. 67).

- Guo, Hongwei, Haitao He, Yingjie Yu y Mingyi Chen (2005). „Least-squares calibration method for fringe projection profilometry“. En: *Optical Engineering* 44.3, págs. 033603-033603 (vid. pág. 39).
- Hartley, Richard y Andrew Zisserman (2003). *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge university press (vid. pág. 24).
- Heikkila, Janne y Olli Silven (1997). „A four-step camera calibration procedure with implicit image correction“. En: *Computer Vision and Pattern Recognition, 1997. Proceedings., 1997 IEEE Computer Society Conference on*. IEEE, págs. 1106-1112 (vid. págs. 26, 27).
- Hu, Qingying, Peisen S Huang, Qionglin Fu y Fu-Pen Chiang (2003). „Calibration of a three-dimensional shape measurement system“. En: *Optical Engineering* 42.2, págs. 487-493 (vid. pág. 23).
- Huang, Lei, Patrick SK Chua y A Asundi (2010). „Least-squares calibration method for fringe projection profilometry considering camera lens distortion“. En: *Applied optics* 49.9, págs. 1539-1548 (vid. pág. 40).
- Huang, Zhengrong, Jiangtao Xi, Yanguang Yu y Qinghua Guo (2015). „Accurate projector calibration based on a new point-to-point mapping relationship between the camera and projector images“. En: *Applied optics* 54.3, págs. 347-356 (vid. págs. 23, 30).
- Hui, Tak-Wai y Grantham Kwok-Hung Pang (2009). „Solder paste inspection using region-based defect detection“. En: *The International journal of advanced manufacturing technology* 42.7-8, pág. 725 (vid. pág. 3).
- Huntley, Jonathan M y Henrik Saldner (1993). „Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis“. En: *Applied Optics* 32.17, págs. 3047-3052 (vid. pág. 23).
- Li, Beiwen, Nikolaus Karpinsky y Song Zhang (2014). „Novel calibration method for structured-light system with an out-of-focus projector“. En: *Applied optics* 53.16, págs. 3415-3426 (vid. pág. 35).
- Li, Kai, Jingjie Bu y Dongsheng Zhang (2016). „Lens distortion elimination for improving measurement accuracy of fringe projection profilometry“. En: *Optics and Lasers in Engineering* 85, págs. 53-64 (vid. pág. 23).
- Li, Wansong, Xianyu Su y Zhongbao Liu (2001). „Large-scale three-dimensional object measurement: a practical coordinate mapping and image data-patching method“. En: *Applied Optics* 40.20, págs. 3326-3333 (vid. pág. 39).
- Li, Zhongwei, Yusheng Shi, Congjun Wang, Gang Zhou y Dahui Qin (2007). „A prototype system for high precision 3D measurement based on grating method“. En: *Photonics Asia 2007*. International Society for Optics y Photonics, págs. 683442-683442 (vid. pág. 30).
- Lilley, Francis, Michael J Lalor y David R Burton (2000). „Robust fringe analysis system for human body shape measurement“. En: *Optical Engineering* 39.1, págs. 187-195 (vid. pág. 3).
- Lin, J F y X Su (1995). „Two-dimensional Fourier transform profilometry for the automatic measurement of three-dimensional object shapes“. En: *Optical Engineering* 34.11, págs. 3297-3302 (vid. pág. 12).

- Liu, Hongyu, Wei-Hung Su, Karl Reichard y Shizhuo Yin (2003). „Calibration-based phase-shifting projected fringe profilometry for accurate absolute 3D surface profile measurement“. En: *Optics communications* 216.1, págs. 65-80 (vid. págs. 23, 41).
- Lowe, David G (1999). „Object recognition from local scale-invariant features“. En: *Computer vision, 1999. The proceedings of the seventh IEEE international conference on*. Vol. 2. Ieee, págs. 1150-1157 (vid. pág. 68).
- Malacara-Hernández, Daniel y Zacarías Malacara-Hernández (2016). *Handbook of optical design*. CRC Press (vid. pág. 15).
- Marrugo, Andrés G, Jesús Pineda, Lenny A Romero, Raúl Vargas y Jaime Meneses (2018). „Fourier Transform Profilometry in LabVIEW“. En: *Digital Systems*. IntechOpen (vid. pág. 6).
- Méndez, D, S Méndez, A Quezada, Heiko Rudolph y Mario Lehman (2009). „Face recognition system using fringe projection and moiré: characterization with fractal parameters“. En: *International Journal of Computer Science and Network Security* 9.7, págs. 78-84 (vid. pág. 3).
- Merner, Leah, Yajun Wang y Song Zhang (2013). „Accurate calibration for 3D shape measurement system using a binary defocusing technique“. En: *Optics and Lasers in Engineering* 51.5, págs. 514-519 (vid. págs. 3, 23, 40).
- Pieraccini, Massimiliano, Gabriele Guidi y Carlo Atzeni (2001). „3D digitizing of cultural heritage“. En: *Journal of Cultural Heritage* 2.1, págs. 63-70 (vid. pág. 74).
- Pineda, Jesús, Jhacson Meza, Andrés G Marrugo, Raúl Vargas y Lenny A Romero (2018). „A Particle Swarm Optimization Approach to Log-Gabor Filtering in Fourier Transform Profilometry“. En: *Latin America Optics and Photonics Conference*. Optical Society of America, Th4A-9 (vid. pág. 6).
- Pritt, Mark D y Dennis C Ghiglia (1998). *Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software*. Wiley (vid. pág. 18).
- Quan, C, XY He, CF Wang, CJ Tay y HM Shang (2001). „Shape measurement of small objects using LCD fringe projection with phase shifting“. En: *Optics Communications* 189.1-3, págs. 21-29 (vid. pág. 12).
- Rusinkiewicz, Szymon y Marc Levoy (2001). „Efficient variants of the ICP algorithm“. En: *3-D Digital Imaging and Modeling, 2001. Proceedings. Third International Conference on*. IEEE, págs. 145-152 (vid. pág. 68).
- Salvi, Joaquim, Jordi Pages y Joan Batlle (2004). „Pattern codification strategies in structured light systems“. En: *Pattern recognition* 37.4, págs. 827-849 (vid. págs. 10, 20).
- Slama, Chester C (1980). *Manual of Photogrammetry*. Inf. téc. AMERICA SOCIETY OF PHOTOGRAMMETRY, (vid. pág. 26).
- Su, Xianyu y Wenjing Chen (2004). „Reliability-guided phase unwrapping algorithm: a review“. En: *Optics and Lasers in Engineering* 42.3, págs. 245-261 (vid. pág. 20).
- Takeda, Mitsuo, Hideki Ina y Seiji Kobayashi (1982). „Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry“. En: *JosA* 72.1, págs. 156-160 (vid. págs. 12, 39).

- Vargas, Raúl, Andrés G Marrugo, Jesús Pineda, Jaime Meneses y Lenny A Romero (2018a). „Camera-Projector Calibration Methods with Compensation of Geometric Distortions in Fringe Projection Profilometry: A Comparative Study“. En: *Optica pura y aplicada* 51.3 (vid. pág. 6).
- (2018b). „Evaluating the Influence of Camera and Projector Lens Distortion in 3D Reconstruction Quality for Fringe Projection Profilometry“. En: *3D Image Acquisition and Display: Technology, Perception and Applications*. Optical Society of America, 3M3G-5 (vid. pág. 6).
- Wang, Yajun y Song Zhang (2012). „Novel phase-coding method for absolute phase retrieval“. En: *Optics letters* 37.11, págs. 2067-2069 (vid. pág. 20).
- Xiaoling, Zhang, Lin Yuchi, Zhao Meirong, Niu Xiaobing y Huang Yinguo (2005). „Calibration of a fringe projection profilometry system using virtual phase calibrating model planes“. En: *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 7.4, pág. 192 (vid. pág. 41).
- Yang, Peng, Yihao Zhou, Jun Yao, Ying Tang y Jubing Chen (2017). „Three-dimensional shape reconstruction via an objective function optimization-based point cloud registration method“. En: *Optical Engineering* 56.11, pág. 113108 (vid. pág. 67).
- Yen, Hsu-Nan, Du-Ming Tsai y Jun-Yi Yang (2006). „Full-field 3-D measurement of solder pastes using LCD-based phase shifting techniques“. En: *IEEE Transactions on Electronics Packaging Manufacturing* 29.1, págs. 50-57 (vid. pág. 3).
- Zhang, Qican y Xianyu Su (2005). „High-speed optical measurement for the drumhead vibration“. En: *Optics express* 13.8, págs. 3110-3116 (vid. pág. 34).
- Zhang, Song (2010). „Recent progresses on real-time 3D shape measurement using digital fringe projection techniques“. En: *Optics and lasers in engineering* 48.2, págs. 149-158 (vid. pág. 72).
- (2016). *High-Speed 3D imaging with digital fringe projection techniques*. CRC Press (vid. pág. 10).
- Zhang, Song y Peisen S Huang (2006). „Novel method for structured light system calibration“. En: *Optical Engineering* 45.8, págs. 083601-083601 (vid. págs. 23, 30, 34).
- Zhang, Wei, Weishi Li, Liandong Yu y col. (2017). „Sub-pixel projector calibration method for fringe projection profilometry“. En: *Optics Express* 25.16, págs. 19158-19169 (vid. págs. 3, 30).
- Zhang, Zhengyou (2000). „A flexible new technique for camera calibration“. En: *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 22 (vid. pág. 27).
- Zhou, Ping, Xinran Liu y Tongjing Zhu (2014). „Analysis of the relationship between fringe angle and three-dimensional profilometry system sensitivity“. En: *Applied optics* 53.13, págs. 2929-2935 (vid. pág. 39).

Páginas web

BarcelonaTurisme (2003). *MONUMENTO ARTISTICO “Gat, Fernando Botero”*. URL: <https://www.barcelonaturisme.com/wv3/ru/page/1226/gat-fernando-botero.html> (vid. pág. 74).

Cignoni, Paolo. *MeshLab*. URL: <http://meshlab.sourceforge.net/> (vid. pág. 67).

IPCC (2016). *MONUMENTO ARTISTICO “FIGURA RECLINADA DE LA GORDA GERTRUDIS”*. URL: <http://www.ipcc.gov.co/index.php/noticias/item/260-botero> (visitado 1 de mayo de 2018) (vid. pág. 74).

Declaración

Yo, Raúl Andrés Vargas Ramírez, con documento de identificación 1047470348 y estudiante del programa de Maestría en Ingeniería del énfasis en Electrónica de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Bolívar, en relación con el Trabajo de Grado presentado para su defensa y evaluación, declara que asume la originalidad de dicho trabajo, entendida en el sentido de que no ha utilizado fuentes sin citarlas debidamente.

Cartagena, Bolívar, 2019

Raúl Andrés Vargas Ramírez

Anexos

A continuación se anexan dos artículos, producto de la divulgación de los resultados obtenidos en este documento. El primer artículo de Proceeding titulado “Evaluating the Influence of Camera and ProjectorLens Distortion in 3D Reconstruction Quality forFringe Projection Profilometry” publicado en Optics InfoBase y el segundo artículo “Camera-Projector Calibration Methods with Compensation of Geometric Distortions in Fringe Projection Profilometry: A Comparative Study” publicado en la revista Óptica Pura y Aplicada (OPA).

Evaluating the Influence of Camera and Projector Lens Distortion in 3D Reconstruction Quality for Fringe Projection Profilometry

Raúl Vargas,¹ Andrés G. Marrugo¹, Jesús Pineda,¹ Jaime Meneses,² and Lenny A. Romero³

¹*Facultad de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia.*

²*Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.*

³*Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia.*

agmarrugo@utb.edu.co

Abstract: We study the influence of geometric distortions of the camera and projector lenses on 3D reconstruction quality for fringe projection profilometry. Experimental results on real objects and their 3D models show the accuracy is improved.

OCIS codes: 070.0070, 150.6910, 120.0120.

1. Introduction

The calibration of a Fringe projection profilometry (FPP) system is a crucial step for achieving accurate measurements. Despite the fact that many calibration methods have been proposed in the past [1], most methods ignore the influence of the geometric distortions of the camera and projector lenses on the reconstruction quality. Moreover, even when the distortions are taken into account the usual error analysis is based on reprojection error. A minimum reprojection error in the calibration images does not ensure the best reconstruction accuracy of arbitrary objects. Some authors have found that additional minimization of calibration parameters overfits calibration data and produces less accurate 3D models [2]. In this paper we evaluate the influence of the geometric distortions of the camera and projector lenses on 3D reconstruction quality for a FPP system. Our system is based on a camera-projector stereo vision system, in which the projector is regarded as an inverse camera [3,4].

2. Experiments and results

The stereo camera-projector system works by searching for homologous image points in the camera and projector. The 3D coordinates of measured points can be reconstructed once system parameters have been determined. To detect system parameters and for searching corresponding points, horizontal and vertical fringes are projected onto a calibration plane placed in different positions and orientations. This plane is a checkerboard target with two colors, which are selected so that with gray-level projection the monochromatic camera response to the two colors are similar, but when the target is illuminated with red light, only the checkerboard image is detected in the camera. The calibration involves estimating the radial and tangential distortion coefficients for both the camera and projector. In our setup, the intrinsic parameters of both devices are estimated independently. Moreover, the geometric lens distortion compensation is carried out in camera and projector image coordinates to maintain accuracy.

We carried out several experiments for assessing the influence of lens distortion in 3D reconstruction quality. First, we reconstructed a 250x250 mm flat glass surface under different orientations and we computed the RMS error from the reconstruction to the ideal 3D model of that of a plane. In Fig. 1(a) we show the reconstruction error surface without lens distortion compensation for a given plane under orientation number 1 in Fig. 1(d). Note that the error decreases when the camera lens distortion is compensated, Fig. 1(b), but it decreases to a greater extent after both the projector and camera lens distortions are compensated (Fig. 1(c)) yielding an RMS error of 0.1215 mm.

Second, we studied the influence of lens distortion on the 360° reconstruction of objects. In our experiments we scanned a dented pipe for analysis. In Fig. 2 we show the dented pipe along with the two 360° reconstructions from partial 3D scans compensating the camera and projector lens distortions and without compensation. By looking at the profile in Fig. 2(d) we notice a significant difference in the shape and measurements of the pipe. A 1 mm difference in diameter is shown in the zoomed region.

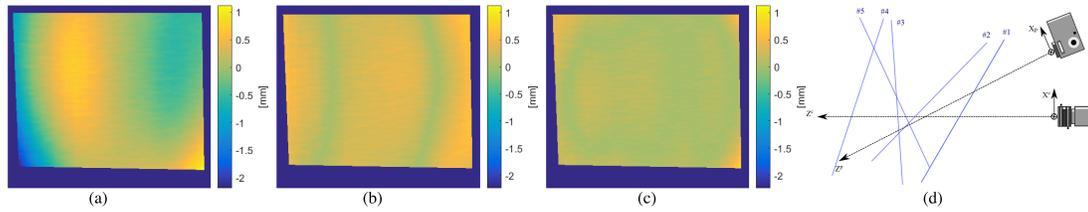


Fig. 1. Reconstruction error for a flat surface. (a) Without lens distortion compensation (RMS error 0.4501 mm), (b) with camera compensation (RMS error 0.3173 mm), (c) with camera and projector compensation (RMS error 0.1215 mm), and (d) setup.

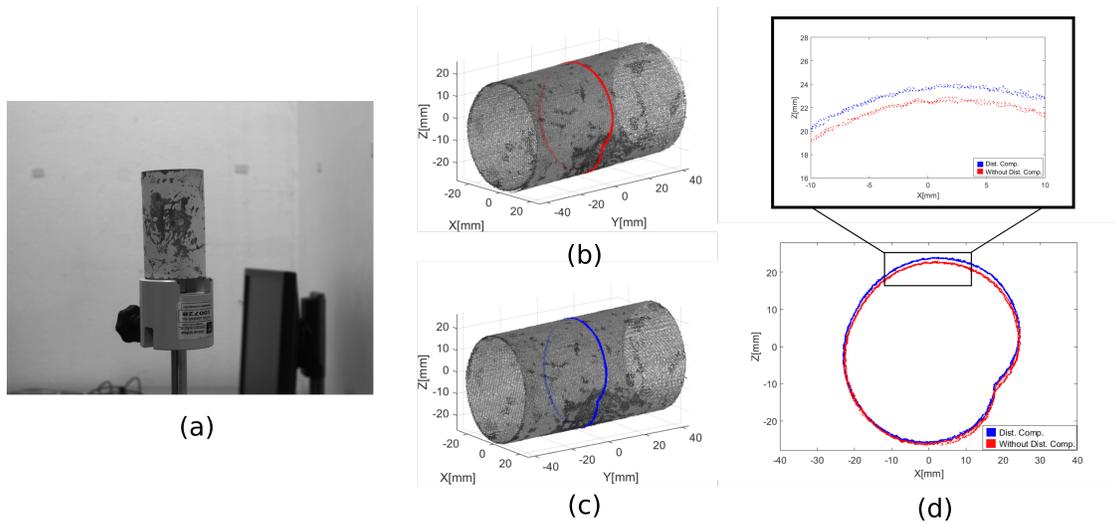


Fig. 2. (a) Dented pipe, (b) 360° 3D reconstruction without geometric distortion compensation, (c) with compensation, and (d) profile comparison.

3. Conclusions

In this work we have presented a study on the influence of camera-projector lens distortions for fringe projection profilometry. Our results show that the lens distortion compensation cannot be disregarded, as is often the case, and that the compensation is required for stitching partial 3D reconstructions for building accurate 360° reconstructions.

Acknowledgement

This work has been partly funded by Colciencias project 538871552485 and by Universidad Tecnológica de Bolívar project FI1607T2001. R. Vargas and J. Pineda thank the Universidad Tecnológica de Bolívar for a Masters degree scholarship.

References

1. S. Zhang, *High-Speed 3D Imaging with Digital Fringe Projection Techniques* (CRC Press, 2016).
2. D. Moreno and G. Taubin, "Simple, Accurate, and Robust Projector-Camera Calibration," in "2012 Second International Conference on 3D Imaging, Modeling, Processing, Visualization and Transmission (3DIMPVT)," (IEEE, 2012), pp. 464–471.
3. S. Zhang and P. S. Huang, "Novel method for structured light system calibration," *Optical Engineering* **45**, 083,601 (2006).
4. H. Lee, M. Y. Kim, and J. I. Moon, "Three-dimensional sensing methodology combining stereo vision and phase-measuring profilometry based on dynamic programming," *Optical Engineering* **56**, 1–11 (2018).

Camera-Projector Calibration Methods with Compensation of Geometric Distortions in Fringe Projection Profilometry: A Comparative Study

Métodos de calibración cámara-proyector con compensación de distorsiones geométricas en perfilometría por proyección de franjas: un estudio comparativo

Raúl Vargas^{1*}, Andrés G. Marrugo¹, Jesús Pineda¹, Jaime Meneses³, Lenny A. Romero²

¹ Facultad de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia

² Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia

³ Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia

*E-mail: raulandres_16@hotmail.com

Received: 18/12/2017

Accepted: 03/09/2018

DOI: 10.7149/OPA.51.3.50305

ABSTRACT:

The calibration methods most used in fringe projection profilometry are based on models of least squares adjustment and stereo vision techniques. However, the geometric distortions of the projector and camera lenses introduce imprecision in certain regions of the 3D reconstruction. In this paper, we perform a comparative study between the second order polynomial adjustment method and the stereo calibration method applying lens distortion compensation. The experimental results show that in the stereo calibration the incidence of the distortions in the 3D reconstruction is significant. In contrast, in the proposed polynomial calibration, reconstruction errors are associated with the calibrated volume, typically low within the calibration volume.

Key words: Fringe projection, stereo-vision, lens geometric distortions, polynomial calibration.

RESUMEN:

Los métodos de calibración más usados en perfilometría por proyección de franjas están basados en modelos de ajustes por mínimos cuadrados y técnicas de visión estereo. Sin embargo, las distorsiones geométricas de los lentes del proyector y de la cámara introducen imprecisión en ciertas regiones de la reconstrucción 3D. En este trabajo realizamos un estudio comparativo entre el método de ajuste polinomial de segundo orden y el método de calibración estereo aplicando compensación de distorsiones. Los resultados experimentales muestran que en la calibración estereo la incidencia de las distorsiones en la reconstrucción 3D es significativa. En cambio, en la calibración polinomial propuesta, los errores de reconstrucción están asociados al volumen calibrado.

Palabras clave: Proyección de franjas, visión estereo, distorsiones geométricas, calibración polinomial.

REFERENCES AND LINKS / REFERENCIAS Y ENLACES

- [1] L. Felipe-Sesé, F. A. Díaz, and P. Siegmann, "Integration of Fringe Projection and 2D Digital Image Correlation for the measurement of 3D displacements and strains," *Opt. Pura Apl.*, **50**, pp. 25–35, (2017).
- [2] S. S. Gorthi and P. Rastogi, "Fringe projection techniques: whither we are?," *Opt. Lasers Eng.*, **48**, pp. 133–140, (2010).
- [3] A. Hanafi, T. Gharbi, and J.-Y. Cornu, "In vivo measurement of lower back deformations with Fourier-



- transform profilometry,” *Appl. Opt.*, **44**, pp. 2266–2273, (2005).
- [4] J. Barrios, M. Morón, C. Barrios, R. Contreras, A. González, and J. Meneses, “Three-dimensional scanning of the cornea by using a structured light module,” *Opt. Pura y Apl.*, **50**, pp. 351–357, (2017).
- [5] Q. Guo, Y. Ruan, J. Xi, L. Song, X. Zhu, Y. Yu, and J. Tong, “3D shape measurement of moving object with FFT-based spatial matching,” *Opt Laser Technol*, **100**, pp. 325–331, (2018).
- [6] L. Huang, P. S. K. Chua, and A. Asundi, “Least-squares calibration method for fringe projection profilometry considering camera lens distortion,” *Appl. Opt.*, **49**, pp. 1539–1548, (2010).
- [7] M. Takeda and K. Mutoh, “Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes,” *Appl. Opt.*, **22**, p. 3977, (1983).
- [8] A.-S. Poulin-Girard, S. Thibault, and D. Laurendeau, “Influence of camera calibration conditions on the accuracy of 3D reconstruction,” *Opt Express*, **24**, p. 2678, (2016).
- [9] Y. Wen, S. Li, H. Cheng, X. Su, and Q. Zhang, “Universal calculation formula and calibration method in Fourier transform profilometry,” *Appl. Opt.*, **49**, pp. 6563–6569, (2010).
- [10] J. Lu, R. Mo, H. Sun, and Z. Chang, “Flexible calibration of phase-to-height conversion in fringe projection profilometry,” *Appl. Opt.*, **55**, p. 6381, (2016).
- [11] S. Zhang and P. S. Huang, “Novel method for structured light system calibration,” *Opt. Eng.*, **45**, 083601, (2006).
- [12] P. Stavroulakis, D. Sims-Waterhouse, S. Piano, and R. Leach, “Flexible decoupled camera and projector fringe projection system using inertial sensors,” *Opt. Eng.* **56**, no. 10, pp. 1–6, (2017).
- [13] H. Liu, W.-H. Su, K. Reichard, and S. Yin, “Calibration-based phase-shifting projected fringe profilometry for accurate absolute 3D surface profile measurement,” *Optics Commun.*, **216**, pp. 65–80, (2003).
- [14] X. Liu, Z. Cai, Y. Yin, H. Jiang, D. He, W. He, Z. Zhang, and X. Peng, “Calibration of fringe projection profilometry using an inaccurate 2D reference target,” *Opt. Lasers Eng.*, **89**, pp. 131–137, (2017).
- [15] Y. Yin, X. Peng, A. Li, X. Liu, and B. Z. Gao, “Calibration of fringe projection profilometry with bundle adjustment strategy,” *Opt. Lett.*, **37**, pp. 542–544, (2012).
- [16] D. Acevedo and J. Meneses, “Global positioning system of an object using high resolution stereo vision,” *Opt. Pura y Apl.*, **45**, pp. 307–313 (2012).
- [17] W. Zhang, W. Li, L. Yu, H. Luo, H. Zhao, and H. Xia, “Sub-pixel projector calibration method for fringe projection profilometry,” *Opt Express*, **25**, p. 19158, (2017).
- [18] Z. Huang, J. Xi, Y. Yu, and Q. Guo, “Accurate projector calibration based on a new point-to-point mapping relationship between the camera and projector images,” *Appl. Opt.*, **54**, pp. 347–356, (2015).
- [19] S. Zhang, *High-Speed 3D Imaging with Digital Fringe Projection Techniques*. CRC Press, (2016).
- [20] J.-Y. Bouguet, “Camera calibration toolbox for Matlab,” http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html, (2004)
- [21] Z. Zhang, “A flexible new technique for camera calibration,” *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, **22**, pp. 1330–1334, (2000).
-

1. Introduction

Three-dimensional (3D) scanning techniques based on fringe pattern projection and imaging have been extensively developed to meet the demands of many applications including, industrial inspection, computer-aided design, manufacturing, medical diagnosis, etc., [1]-[4]. The main advantages of these techniques include their non-contact nature, dense measurement, high speed, high automation degree and high accuracy [5], [6]. Fringe projection profilometry (FPP) consists in projecting a sinusoidal pattern onto an object to measure its shape and obtain a 3D digital model. The process is based on phase retrieval techniques from the projected patterns and a mapping from the recovered phase to the physical measurement values. This unit conversion, or phase-to-height mapping, depends on the geometric parameters of the FPP system (rotation angles and translation vectors between the projection and capture devices). The calibration of the FPP system is a crucial step for achieving accurate measurements. Many calibration methods have been proposed, however they can be broadly classified in two categories: phase-to-height mapping methods [7]-[10] or stereo-vision methods [2], [11], [12]. In the first category, the relations between phase and the height of the object have to be identified and constructed either by a model-based approach or a polynomial fit [6], [13]. These techniques often work by displacing a plane,



perpendicular to the camera axis, in accurately known values and establishing the phase-to-height relation for each pixel in the camera. In the second category, the camera and the projector form a calibrated stereo vision system, in which the projector is regarded as an inverse camera [11], [12], [14]-[16]. However, as opposed to a traditional stereo vision system, the fringe projection approach does not require feature matching. The camera and projector pixel correspondences are obtained directly from the recovered phase, thus enabling the triangulation for estimating the 3D coordinates of object's surface. It is also worth noting that this approach is faster and more flexible in that accurate displacements are not required [11], [17], [18].

In the majority of calibration approaches, the authors assume a linear camera model, i.e. one without lens distortions [11]. This is often done on the assumption that the radial and tangential distortion coefficients are negligible or that the accuracy of the FPP system is sufficient under a camera model. However, the influence of the lens distortions (both camera and projector lenses) in different FPP calibration methods has not been sufficiently studied. Moreover, most works reported in the literature limit the error analysis to reprojection error, but the ultimate test is to determine the influence on 3D reconstruction error [17].

In this work, we carry out a comparative study from a second-degree polynomial and stereo calibration methods. In addition, we study the influence of lens distortions in the 3D reconstruction by reconstructing the same object under the different calibration approaches. In the following sections we describe each calibration method with the calibration results on our experimental setup. Then we compare both methods by carrying out the 3D reconstruction of a flat board from different orientations. Also, two validation procedures were carried out to validate the calibration methods. Finally, we discuss the overall performance and tradeoffs for selecting the best calibration approach for a given application.

2. Experimental Setup

In Fig. 1 we show the experimental setup, which consists of a monochromatic CMOS camera (Basler Ace-1300gm; 1282x1026 -60 fps) with lens Edmund Optics-58001 with focal length of 12 mm at F1.8, a DLP® projector (DELL M115HD; 1280x800 with projection distance of 0.97-2.58 m.), a linear translation stage with 0.04mm precision controlled from a computer, a checkerboard for calibration with 10x10mm squares and a PC workstation. To synchronize the camera and DLP projector, we duplicate the VGA signal from the computer using a VGA splitter and connecting the vertical sync pulse to the hardware trigger pin of the camera [19].

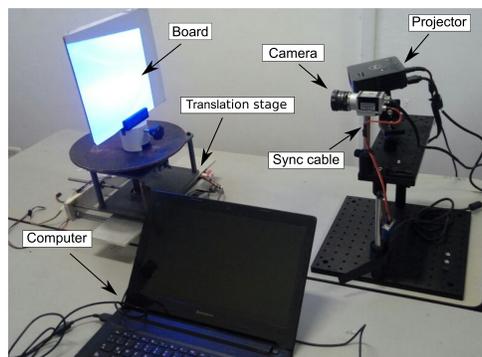


Fig 1. Experimental System.

3. Stereo Calibration

In this work, we use two stereo calibration methods based on a linear projection model (LPM) proposed by Zhang and Huang [11], and the same method with the lens distortion model added (LDM). The camera-projector is considered as a binocular framework and by searching for homologous image points in the camera and projector. The 3D coordinates of the measured points can be reconstructed once system parameters have been determined. To compute the system parameters and search corresponding points, horizontal and vertical fringes are projected onto a calibration plane placed in different positions and orientations. In our case, we used 15 different positions. This plane is a checkerboard target with two colors,

which are selected so that with gray-level projection the monochromatic camera response to the two colors is similar. However, when the target is illuminated with red light, only the checkerboard image is detected in the camera. For each calibration plane position, we capture the images shown in Fig. 2. Using the vertical (Fig. 2(b)) and horizontal fringe images (Fig. 2(d)), we extract the discontinuous phases by Fourier transform profilometry [7]. Afterward, we apply a phase unwrapping algorithm using a centerline image (Fig. 2(c) and Fig. 2(e)) to obtain the absolute continuous phase maps in the horizontal and vertical directions.

In Fig. 3, we show a schematic of a fringe projection stereo system. In this setup, the projector is considered as a camera and the calibration relies on obtaining a relation between the projected image plane (u^p, v^p) and the captured image plane (u^c, v^c). Considering a point (x^m, y^m, z^m) in the checkerboard coordinate system, we find its corresponding coordinate in the camera and projector systems using the following equations, respectively,

$$s_c \begin{bmatrix} u^c \\ v^c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u^c & 0 & C_u^c \\ 0 & f_v^c & C_v^c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [{}^c R_m, {}^c T_m] \begin{bmatrix} x^m \\ y^m \\ z^m \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$s_p \begin{bmatrix} u^p \\ v^p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u^p & 0 & C_u^p \\ 0 & f_v^p & C_v^p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [{}^p R_m, {}^p T_m] \begin{bmatrix} x^m \\ y^m \\ z^m \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

where s_c and s_p are scaling factors; f_u, f_v, C_u and C_v are intrinsic parameters of the camera and the projector pinhole model; $[{}^c R_m, {}^c T_m]$ y $[{}^p R_m, {}^p T_m]$ are transformation matrices from the coordinate system of the model (X^m, Y^m, Z^m) and the camera and projector systems, respectively.

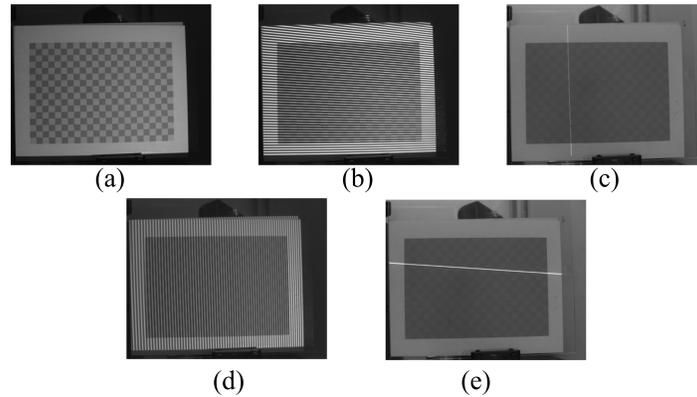


Fig 2. Images captured in each position of calibration plane projecting (a) Red light, (b) Vertical fringes, (c) Vertical center line, (d) Horizontal fringes and (e) Horizontal center line.

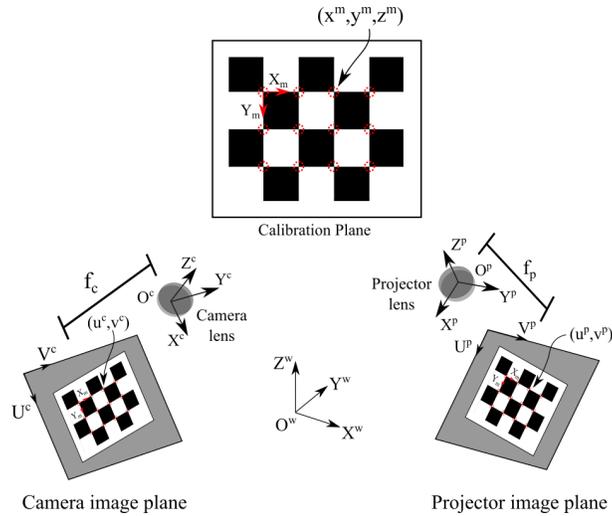


Fig. 3. Stereo model of camera-projector system

In this paper, we consider the camera and projector distortion as [8],

$$\begin{bmatrix} u_d \\ v_d \end{bmatrix} = (1 + k_1 r_n^2 + k_2 r_n^4 + k_3 r_n^6) \begin{bmatrix} u_n \\ v_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2p_1 u_n v_n + p_2 (r_n^2 + 2u_n^2) \\ 2p_2 u_n v_n + p_1 (r_n^2 + 2v_n^2) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

where, $r_n^2 = u_n^2 + v_n^2$; k_1 , k_2 and k_3 are coefficients of radial distortion; p_1 and p_2 are coefficients of tangential distortion; $[u_d, v_d]^T$ are the normalized coordinates of the pinhole with distortion and $[u_n, v_n]^T$ the new normalized coordinate with distortion compensated.

3.a. Camera-projector Correspondence

To find the stereo parameters of the system, we must relate common points in the camera and projection systems. In addition, these points must have a known position in the world or model coordinate system, in our case, the checkerboard pattern. The vertical and horizontal fringe patterns are used to establish a relationship between the camera image plane and the projector image plane. Recall, that we consider the projector as a camera. Based on the Fourier transform [7] we can extract the wrapped phase of the captured fringe images. Then, we apply a phase unwrapping algorithm to obtain the continuous phase. By using the central projection lines, we obtain the absolute phase maps in horizontal and vertical directions. These phase maps are related to the projector coordinates by,

$$u^p = N_u \frac{\Phi_v}{2\pi} + \frac{w}{2} \quad (4)$$

$$v^p = N_v \frac{\Phi_h}{2\pi} + \frac{h}{2} \quad (5)$$

where, Φ_u and N_u are the absolute phase map and period of the vertical fringe, respectively; Φ_h and N_v are the absolute phase map and the period of the horizontal fringes, respectively; w and h are the width and height of the fringe patterns. We detect the corners of the checkered board pattern in the camera image with sub-pixel precision using standard feature detection techniques [20]. The phase values in the corners can be calculated fitting the phase maps Φ_v and Φ_h to a third-degree polynomial surface and evaluating it at the corner coordinates. It should be noted that in the original work by Zhang and Huang [11], the authors synthesize an artificial projector image as if captured by the projector to obtain its calibration parameters. However, this is not necessary and leads to inaccuracy. In this work, we propose to only transform the subpixel coordinates for obtaining the projector parameters.

3.b. Stereo 3D reconstruction

In order to obtain the 3D reconstruction from the stereo system, we must determine the correspondence between an observed point on the camera and the projector plane. From equations (1) and (2), we need to solve three non-linear equations $f(\cdot)$ to obtain the 3D coordinates of a given point (x^w, y^w, z^w) . The reconstruction equations are

$$f_1(x^w, y^w, z^w, u^c) = 0, \quad (6)$$

$$f_2(x^w, y^w, z^w, v^c) = 0, \quad (7)$$

$$f_3(x^w, y^w, z^w, u^p) = 0, \quad (8)$$

where u^c , v^c , and u^p are known. Therefore, the world coordinates (x^w, y^w, z^w) of a point can be uniquely solved for the image point (u^c, v^c) .

3.c. Stereo Calibration Results

We used the method by Zhang [21] and the Bouget camera calibration toolbox [20] for obtaining the intrinsic and extrinsic parameters of the stereo system with and without the distortion model included. The parameters obtained for LPM and LDM are registered in Table 1 and Table 2, respectively. The principal point of the projector in the v -direction, in both models, is closer to the row numbers of the projector. Its values are 793.09 and 787.15, where the number of pixels in that direction is 800. This is expected as these devices are manufactured for projecting with a vertical offset from the optical axis. In Fig. 4 we show the reprojection errors of the camera and projector for both considered models. The mean reprojection errors using an LPM for the camera and projector were 0.472 and 0.160 pixels, respectively. However, these errors are reduced to 0.164 and 0.135 pixels when the LDM is added to LPM.

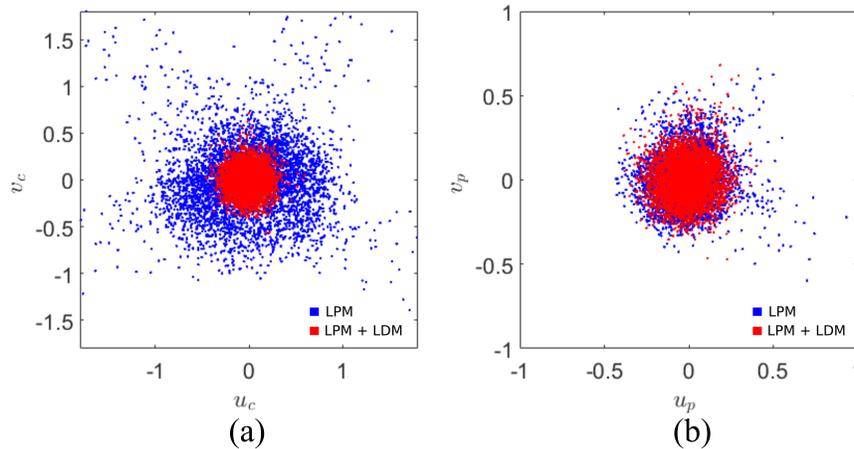


Fig. 4. Reprojection errors in pixels of pinhole model proposed for (a) camera and (b) projector with LPM and LDM added.

Table 1. Camera and projector calibration results using LPM.

Parameters	Camera	Projector
f_u	2314.71±9.55	1946.06±3.52
f_v	2320.92±5.58	1949.37±3.66
C_u	597.49±2.95	643.15±1.84
C_v	524.73±3.22	793.09±1.10
${}^wR {}^w t$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.9162 & -0.0159 & 0.4004 & & -186.726 \\ 0.0089 & 0.9998 & 0.0195 & & -117.120 \\ -0.4006 & -0.0014 & 0.9161 & & 96.972 \end{bmatrix}$

Table 2. Camera and projector calibration results with LDM added.

Parameters	Camera	Projector
f_u	2277.21±3.28	1936.11±3.11
f_v	2279.43±3.30	1935.47±3.24
C_u	612.21±2.81	606.51±3.28
C_v	482.36±2.02	787.15±2.09
k_1	-0.218±0.015	0.006±0.007
k_2	0.319±0.522	-0.251±0.087
k_3	-0.021±5.107	0.365±0.378
p_1	-0.0015±0.0002	-0.004±0.001
p_2	-0.0015±0.0002	-0.005±0.001
${}^wR {}^wt$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.9644 & -0.0106 & 0.4266 & -181.059 \\ 0.0092 & 0.9999 & 0.0052 & -117.518 \\ -0.4266 & -0.0008 & 0.9044 & 110.677 \end{bmatrix}$

4. Polynomial Calibration

The second calibration method that we implemented is a direct phase-to-height approach. Most phase-to-height methods depend on the system geometric parameters, such as angles and distances between the camera and the projector. However, often these parameters are difficult to determine precisely. Therefore, several techniques have been proposed to calibrate the system indirectly using a phase-depth mapping via a least-squares fit of the phase to height. Our polynomial calibration method consists in displacing a reference plane in known Z_n distances, as shown in Fig. 5. In each displacement, the phase difference is calculated as,

$$\Delta\phi_n = \phi_n - \phi_0, \quad (9)$$

where ϕ_n is the absolute phase map in each position plane and ϕ_0 is the absolute phase of the reference plane. In this paper, we use a second-degree polynomial calibration as,

$$Z = a_z \Delta\phi^2 + b_z \Delta\phi + c_z \quad (10)$$

where Z is the height of a surface measured from the reference plane and $\Delta\phi$ is the phase difference between the reconstructed object and the reference plane. Z -calibration is known as out-of-plane calibration. Once Z is calibrated, an analogous procedure is performed to convert the pixel position in the image sensor matrix to millimeters coordinates along X and Y directions. The polynomial coefficients are calculated for each pixel on the image using the least squares method.

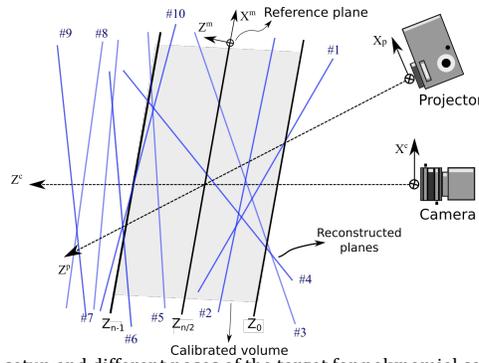


Fig. 5. Schematic of the triangulation setup and different poses of the target for polynomial calibration and planes reconstructed for distortion analysis.

4.a. Polynomial Calibration Results

The calibration plane was placed slightly rotated with respect to the Z axis of the camera. The plane was displaced in the Z direction of the model (perpendicular to the plane) with 1.6mm increments from $Z_0 = 0$ mm to $Z_{59} = 94.4$ mm, for a total of 60 positions. For each displaced position, three Images as the ones shown in Fig. 2(a)-(c) were captured. The absolute continuous phase of each plane was extracted by Fourier transform profilometry using the fringe pattern and the projected centerline. The checkerboard is used to relate the metric corners coordinates with their phase values, in their respective subpixel position on the image. The reference plane chosen was Z_{30} and the calibrated volume was $210\text{mm} \times 140\text{mm} \times 94.4\text{mm}$ (X, Y, and Z directions, respectively) with a fit RMS error for each pixel, along the 60 positions, shown in Fig. 6. We observe how the error varies across the field of view with relatively high values near the border of the captured image. This is probably due to a slight rotation between the plane and the displacement direction. To compensate the lens distortions it is necessary to use the camera parameters found in stereo calibration with LDM and to rectify the acquired images before processing them.

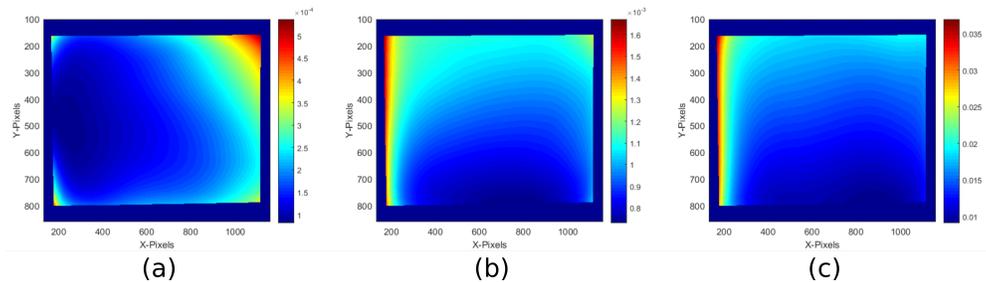


Fig. 6. RMS error maps of (a) X-calibration, (b) Y-calibration and (c) Z-calibration.

6. Experiments

6.a 3D Reconstruction and Distortion Analysis

To study the accuracy of each method and measure the influence of lens distortions, we reconstructed 10 planes placed in different positions and rotations as shown in Fig. 5. The planes were reconstructed by the stereo and polynomial calibration methods, with and without distortion compensation. For each reconstructed plane, an ideal plane was adjusted using least squares and an RMS error was obtained from the subtraction of the planes. The results are shown in Table 3.

For the stereo calibration approach, a significant reduction of the RMS error is observed for the ten planes when we compensate for the distortions, the error reduction for all of the planes corresponds to a decrease in more than 65%. In general, the 10 planes are reconstructed with a similar precision with respect to different positions and orientations. However, for this calibration the correction of the distortions is ultimately necessary.

In the polynomial calibration, we noticed that there are planes that are reconstructed with a lower error than others. This is because several of these planes are mainly inside the calibration volume (# 2, # 4 and #5) and others are totally or mainly outside (#6, #9, #10). Then, we find the RMS errors of only the region of the planes within calibrated volume. Subsequently, results are shown in Table 4. We observe that these regions are reconstructed with high precision and the error is similar for all the planes. When compensating the distortions in these regions we notice a slight reduction of the error in some planes, but that is not as significant as in the stereo calibration.

Table 3. RMS errors in millimeters of ten planes reconstructed with polynomial and stereo calibration. **No:** without lens distortion compensation, **Yes:** with lens distortion compensation.

Plane	Stereo calibration		Polynomial calibration	
	No	Yes	No	Yes
1	0.7090	0.2275	0.1377	0.1389
2	0.7167	0.2293	0.0835	0.0815
3	0.7648	0.2089	0.1740	0.1600
4	0.7571	0.1578	0.1010	0.0866
5	0.6459	0.1651	0.1363	0.1315
6	0.5760	0.1574	0.3159	0.3137
7	0.5745	0.1281	0.1207	0.1180
8	0.5028	0.1561	0.0997	0.0927
9	0.6965	0.1720	0.4488	0.4834
10	0.4760	0.1527	0.1498	0.1484

Table 4. RMS errors in millimeters inside polynomial calibration volume of ten planes reconstructed. **No:** without lens distortion compensation, **Yes:** with lens distortion compensation. **Incidence:** percentage of plane area that is within the calibrated volume. (*) These planes are completely outside the calibration volume.

Plane	No	Yes	Incidence (%)
1	0.0468	0.0423	58.73
2	0.0504	0.0463	59.07
3	0.0612	0.0588	64.43
4	0.0586	0.0588	63.72
5	0.0686	0.0588	48.00
6	0.0563	0.0565	3.55
7*	-	-	0.00
8*	-	-	0.00
9*	-	-	0.00
10	0.0672	0.0646	47.81

6.b Validation

We carried out two experiments to validate the polynomial and stereo calibration models with LDM. In the first procedure, a plane was displaced using a translation unit with a micrometric screw with a resolution of 0.001mm. Ten consistent displacements of 0.100 ± 0.001 mm were executed in perpendicular orientation to the displaced plane. The displaced planes were reconstructed and adjusted by least squares to an ideal

plane and we calculated the distances between them. For the polynomial calibration, we found an average displacement with standard deviation of 0.097 ± 0.012 mm, while for the stereo calibration an average displacement of 0.094 ± 0.007 mm was found, these measurements correspond to relative errors of 2.6% and 6%, respectively.

In the second validation experiment, we used an aluminum object shown in Fig. 6a. The object was machined by a CNC (Computer Numerical Control) milling machine with a tolerance of 0.001 mm. We painted the object surface in white for improving the measurement conditions. Using the polynomial technique, we reconstructed the object obtaining the depth map shown in Fig. 6b. This figure shows the presence of three surface steps (R0, R1, and R2), where the reference distances between the steps R0-R1 and R0-R2 are 1.500 ± 0.001 mm and 3.000 ± 0.001 mm, respectively. From the reconstructed surface, we calculated the average distances with its standard deviation of R0-R1 and R0-R2, were 1.505 ± 0.061 mm and 2.988 ± 0.065 mm, respectively. These measurements correspond to a relative error of 0.33% and 0.40%. Fig. 6c shows the points associated with the red profile shown in Fig. 6b and the real references of the steps of the object.

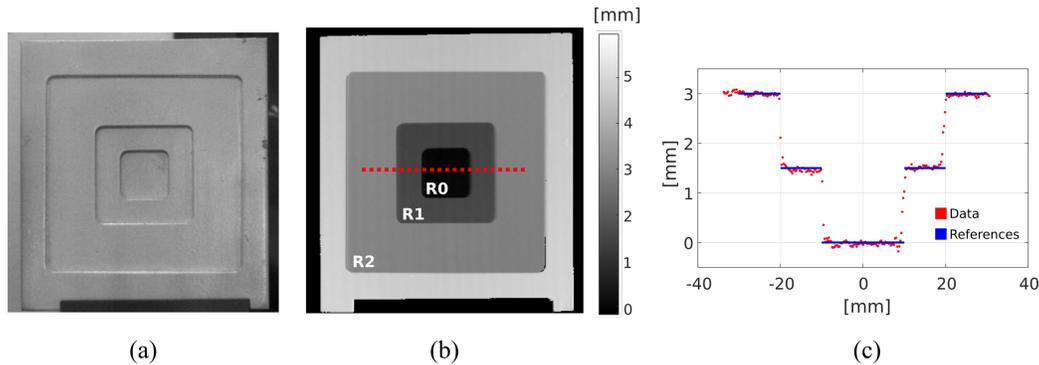


Fig. 7. (a) Validation pattern object. (b) Depth map of the reconstructed object. (c) profile of a section of the reconstructed object.

7. Conclusions

In this work, we compared a polynomial and a stereo calibration method, and in particular we studied the influence of the geometric distortion compensation of the camera and projector lenses in each method. The experimental results show that the compensation of the lens distortions in the stereo calibration approach has an important effect on the reconstruction precision with a decrease of RMS reconstruction error of over 50% in most cases. This is expected since the triangulation is based on a linear model of the camera and the projector. In contrast, the compensation of geometric distortions has a minor effect on the polynomial calibration. Nevertheless, we showed that if the object is placed within the calibration volume compensating the distortions does decrease the reconstruction error.

The polynomial calibration offers greater precision in reconstruction than the stereo calibration at the expense of a much more elaborate procedure. Its implementation requires a precise displacement system, and in certain cases, a precise alignment of the optical systems. Furthermore, in order to maintain high precision, the calibration volume limits the location of the objects for reconstruction. Conversely, the stereo calibration has a faster and more versatile implementation, because precise displacements are not required and there is no restriction regarding a calibrated volume. Although in general, stereo systems do have a depth dependent uncertainty.

Acknowledgements

This work has been partly funded by Colciencias (Fondo Nacional de Financiamiento para la Ciencia, la Tecnología y la Innovación “Francisco José de Caldas”) project 538871552485, and by Universidad Tecnológica de Bolívar project FI1607T2001. R. Vargas and J. Pineda thank the Universidad Tecnológica de Bolívar for a Master’s degree scholarship.