



**PRINCIPIOS BASICOS DE LA PROPAGACION DE FRACTURA POR FATIGA Y  
ESTIMACION DE LOS FACTORES DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS EN PLACAS DE  
ACRILICOS FRACTURADAS UTILIZANDO SIMULACION NUMERICA CON  
VALIDACION EXPERIMENTAL**

**JUAN CARLOS LOPEZ FERNANDEZ  
JAIME ANDRES TORRES DIAZ**

**UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE BOLIVAR  
FACULTAD DE INGENIERIA  
PROGRAMA DE INGENIERIA MECANICA Y MECATRONICA**

**CARTAGENA D.T y C. COLOMBIA  
JULIO DE 2011**

**PRINCIPIOS BASICOS DE LA PROPAGACION DE FRACTURA POR FATIGA Y  
ESTIMACION DE LOS FACTORES DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS EN PLACAS DE  
ACRILICOS FRACTURADAS UTILIZANDO SIMULACION NUMERICA CON  
VALIDACION EXPERIMENTAL**

**Proyecto de grado para optar el título de Ingeniero Mecánico**

**Presentado por:**

**Juan Carlos López Fernández**

**Jaime Andrés Torres Díaz**

**Director:**

**Prof. Jairo F. Useche Vivero Ph.D.**

**UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE BOLIVAR  
FACULTAD DE INGENIERIA  
PROGRAMA DE INGENIERIA MECANICA Y MECATRONICA**

**CARTAGENA D.T y C. COLOMBIA  
JULIO DE 2011**

Cartagena de indias D.T y C. 22 de julio de 2011

Señores

COMITÉ CURRICULAR  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR  
Facultad de Ingenierías  
Cartagena

Estimados Señores

Presento para su consideración el trabajo de grado **“Principios Básicos de la Propagación de Fractura por Fatiga y Estimación de los Factores de Intensidad de Esfuerzos en Placas de Acrílicos Fracturadas Utilizando Simulación Numérica con Validación Experimental”** como requisito para optar por el título de Ingeniero Mecánico.

Cordialmente,

---

Juan Carlos López Fernández  
C.C. 1.128.051.413 de Cartagena

Cartagena de indias D.T y C. 22 de julio de 2011

Señores

COMITÉ CURRICULAR  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR  
Facultad de Ingenierías  
Cartagena

Estimados Señores

Presento para su consideración el trabajo de grado **“Principios Básicos de la Propagación de Fractura por Fatiga y Estimación de los Factores de Intensidad de Esfuerzos en Placas de Acrílicos Fracturadas Utilizando Simulación Numérica con Validación Experimental”** como requisito para optar por el título de Ingeniero Mecánico.

Cordialmente,

---

Jaime Andrés Torres Díaz  
C.C. 3.837.706 de Corozal

Cartagena de indias D.T y C. 22 de julio de 2011

Señores

COMITÉ CURRICULAR  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR  
Facultad de Ingenierías  
Cartagena

Estimados Señores

Luego de revisar el trabajo de grado **“Principios Básicos de la Propagación de Fractura por Fatiga y Estimación de los Factores de Intensidad de Esfuerzos en Placas de Acrílicos Fracturadas Utilizando Simulación Numérica con Validación Experimental”** de los estudiantes Juan Carlos López Fernández y Jaime Andrés Torres Díaz; considero que cumplen con los objetivos propuestos, por lo que estoy de acuerdo en presentarlo formalmente para su calificación y así optar por el título de Ingeniero Mecánico.

Cordialmente,

---

Prof. Jairo F. Useche Vivero Ph.D.  
Director de proyecto

Cartagena de indias D.T y C. 22 de julio de 2011

## **AUTORIZACIÓN**

Yo, **Juan Carlos López Fernández**, identificado con cedula de ciudadanía número 1.128.051.413 de Cartagena, autorizo a la UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR, para hacer uso de este trabajo de grado y publicarlo en el catalogo on-line de su biblioteca.

Cordialmente,

---

**Juan Carlos López Fernández**  
C.C. 1.128.051.413 de Cartagena

Cartagena de indias D.T y C. 22 de julio de 2011

## **AUTORIZACIÓN**

Yo, **Jaime Andrés Torres Díaz**, identificado con cedula de ciudadanía número C.C. 3.837.706 de Corozal, autorizo a la UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR, para hacer uso de este trabajo de grado y publicarlo en el catalogo on-line de su biblioteca.

Cordialmente,

---

**Jaime Andrés Torres Díaz**  
C.C. 3.837.706 de Corozal

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

---

---

**Firma de presidente del jurado**

---

**Firma del jurado**

---

**Firma del jurado**

**Cartagena de indias D.T y C. 22 de julio de 2011**

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a *Dios* porque sin El brindándome la fuerza no hubiera sido posible culminar este, a mi familia, en especial a mi Madre *Rosa Elena*, mi Padre *Juan Manuel* y a mi querida hermanita *Hita Melissa* que me brindaron todo su apoyo en los momentos más difíciles de mi carrera.

Gracias.

*Juan Carlos López Fernández*

## DEDICATORIA

Después de recorrer un largo camino quiero expresar un eterno agradecimiento primordialmente a Mi Papito Dios, a Mi Señor Jesucristo y al Espíritu Santo de Dios porque me han llevado a perseverar sin desmayar; gracias a mis Padres Alfonso y Lidia por haber creído siempre en que lo podría lograr, por sus sacrificios, al igual que a Maye, a Brise y al resto de familiares; gracias a Lizetty Santiago mi novia, por su apoyo constante; a mi compañero de proyecto, Juan Carlos “Juanki” por su entrega y por su amistad inigualable; a mis amigos, Leisman Santiago, Conce, Suge, a los lideres José y Claudia y a toda mi familia en la Fe, Alfa y Omega porque sus oraciones me han mantenido, a mi director de proyecto el profesor Jairo Useche Vivero y al cuerpo de profesores de la Universidad Tecnológica de Bolívar por su conocimiento y entrega, a todos mil y mil gracias.

*Jaime Andrés Torres Díaz*

## TABLA DE CONTENIDO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>14</b>
<b>LISTA DE TABLAS.....</b>	<b>19</b>
<b>ASPECTOS GENERALES.....</b>	<b>21</b>
<b>1.1 DESCRIPCION DEL PROBLEMA.....</b>	<b>21</b>
<b>1.2 OBJETIVOS.....</b>	<b>22</b>
<b>1.3 METODOLOGIA.....</b>	<b>23</b>
<b>2. INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS.....</b>	<b>24</b>
2.1 Introducción.....	24
2.2 Origen de la mecánica de fractura.....	24
2.3 Abordaje basado en energía.....	27
2.4 Abordaje basado en SIF.....	27
2.5 Crecimiento de fractura y tolerancia al daño.....	28
<b>3. MECANICA DE LA FRACTURA ELASTICA LINEAL (LEFM).....</b>	<b>30</b>
3.1 Introducción.....	31
3.2 Tasa de liberación de energía – G.....	31
3.3 Inestabilidad y curva R.....	34
3.4 Modos de deformación de grieta.....	37
3.5 Campo de deformaciones en la punta de la grieta.....	38
3.6 Calculo del factor de intensidad de esfuerzo (SIF).....	41
3.7 Relación entre G y K.....	43
3.8 Criterio de falla y fractura de modo mixto.....	45
3.9 Integral J y relación entre G y K.....	45

<b>4. PROPAGACION DE FRACTURA POR FATIGA.....</b>	<b>51</b>
4.1 Introducción.....	51
4.2 Ley de Paris.....	51
4.3 Tolerancia al daño.....	53
<b>5. CALCULO ANALITICO Y NUMERICO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZO.....</b>	<b>56</b>
5.1 Introducción.....	56
5.2 Calculo analítico del Factor de Intensidad de Esfuerzo (SIF).....	56
5.2.1 Caso de una placa con grieta central.....	56
5.2.2 Caso de una placa con grieta lateral.....	57
5.3 Calculo de numérico del Factor de Intensidad de Esfuerzo (SIF).....	58
5.3.1 Calculo del Factor de Intensidad de Esfuerzo por medio de Franc2D y CrackBEM.....	59
5.4 Comparación entre el cálculo teórico vs calculo numérico.....	60
<b>6. MECANICA COMPUTACIONAL DE FRACTURA.....</b>	<b>64</b>
6.1 Introducción.....	64
6.2 El método de elementos finitos (FEM).....	64
6.2.1 Definición del Método.....	64
6.2.2 El método ecuación integral de los limites.....	68
6.3 El método de elementos de contorno (BEM).....	69
6.3.1 Formulación integral de contorno.....	70
6.4 Aplicación del programa FRANC2D.....	72
6.4.1 Casca.....	72
6.4.2 Franc2D/L.....	72
6.4.3 Dimensión de las probetas.....	74
6.4.4 Primer caso de estudio probeta 1. Utilizando la herramienta computacional Franc2D/L.....	78
6.4.5 Segundo caso de estudio probeta 2. Utilizando la herramienta computacional Franc2D/L.....	83
6.5 Aplicación del programa CrackBEM.....	87
6.5.1 Primer caso de estudio probeta 1. Utilizando la herramienta computacional CrackBEM.....	88

6.5.2 Segundo caso de estudio probeta 2. Utilizando la herramienta computacional CrackBEM.....	90
6.6 Ensayos experimentales.....	92
6.6.1 Montaje de la probeta #1.....	92
6.6.2 Montaje de la probeta #2.....	93
<b>7. ANALISIS DE RESULTADOS.....</b>	<b>95</b>
7.1 Comparación de resultados de la prueba de ensayo vs Franc2D.....	95
7.2 Comparación de resultados de la prueba de ensayo vs CrackBEM.....	97
7.3 Comparación de resultados de la prueba de Franc2D vs CrackBEM.....	99
<b>8. CONCLUSIONES.....</b>	<b>102</b>
<b>9. BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>104</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Placa infinita con una fractura elíptica central.....	12
Figura 2: Curva R para una placa infinita con una grieta central. Donde R es constante.....	15
Figura 3: Caso general de la curva R, donde R dependiente del tamaño de grieta.....	16
Figura 4: Modo I o Modo de apertura. b) Modo II o Modo Deslizante. c) Modo III o Modo de Rotura Transversal.....	17
Figura 5: Tensiones locales entorno a la grieta.....	18
Figura 6: Campo de tensión cerca de la punta de la grieta.....	19
Figura 7: Obtención de SIF y el ángulo de propagación.....	21
Figura 8: Transferencia de energía de deformación en la región cercana a una grieta.....	26
Figura 9: Comportamiento Elastoplástico.....	28
Figura 10: Ritmo de crecimiento de grieta frente a $\Delta K$ .....	32
Figura 11: Curva de crecimiento de grieta por fatiga o corrosión – esfuerzo.....	34
Figura 12: Curva de resistencia residual.....	34
Figura 13: a) Placa con una grieta central, b) deformación de la placa en Franc2D.....	40
Figura 14: Comparación de los resultados teóricos y numéricos de la placa con grieta central.....	41

Figura 15: a) Placa con una grieta lateral, b) deformación de la placa en Franc2D.....	42
Figura 16: Comparación de los resultados teóricos y numéricos de la placa con grieta lateral.....	43
Figura 17: Superior: Geometría bi – dimensional con fractura. Inferior: Discretización por elementos de contorno.....	51
Figura 18: Probeta #1.....	54
Figura 19: Probeta #2.....	56
Figura 20: Modelo de la malla en Elementos Finitos de la probeta #1 en Franc2D/L	58
Figura 21: Propagación de la grieta.....	59
Figura 22: Propagación de la grieta.....	59
Figura 23: Propagación de la grieta.....	60
Figura 24: Propagación de la grieta.....	60
Figura 25: Propagación de la grieta.....	61
Figura 26: Propagación de la grieta.....	61
Figura 27: Gráfica del Factor de Intensidad de Esfuerzo KI, KII.....	62
Figura 28: Propagación de la grieta y fractura de la probeta.....	62
Figura 29: Modelo de la malla en Elementos Finitos de la probeta #2 en Franc2D/L...	63
Figura 30: Propagación de la grieta.....	64

Figura 31: Propagación de la grieta.....	64
Figura 32: Propagación de la grieta.....	65
Figura 33: Propagación de la grieta.....	65
Figura 34: Gráfica del Factor de Intensidad de Esfuerzo KI, KII.....	66
Figura 35: Propagación de la grieta y fractura de la probeta.....	66
Figura 36: Propagación de la grieta por Elementos de Contorno utilizando CrackBEM	68
Figura 37: Gráfica de los factores de Intensidad de Esfuerzo.....	69
Figura 38: Propagación de la grieta por Elementos de Contorno utilizando CrackBEM	70
Figura 39: Gráfica de los factores de Intensidad de Esfuerzo.....	71
Figura 40: Montaje en la maquina universal de la probeta #1.....	72
Figura 41: Propagación de la grieta en el ensayo de tracción de la probeta #1.....	72
Figura 42: Resultados de la prueba de tensión probeta #1.....	73
Figura 43: Montaje en la maquina universal de la probeta #2.....	73
Figura 44: Propagación de la grieta en el ensayo de tracción de la probeta #2.....	74
Figura 45: Resultados de la prueba de tensión probeta #2.....	74
Figura 46: Propagación de la grieta. a) ensayo experimental, b) grieta en Franc2D....	75

Figura 47: Comparación de resultados ensayo experimental – Franc2D.....	75
Figura 48: Propagación de la grieta. a) ensayo experimental, b) grieta en Franc2D....	76
Figura 49: Comparación de resultados ensayo experimental – Franc2D.....	76
Figura 50: Propagación de la grieta. a) ensayo experimental, b) grieta en CrackBEM	77
Figura 51: Comparación de resultados ensayo experimental – CrackBEM.....	77
Figura 52: Propagación de la grieta. a) ensayo experimental, b) grieta en CrackBEM	78
Figura 53: Comparación de resultados ensayo experimental – CrackBEM.....	78
Figura 54: Propagación de la grieta. a) Franc2D, b) grieta en CrackBEM.....	79
Figura 55: Grafica de los factores de Intensidad de Esfuerzo CrackBEM vs Franc2D	80
Figura 56: Propagación de la grieta. a) Franc2D, b) grieta en CrackBEM.....	81
Figura 57: Grafica de los factores de Intensidad de Esfuerzo CrackBEM vs Franc2D	82
Figura 58: Comportamiento típico de crecimiento de grietas por fatiga en metales.....	83
Figura 59: Numero de ciclos para el caso de la probeta 1 Franc2D.....	87
Figura 60: Numero de ciclos para el caso de la probeta 1 CrackBEM.....	88
Figura 61: Numero de ciclos para el caso de la probeta 2 Franc2D.....	89
Figura 62: Numero de ciclos para el caso de la probeta 2 CrackBEM.....	90

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Factor de Intensidad de Esfuerzo para grieta simple.....	36
Tabla 2: Factores de Intensidad de Esfuerzo.....	37
Tabla 3: Factor de Intensidad de Esfuerzo para grieta simple.....	37
Tabla 4: Factores de Intensidad de Esfuerzo.....	38
Tabla 5: Factores de Intensidad de Esfuerzo arrojados por Franc2D y CrackBEM	39
Tabla 6: Comparación de los Factores de Intensidad de Esfuerzo.....	40
Tabla 7: Comparación de los Factores de Intensidad de Esfuerzo.....	42
Tabla 8: Factores de Intensidad de Esfuerzo – CrackBEM.....	69
Tabla 9: Factores de Intensidad de Esfuerzo – CrackBEM.....	71
Tabla 10: Resultados obtenidos del Factor de Intensidad de Esfuerzo de la probeta #1.....	79
Tabla 11: Resultados obtenidos del Factor de Intensidad de Esfuerzo de la probeta #2.....	81
Tabla 12: Factores de Intensidad de Esfuerzo.....	85
Tabla 13: Factores de Intensidad de Esfuerzo y Número de ciclos.....	86
Tabla 14: Factores de Intensidad de Esfuerzo y Número de ciclos.....	87

Tabla 15: Factores de Intensidad de Esfuerzo y Número de ciclos.....	89
Tabla 16: Factores de Intensidad de Esfuerzo y Número de ciclos.....	90

## 1. ASPECTOS GENERALES

### 1.1 DESCRIPCION DEL PROBLEMA

En la actualidad la mecánica de fractura se utiliza ampliamente en los distintos sectores industriales que trabajan con materiales frágiles de alta resistencia como lo son el acero, el hormigón y las aleaciones industriales. Estas investigaciones se vienen enfocando en la determinación de la vida remanente de elementos mecánicos y estructurales agrietados, así como la implementación de simuladores para determinar las causas de las grietas de elementos sometidos a causas externas.

Se define elemento estructural a un elemento que transmite esfuerzos mecánicos o retenga fluidos a presión como función principal. Se define falla a cualquier situación que provoque que un elemento o componente deje de cumplir su función. Se conoce como modo de falla al fenómeno o mecanismo responsable del evento o condición de falla.

La fatiga es el modo de falla más recurrente entre los elementos mecánicos y estructurales que son objeto de estudio de la mecánica de fractura. La falla por fatiga es provocada por la disminución de la resistencia mecánica del material con el que se construye un elemento o componente estructural al ser sometido a cargas repetitivas. La falla por fatiga es de carácter catastrófico y se produce sin previo aviso, lo que puede generar pérdidas materiales y humanas considerables, es esta un de las razones por las cuales la fatiga es modo de falla importante a considerar desde el diseño, implementación y seguimiento de elementos mecánicos y estructurales críticos.

El problema objeto de estudio que aquí se propone es determinar los Factores de Intensidad de Esfuerzo (SIF) en una placa de acrílico fracturada haciendo uso de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal (LEFM) y utilizando herramientas computacionales para predecir la trayectoria de propagación de la grieta sometida a tensión a través del estudio de las leyes básicas que rigen el fenómeno de propagación de fractura por fatiga y con la implementación de simulación numérica que se ha venido desarrollando en el campo de la mecánica de fractura como criterio para decidir entre la continuidad de trabajo de un elemento en forma segura o su reemplazo inmediato.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Objetivo general**

Determinar los Factores de Intensidad de Esfuerzo (SIFs) en una placa de acrílico agrietada haciendo uso de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal (LEFM) y utilizando herramientas computacionales para predecir la trayectoria de propagación de la grieta sometida a tensión.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

- Estudiar los principios básicos que rigen la propagación de fractura en materiales frágiles para predecir el comportamiento de una fractura en una placa de acrílico.
- Comparar los resultados obtenidos por medio de cálculos empleados en la mecánica de fractura elástica lineal con los encontrados a partir de herramientas computacionales para una placa de acrílico fracturada sometida a esfuerzos de tensión.
- Determinar mediante ensayos mecánicos la trayectoria de propagación de grieta y estimar el esfuerzo máximo de rotura bajo cargas de tensión en placas de acrílico.

### 1.3 METODOLOGIA

1. La metodología utilizada para determinar los Factores de Intensidad de Esfuerzo (SIFs) en una placa de acrílico fracturada es un análisis detallado de los principios básicos que rigen la propagación de fractura en materiales frágiles el cual consiste en un estudio bibliográfico del comportamiento de una placa de acrílico haciendo uso de las leyes que rigen la mecánica de fractura elástica lineal (LEFM). Este proyecto tiene como propósito desarrollar un estudio para determinar los Factores de Intensidad de Esfuerzo (SIFs) en una placa de acrílico fracturada haciendo uso de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal (LEFM) y utilizando herramientas computacionales para predecir el comportamiento mecánico de componentes frágiles fracturados.
2. Obtener información a partir de herramientas computacionales de simulación numérica como lo son: El método de elementos finitos (FEM) aplicado a FRANC2D el cual es software libre desarrollado por el grupo de investigación de mecánica de fractura de la Universidad de Cornell (Cornell Fracture Group) quien lo ha aplicado dentro del campo investigativo en las áreas de la aeronáutica y la industria del petróleo para la determinación de la vida remanente de componentes mecánicos y/o estructurales agrietados. Así como también el método de elementos de contorno (BEM) el cual es un software desarrollado en MATLAB 7.0®.el cual trabaja con elementos lineales cuadráticos discontinuos para la aproximación del campo de desplazamiento y de tensiones al interior de los elementos.
3. Recopilar información de los parámetros que relacionan las propiedades mecánicas del material constitutivo de las placas objeto de ensayos utilizando una Máquina Universal SHIMADZU UH – 600kNI mediante un ensayo de tracción controlado, para un análisis del comportamiento de la grieta y realizar la comparación entre los resultados obtenidos por simulación y los ensayos mecánicos de la propagación de la grieta y un comportamiento sometido a tensión.

## 2. INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS

### 2.1 INTRODUCCIÓN

Abordar el estudio del origen y el desarrollo de la Mecánica de Fractura como ciencia que se encarga del estudio de distintos mecanismos de propagación de grietas en los sólidos, se profundizará en el abordaje basado en energía y en sifs, además se abordaran los distintos principios que regulan el crecimiento de la fractura y la tolerancia al daño de los materiales constitutivos de los elementos mecánicos y/o estructurales, [1].

### 2.2 ORIGEN DE LA MECÁNICA DE FRACTURA

Experimentos realizados por Leonardo Da Vinci varios siglos atrás proveen algunas pistas de las causa raíz de una fractura. Da Vinci midió la resistencia de alambres de hierro y encontró que esta variaba inversamente con la longitud de la banda. Eso resultados implicaban que defectos en el material controlaban la resistencia mecánica del alambre, un alambre más largo correspondía a una más grande muestra de volumen y a una más alta probabilidad de contenidos de defectos, [2].

Según *Rossmannith (1997)* [3], la revolución industrial del siglo XIX proporcionó un aumento significativo de la demanda de hierro y acero para su uso ingenieril, especialmente en la segunda mitad del siglo XIX. *Erdogan et al. (1997)* [4] resalta que los avances de la tecnología metalúrgica fueron fundamentales en el uso de estos metales como materia prima en grandes estructuras. *Rossmannith (1997)* [3] describe que en 1870 la revista *Engineering* publicó las estadísticas semanales de accidentes causados en ferrocarriles Ingleses, por problemas de fractura en los ejes de los vagones y las líneas férreas, *Erdogan et al. (1997)* [4] informa que durante este periodo murieron alrededor de doscientas personas al año en Gran Bretaña debido a estos accidentes, *Barsom y Rolfe (1999)* [5] señalan que las principales causas de accidentes en las estructuras están relacionadas con materiales frágiles. Análisis y debates de varios accidentes catastróficos se producen en grandes estructuras, tales como: tanques de almacenamiento de petróleo,

gas y agua, recipientes a presión, turbinas, calderas, tuberías, puentes, aviones, ferrocarriles y barcos, [6].

Una conexión cuantitativa entre fractura por fatiga y tamaño de defecto vino del trabajo de Griffith, el cual fue publicado en 1920. El aplicó un análisis de fatiga de un agujero elíptico (realizado por Inglis siete años antes) a la inestable propagación de una grieta. El modelo de Griffith invocó la primera ley de la termodinámica para formular una teoría de fractura basada en un simple balance de energía. De acuerdo a esta teoría un defecto llega a ser inestable y la fractura ocurre cuando el cambio de la energía de tensión, como resultado de un incremento del crecimiento de la grieta, es suficiente para vencer la energía superficial del material. El modelo de Griffith predijo correctamente la relación entre resistencia y tamaño de defecto en muestras de materiales frágiles. Esfuerzo subsiguientes para aplicar el modelo de Griffith a metales fueron infructuosos. Una modificación al modelo de Griffith se lo hizo aplicable a metales no se realizó hasta 1948, [2].

A principios de la segunda mitad del siglo XX tres aviones Británicos de pasajeros cayeron después de haber sufrido fracturas. El primer accidente ocurrió cuando el avión salía del aeropuerto de Calcuta en la India; no se pudieron determinar las causas reales que provocaron el catastrófico accidente que se atribuyó a las condiciones meteorológicas. En enero de 1954 otro "comet" que había partido de Roma con destino a Londres explotó en pleno vuelo, gran parte de los fragmentos del avión cayeron al mediterráneo imposibilitando su recuperación. En abril del 1954 otro "comet" que había partido de Londres hacia el Cairo explotó sobre el mar perdiéndose gran parte de los restos; después de esto se reanuda la búsqueda de los fragmentos del "comet" encontrándose la cola del avión. Estudios realizados a fragmentos hallados concluyeron que la explosión se produjo en la cabina de pasajeros, luego de esto, se hicieron pruebas de presurización a un modelo de la cabina del "comet" que dieron como resultado la aparición de fisuras en las ventanas del avión que provocaron la ruptura de la cabina lo cual había conducido a un problema de fatiga que se había agravado por la presencia de concentraciones de esfuerzo asociados a los agujeros de los remaches cerca al contorno del fuselaje de las ventanas, [7].

La mecánica de fractura paso de ser una curiosidad científica para convertirse en una ciencia de ingeniería, debido a lo sucedido a los buques Liberty durante la segunda guerra

mundial. Bajo la supervisión de Henry Kaiser, un famoso ingeniero constructor, Estados Unidos desarrolló un revolucionario procedimiento para fabricar buques rápidamente. Estas nuevas naves las cuales fueron conocidas como los buques Liberty tenían un casco completamente, opuesto a la construcción ribeteada de los tradicionales diseños de buques. El programa de buque Liberty fue un resonado suceso, hasta un día en 1943, cuando una de las naves se partió completamente en dos mientras navegaba entre Siberia y Alaska. Fracturas subsecuentes ocurrieron en otros buques Liberty. De los aproximadamente 2700 buques construidos, 400 presentaron fracturas, de las cuales 90 fueron consideradas serias. En 20 buques la falla fue esencialmente total y la mitad de estas naves se partieron completamente en dos. Investigaciones revelaron que las fallas en los buques fueron causadas por una combinación de tres factores, las soldaduras las cuales fueron producidas por una fuerza de trabajo semicualificada contenían defectos y grietas; la mayoría de las fracturas se iniciaron sobre la cubierta en las esquinas cuadradas de la escotilla donde había una concentración de esfuerzo local; el acero con el cual fueron construidos los buques tenía poco espesor, como se determinó en pruebas de impacto Charpy, [2].

En los últimos años la mecánica de fractura se viene aplicando para determinar fallas en elementos estructurales en la industria aeronáutica, aeroespacial, naval, férreas, petroquímica, construcción entre otras. En la industria aeroespacial se aplica la mecánica de fractura para predecir y evaluar daños en componentes estructurales críticos, así como también en los componentes de turbinas de gas y de motores. Para la industria del petróleo, se están proporcionando simuladores para el proceso de fraccionamiento hidráulico de pozos petroleros y de gas. En el sector de la construcción se están utilizando simuladores para determinar las causas de grietas en grandes estructuras de hormigón. En el sector naval, se están realizando ensayos en paneles estructurales para predecir el comportamiento de las grietas y causas de fracturas de láminas y diversos elementos mecánicos estructurales de las naves, [8].

## 2.3 ABORDAJE BASADO EN ENERGÍA

El criterio de energía establece que la extensión o tamaño de una grieta ocurre cuando la energía disponible para el crecimiento de la misma es suficiente como para superar la resistencia que opone el material a su propagación. Tal resistencia se concreta en la energía asociada a la creación de nuevas superficies, el trabajo de deformación plástica o cualquier otro tipo de energía disipativa implícita en la extensión de la grieta.

Este criterio es una extensión de las hipótesis establecidas por Griffith y modificadas posteriormente por *Irwin (1948)* [9] que definió el concepto de Tasa de Liberación de Energía o Energía disponible para el crecimiento de la grieta ( $G$ ) como el cambio de energía potencial de un material elástico con respecto al área de una grieta.

## 2.4 ABORDAJE BASADO EN SIF

Cuando la deformación plástica se forma a muy pequeña escala, se logra obtener una aproximación del campo de tensiones en torno a la fisura suponiendo que el material se comporta de forma elástica lineal. El primer término de la formación en la serie de las tensiones presenta una singularidad en el fondo de la grieta, mientras que el resto de los términos permanecen limitados. Se refuta que suficientemente cerca del fondo de la fisura el término singular prevalece sobre los demás. Como la forma del término singular no depende de la geometría ni de las condiciones de carga, predominan las condiciones de autonomía.

Estas condiciones requieren que el tamaño de la zona plástica sea menor que el de la zona en la cual el término singular prevalece sobre los regulares. (*SIF*) El Factor de Intensidad de Tensiones ( $K$ ) es el coeficiente del término singular, y mide por tanto el nivel de esfuerzos presentes en torno al fondo de la grieta, [10]. En el caso de fracturas en modo I, que son las más comunes, el segundo término del desarrollo en serie de las tensiones es de orden cero, [11]. Este término conocido como “T – stress”, corresponde a un esfuerzo constante en la dirección de avance de la grieta y no puede determinarse a partir de  $K$ . Ya que este término permanece constante (en vez de reducirse en las cercanías de la fisura como hacen los siguientes términos del desarrollo) se reduce el área en la que domina el término singular. De hecho, la expresión constante es en

ocasiones comprobable a la tensión del flujo de material, lo que conlleva la desaparición de la zona autónoma. Para aquellos casos en que el valor de  $T$  resulta importante, puede utilizarse la mecánica de fractura lineal de dos parámetros, [2]. El adjetivo, está asociado al inicio de la fractura combinada de valores  $T$  y  $K$  (una curva en el plano  $T - K$ ). si bien legitimo elaborar criterios de fallos de este estilo, la complicación adicional no suele ser compensada por el momento de generalidad. El ámbito de validez sigue estando restringido a niveles muy limitados de deformación plástica.

El factor de intensidad de tensiones pierde valor cuando la extensión de la zona plástica deja de ser pequeña en comparación con las dimensiones características del sistema considerado. En las aplicaciones estructurales se intenta normalmente reducir en lo posible el peligro de rotura frágil ya que esta disipa solamente una pequeña cantidad de energía. Para lograr este objetivo se utilizan materiales de elevada tenacidad en los que la propagación de fisuras puede involucrar niveles importantes de deformación plástica en zonas de considerable extensión.  $K$  no es un parámetro adecuado para el estudio de dichos casos, [12].

## **2.5 CRECIMIENTO DE FRACTURA Y TOLERANCIA AL DAÑO**

La tolerancia al daño se define como la capacidad que posee la estructura de un determinado elemento para soportar en presencia de daños producidos por fatiga, condiciones ambientales como la corrosión, o causas accidentales, las cargas estáticas y/o cíclicas derivadas de su vida en servicio, hasta que dicho daño sea detectable mediante inspección, [13].

La velocidad de crecimiento de grietas sometidas a cargas cíclicas de amplitud constante se expresa en incremento de longitud de grieta por ciclos,  $da/dN$ . Los valores de  $da/dN$ , para diferentes condiciones de carga, se determinan experimentalmente a partir de cambios de longitud de grieta tras un cierto número de ciclos. Cuando el rango de tensiones aplicadas es constante, generalmente la velocidad de crecimiento de la grieta aumenta con el número de ciclos. Uno de los objetivos del diseño a fatiga es el desarrollo de métodos fiables de caracterización de la velocidad de crecimiento de grieta, en base a

un apropiado parámetro de carga capaz de cuantificar la resistencia intrínseca del material al crecimiento del defecto para diferentes condiciones de tensión aplicada y geometrías de probeta y grieta, [14].

### 3. MECÁNICA DE FRACTURA ELÁSTICA LINEAL (LEFM)

#### 3.1 INTRODUCCIÓN

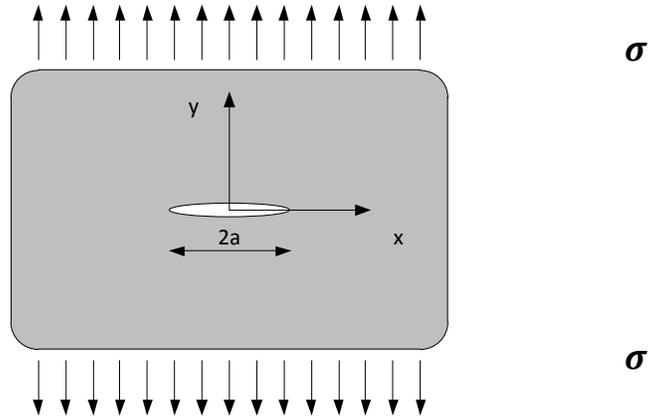
En este contenido se tratara el estudio de la mecánica de fractura elástica lineal (LEFM) como aplicación de la mecánica de fractura a materiales frágiles y/o cuasifragiles, que propone que la energía elástica almacenada en el material es la fuerza impulsora del crecimiento de las grietas presentes en elementos mecánicos, para ello se enfatizara en los distintos criterios y modelos matemáticos que son la base de la mecánica de fractura elástica lineal, criterios como el de falla y fractura en modo mixto, la tasa de liberación de energía  $G$ , la inestabilidad y curva “R”, la soluciones analíticas para sifs, la relación entre la tasa de liberación de energía ( $G$ ) y el factor de intensidad de esfuerzo ( $K_s$ ), la integral  $J$  y la determinación experimental del campo de deformaciones en la punta de la fractura y el cálculo de  $K_s$ , [15].

#### 3.2 TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA – $G$

El criterio de extensión de grieta de Griffith puede generalizarse en términos de un balance de energía disponible, dicha energía es suministrada fundamentalmente por las fuerzas externas para que se presente tal extensión, [1]. El estudio de la tasa de liberación de energía en una placa de espesor unitario, constituida de un material elástico, sometida a una tensión  $\sigma$  que contiene una grieta interna de extensión  $2a$ , como se muestra en la *Figura 1*. En presencia de una fisura se reduce el nivel de resistencia estructural, cuando la extensión de la grieta se incrementa una cierta cantidad  $da$ , la energía potencial almacenada por el sistema disminuye debido a la pérdida de energía elástica de deformación.

$$G = \frac{dU_p}{da} \quad 3.1$$

Donde  $U_p$  es la energía potencial total y  $G$  es la tasa de liberación de energía de deformación.



*Figura 1. Placa infinita con una fractura elíptica central*

La tasa de liberación de energía en el proceso de fractura se expresa como la relación:

$$\frac{dU_p}{da} + \frac{dW}{da} = 0 \quad 3.2$$

Donde  $W$  es el trabajo realizado.

Para que la fractura ocurra, la tasa de energía de deformación perdida debe ser mínima o igual a la tasa de energía absorbida necesaria para formar dos nuevas grietas como se expresa en la relación:

$$\frac{dW}{da} = 2\delta_s \leq G \quad 3.3$$

Donde  $\delta_s$  es la densidad de la energía de superficie por unidad de área y el 2 se refiere a la existencia de las dos grietas.

Utilizando los resultados de un análisis de concentración de tensiones hecho por *Inglis* (1913) [16] para un caso de una placa infinita con una rotura elíptica delgada, la tasa de energía de deformación se calcula como:

$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E'} \quad 3.4$$

Donde  $E'$  es el módulo de elasticidad del material.

Sustituyendo en la ecuación 3.4 en 3.3, para obtener la tensión crítica de la fractura:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2\delta_s E'}{\pi a_c}} \quad 3.5$$

Donde  $a_c$  es el tamaño crítico de la fisura.

*Griffith* (1920) [17] realizó un trabajo que fue desarrollado en material de vidrio que tiene una deformación muy limitada. En este caso la energía total necesaria para que ocurra una fractura es aproximadamente igual a la energía de superficie. Por lo tanto para materiales más dúctiles como los metales, la energía de fractura es por lo general mucho mayor que la energía de superficie ( $S \gg \delta_s$ ).

*Orowan* (1952) [18] propuso una modificación de la expresión 3.5, para uso en materiales dúctiles. El sugiere sustituir la energía de superficie  $2\delta_s$  por la ecuación de energía de fractura, dada por  $2(\delta_s + \delta_p)$ , en donde  $\delta_p$  es la propiedad del material que define la tasa de energía de deformación plástica por el área unitaria de la grieta. El criterio de falla para materiales dúctiles está dado por:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2(\delta_s + \delta_p)E'}{\pi a_c}} \quad 3.6$$

*Irwin (1948)* [9], prefiere formular un problema en términos de la tasa de pérdida de energía elástica:

$$G = G_C = 2(\delta_S + \delta_P) \quad 3.7$$

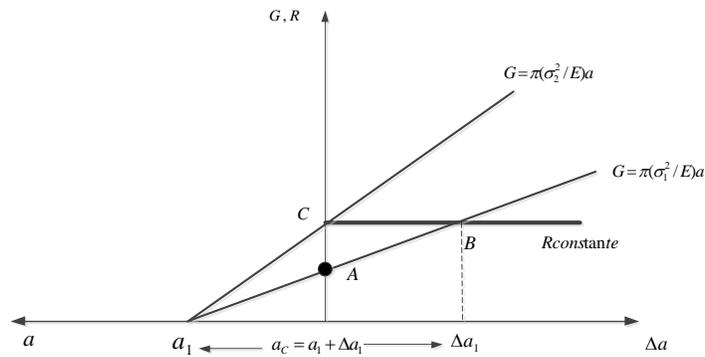
Donde  $G_C$  es la energía global de la grieta, [19].

### 3.3 INESTABILIDAD Y CURVA R

Bajo un estado de esfuerzo plano, un crecimiento inestable de una grieta es precedido por un crecimiento estable de esta, de manera que, una vez que ese inicia el crecimiento de una grieta es necesario aumentar el esfuerzo para mantener dicho crecimiento hasta cuando se llega a la condición crítica de crecimiento inestable de la grieta. Se considera que este comportamiento se debe a un continuo aumento de la tenacidad con el crecimiento estable de la grieta, lo que a la vez se debe al aumento de la zona plástica y al endurecimiento por deformación en dicha zona.

La *Curva R* se puede definir como un registro continuo de la variación de la tenacidad en función del crecimiento estable de la grieta, [20].

El criterio de energía puede ser representado mediante una gráfica  $G, R$  en las ordenadas y abscisa donde la longitud de la grieta ( $a$ ) se grafica desde la intersección con la ordenada hacia la izquierda y la extensión de la grieta ( $\Delta a$ ) se grafica hacia la derecha. La función  $R$  contra  $a$  se traza del lado derecho. La *Figura 2*.se conoce como curva R esta corresponde a una placa infinita con una grieta central de longitud  $2a$ , con esfuerzo nominal  $\sigma$  para la cual:



Fuente: J. González Velásquez., “Mecánica de Fractura”.

**Figura 2. Curva R para una placa infinita con una grieta central. Donde R es constante.**

$$K = \sigma\sqrt{(\pi a)} \quad 3.8$$

$$G = K^2/E \quad 3.9$$

Sustituyendo  $K$  en  $G$  se obtiene:

$$G = \pi\sigma^2 a/E \quad 3.10$$

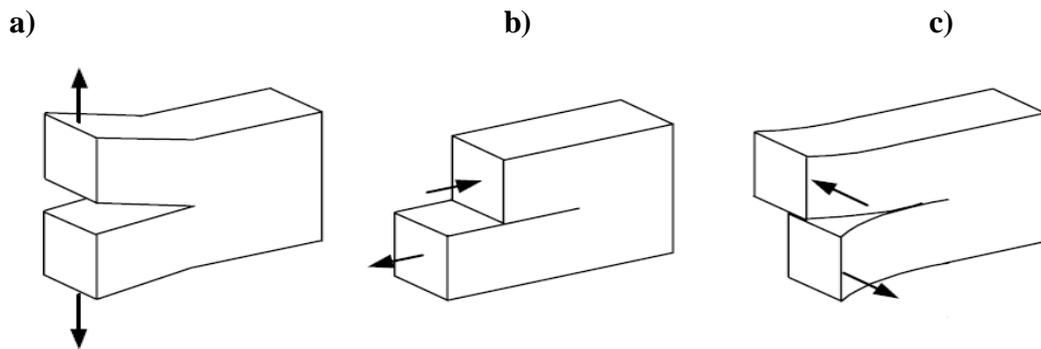
De modo que  $G$  es una recta de pendiente  $\pi\sigma^2 a/E$ . Si  $R$  es constante e independiente de  $a$ , al tomar  $\sigma = \sigma_1$ , para  $a = a_1$  (punto A)  $G < R$  y la grieta será estable. Para que inicie la propagación, la grieta tiene que crecer una extensión  $\Delta a$ , hasta que  $a = a_c$ , satisfaciendo la condición  $G = R$  (Punto B) o bien, el esfuerzo debe aumentar hasta  $\sigma_2$ , de modo que  $G = R$  (Punto C). Note que en ambos casos al rebasar el punto B o C, entre más cerca de la grieta, la diferencia entre  $G$  y  $R$  aumenta, de modo que la propagación es autoacelerada.

En la mayoría de los metales que fracturan después de cierta deformación plástica,  $R$  no es constante y esto hace que  $R$  sea una función de tamaño de grieta; entonces la curva  $R$  tiene la forma como lo indica la *Figura 3*. Para una grieta de tamaño  $a$  cuando el esfuerzo  $\sigma = \sigma_1$ ,  $G$  es siempre menor que  $R$ , por lo tanto la grieta no se propagara y la estructura



### 3.4 MODOS DE DEFORMACIÓN DE GRIETA

En un elemento mecánico o estructural pueden presentarse uno o más modos de formación. Básicamente existen tres modos los cuales son:



Fuente: MaBelen Moreno Marales, “Variabilidad en el Crecimiento de Grietas por Fatiga Cargas Aleatorias”.

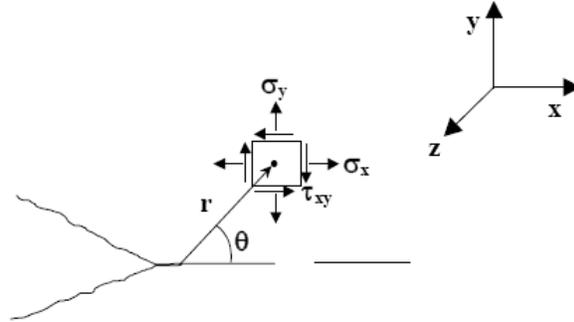
**Figura 4.**

a) **Modo I o Modo de apertura.** b) **Modo II o Modo Deslizante.** c) **Modo III o Modo de Rotura Transversal.**

Estos tres modos de deformación de grietas dependen de la dirección de aplicación de la carga con respecto al plano de esta, denominados Modo I, Modo II, Modo III y que se representan en la *figura 4*. Los casos de fractura producido por los modos cortantes (II y III) son relativamente poco frecuente, siendo generalmente el caso I de apertura el modo por el que se produce la mayoría de las roturas, particularmente el fenómeno de fatiga. No obstante, algunas veces se presentan varios modos conjuntamente, generalmente el I y II. Para cualquiera de estos modos, el análisis elástico muestra que las tensiones locales en el entorno de la grieta responden de forma general a la expresión:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \dots \quad 3.11$$

Donde  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas cilíndricas en un punto con respecto al borde de la grieta *figura 5*.  $K_I$  es factor de intensidad de esfuerzo en el modo I.



Fuente: M<sup>a</sup> Belen Moreno Marales, “Variabilidad en el Crecimiento de Grietas por Fatiga Cargas Aleatorias”.

**Figura 5. Tensiones locales entorno a la grieta.**

El factor de intensidad de esfuerzos,  $K_I$  introducido en la ecuación 3.11 define la magnitud de las tensiones locales en el torno del fondo de la grieta. Este factor depende del tipo de carga, el tamaño y la forma de la grieta y de las condiciones de contorno geométricas, que de forma general se suele expresar como:

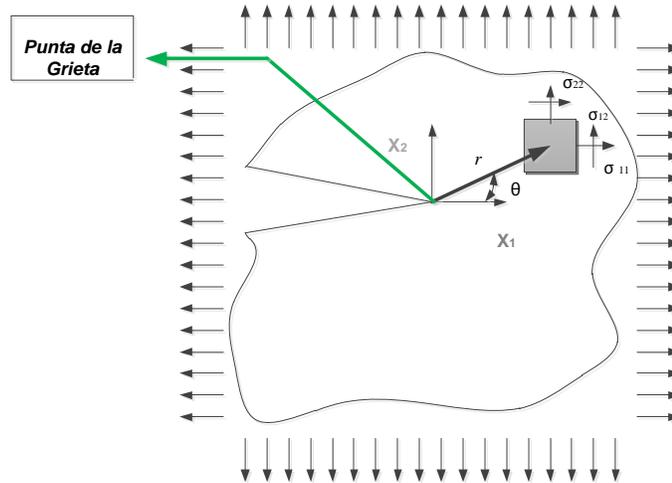
$$K_I = f(g)\sigma\sqrt{\pi a} \tag{3.12}$$

Donde  $\sigma \neq \sigma_{ij}$  es la tensión remota aplicada al componente o elemento estructural y  $a$  es la longitud de la grieta y  $f(g)$  es un factor de corrección que depende de la geometría de la grieta, [14].

### 3.5 CAMPO DE DEFORMACIONES EN LA PUNTA DE LA GRIETA

Irwin (1957) [10], estudió un problema de campo de tensiones alrededor de la punta de la grieta usando la teoría elástica lineal.

Considere una placa cualquiera, siendo requerida en su propio plano, como se muestra en la *figura 6*.



**Figura 6. Campo de tensión cerca de la punta de la grieta.**

La distribución de tensiones en un elemento próximo a la punta de la grieta es dada por:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(r, \theta) \quad , \quad i, j = 1, 2 \quad 3.13$$

Donde  $r$  es la distancia de un elemento infinitesimal a la punta de la grieta y  $\theta$  es el ángulo indicado en la *figura 6*.  $f_{ij}(r, \theta)$  Son funciones trigonométricas conocidas.  $K$  es una constante llamada Factor de Intensidad de Tensiones (SIF), y se obtiene de la relación:

$$K = y\theta\sqrt{\pi a} \quad 3.14$$

Donde  $y$  es una función que depende de la geometría del cuerpo, lugar de la fisura y la carga.

El SIF ( $K$ ), puede ser descompuesto en función de tres modos básico de deformación. Con el subíndice indica el modo de deformación al que está asociado, por lo tanto al modo mixto (entre los modos I y II) por ejemplo las tensiones son:

$$\sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad 3.15$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad 3.16$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad 3.17$$

Y el desplazamiento  $u_i$  esta dado por:

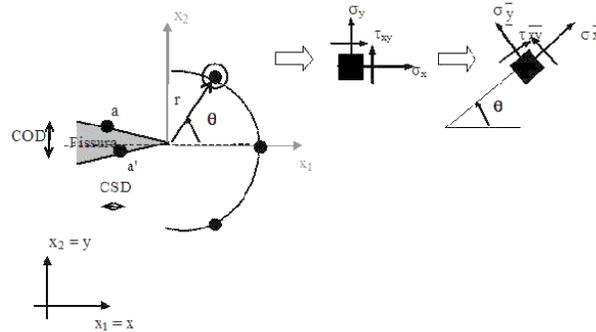
$$u_1 = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\frac{1}{2}(k-1) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] + \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\frac{1}{2}(k+1) + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad 3.18$$

$$u_2 = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\frac{1}{2}(k+1) + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] + \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\frac{1}{2}(k-1) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad 3.19$$

Donde  $G = E/2(1 + \nu)$  es el modulo transversal, el coeficiente  $k = (3 - 4\nu)$  para EPD y  $k = (3 - \nu)/(1 + \nu)$  Para EPT, [19].

### 3.6 CALCULO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZO (SIF)

Considerando la figura



Fuente: *DanianeFrancescaVicentini*, “Formulação do Método Dos Elementos de Contorno para Análise de Fratura”.

**Figura 7. Obtención de SIF y el ángulo de propagación.**

Según *Aliabadi y Rooke (1992)* [22], el campo de desplazamiento alrededor de una grieta está representado por:

$$COD = u_2(\theta = \pi) - u_2(\theta = -\pi) = \frac{k + 1}{G} K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad 3.20$$

Donde el lado izquierdo de esta ecuación se llama *COD* (*Crack Opening Displacement*) e indica la dimensión de la fisura total equivalente al modo I de fractura (*ver figura 7*). Igualmente el término que caracteriza el desplazamiento de las caras del modo II de fractura ocurre cuando hay deslizamiento o cizallamiento entre las caras. El término llamado *CSD* (*Crack Sliding Displacement*):

$$CSD = u_2(\theta = \pi) - u_2(\theta = -\pi) = \frac{k + 1}{G} K_{II} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad 3.21$$

Donde

$$k = \frac{(3 - \nu)}{(1 + \nu)} \text{ y } k = (3 - 4\nu) \quad 3.22$$

Para EPT (*Estado del Plano de Tensión*) y EPD (*Estado del Plano de Deformación*) respectivamente.

Después de unas operaciones algebraicas, es posible obtener los factores de intensificación de esfuerzos,  $K_I$  y  $K_{II}$ . Para el EPT tenemos:

$$K_I = COD \frac{E}{8} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \text{ y } K_{II} = CSD \frac{E}{8} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad 3.23$$

Para el EPD tenemos:

$$K_I = COD \frac{G}{4(1 - \nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \text{ y } K_{II} = CSD \frac{G}{4(1 - \nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad 3.24$$

Este valor podemos calcularlos para  $r$  ver la figura 7. Coincide con algunos modos de fisura.

Una técnica bastante simple, representada por *Paris y Canas (1997)* [23], basada en tensiones a través de la fisura, para el procedimiento conforme para el COD obtenidos a lo largo de la grieta. Partiendo de la ecuación 2.5.4, para el modo I la técnica propuesta para la aplicación de la función logarítmica a ambos lados de esta ecuación y la agrupación de valores constantes:

$$\ln(COD) = \ln\left(\frac{8}{E\sqrt{2\pi}} K_I\right) + 0,5 \ln(r) \quad 3.25$$

Los valores de  $COD$ , obtenidos por MEC (*Método de Elementos de Contorno*), se representan en los diferentes gráficos en función de la distancia en el extremo de la grieta, observando que los puntos situados muy cerca a la punta ocurre un error numérico, debido a la presencia de singularidad. Para obtener los valores de COD

directamente los últimos nodos de la grieta, deberían ser elementos empleados especialmente, ya que la aproximación fue lineal.

Haciendo un gráfico  $\ln(COD)$  por  $\ln(r)$ , seleccionamos una región con puntos donde la respuesta admisible.

La ecuación 3.25 puede ser reescrita como:

$$\ln COD = b + m \ln r \quad 3.26$$

Por lo tanto utilizando los valores obtenidos para varios puntos podemos determinar una línea que mejor represente la ecuación 3.26 y así mismo podemos ajustar la línea de tendencia. El valor  $m$  es obtenido por la pendiente de la recta a partir de esta aproximación de una respuesta admisible para SIF puede ser obtenida por, [19]:

$$K_I = \frac{e^b E \sqrt{2\pi}}{8} \quad 3.27$$

De la EPT (*Estado del Plano de Tensión*)

### 3.7 RELACIÓN ENTRE G Y K

La Tasa de Liberación de Energía enfocada, al criterio de avance de una grieta en términos del Factor de Intensificación de Esfuerzo (SIF) está dada por las siguientes condiciones:

Si  $K_I < K_{IC}$ , entonces no hay extensión de grieta (estable)

Si  $K_I = K_{IC}$ , entonces posible extensión cuasiestática de grieta

Si  $K_I > K_{IC}$ , entonces crecimiento dinámico de grieta (inestable)

A partir de la ecuación 3.28 y 3.29, la relación entre la tasa de liberación de energía y el factor de intensidad de esfuerzo en condiciones de tensión plana se puede expresar

como:

$$G = \frac{dU_p}{da} = \frac{\pi\sigma^2 a}{E'} \quad 3.28$$

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad 3.29$$

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad 3.30$$

Y para el caso de deformación plana es:

$$G_{IC} = (1 - \nu^2) \frac{K_{IC}^2}{E} \quad 3.31$$

Donde  $\nu$  es la relación de Poisson. Las relaciones 3.30 y 3.31 se conocen como las ecuaciones de Irwin, las cuales no solamente se cumplen para condición crítica sino para cualquier otra condición inferior a la crítica, es decir se trata de relaciones generales entre  $G_I$  y  $K_I$ .

El SIF tiene la ventaja de que es aditivo, es decir se pueden obtener valores de  $K_I$  para diferentes partes de una geometría compleja y luego sumar tales valores para obtener  $K_I$  general, mientras que el método energético esto no es posible, sin embargo, como lo indica *Bazant y Planas (1998)* [24], la desventaja radica en que su aplicabilidad está limitada a la elasticidad lineal mientras que el concepto de tasa de liberación de energía no tiene esta limitación, [1].

### 3.8 CRITERIO DE FALLA Y FRACTURA DE MODO MIXTO

El criterio de falla por fractura (crecimiento inestable de una grieta) se presenta cuando un elemento mecánico y/o estructural se encuentra una grieta sometida a una carga. El frente de grieta debe estar caracterizado por una pequeña deformación plástica, rodeada de un campo de esfuerzo elástico determinado por un factor de intensidad de esfuerzo, generado por una combinación de carga, tamaño, forma, ubicación y orientación de la grieta. Basado en el postulado fundamental de la mecánica de fractura elástica lineal, el factor de intensidad de tensiones por fractura puede ser declarado como:

$$K_{Ieq} = K_{IC} \quad 3.32$$

Donde  $K_{Ieq}$  representa el modo I, equivalente al factor de intensidad de esfuerzo, definido en un análisis de modo mixto y  $K_{IC}$  representa en el plano de deformación de resistencia a la fractura, la cual es crítica para un valor del factor de intensidad de esfuerzos, tomado como una propiedad del material. Cuando la condición de inestabilidad consigue que la griete crezca de manera incontrolable durante el proceso de fractura, por lo tanto la estructura puede ser diseñado para que sea segura ante la fractura, garantizando que  $K_{Ieq} < K_{IC}$ .

### 3.9 INTEGRAL J Y RELACIÓN ENTRE G Y K

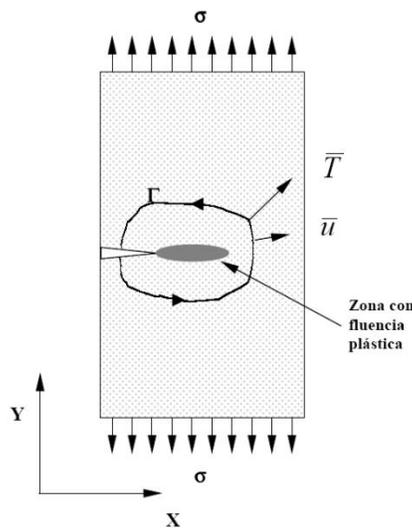
El concepto de la tasa de liberación de energía  $G$  deja de ser un criterio de apropiado para medir la tenacidad a fractura de numerosos polímeros termoplásticos cuando aparece la plasticidad en la punta de la grieta, [25].

El método de la integral J proporciona un medio para determinar la tasa de liberación de energía en aquellos casos en que los efectos plásticos no son despreciables. En esencia intenta representar cuantitativamente el momento en que una fisura comienza a propagarse de manera estable en el seno de un material bajo una serie de condiciones tensionales, geométricas y ambientales establecidas.

La integral J fue definida por *Rice (1969)* [26], para representar la transferencia de energía de deformación en la región cercana a la punta de la grieta. Es una integral de contorno independiente del recorrido, que expresa la energía por unidad de área necesaria para crear nuevas superficies de fractura en un cuerpo cargado que contiene una grieta, y que viene dada por:

$$J_{IC} = \int_{\Gamma} U_d dy - \int \bar{T} \frac{\phi \bar{u}}{\phi x} ds \quad 3.33$$

Siendo  $U_d$  la densidad de energía de deformación,  $\bar{T}$  el vector tracción, y  $\bar{u}$  el vector desplazamiento,  $x$  e  $y$  son las direcciones de los ejes de coordenadas cartesianos mostrados en la *figura 8*.



*Fuente: Miguel Ángel Sánchez Sotos, "Comportamiento Mecánico y Fractura de Mezclas de Poliestireno y Microesferas de vidrio".*

**Figura 8. Transferencia de energía de deformación en la región cercana a una grieta.**

*Rice*, al establecer su análisis asumió que las tensiones y deformaciones en un cuerpo plástico o elasto – plástico eran iguales a las de un cuerpo no lineal y elástico con idéntica curva tensión – deformación. Como resultado la determinación de la energía de deformación en la punta de la fisura es válida mientras no se produzca descarga del cuerpo.

La integral  $J$ , al igual que  $G$ , miden una energía liberada. Podemos considerar la determinación de la energía cedida por un material de comportamiento viscoelástico que contiene una grieta que se propaga. Tomando las curvas carga – desplazamiento para dos instantes de las que las longitudes de grieta sean  $a$  y  $(a + da)$ , tal como se indica en la *figura 9*, si la propagación de la grieta sucede en el punto  $S$  para el primer caso y en el punto  $S'$  para el segundo, el área comprendida entre las dos curvas corresponde a la energía necesaria para producir una superficie de grieta  $Bda$ , donde  $B$  es un espesor uniforme del cuerpo y entonces podemos derivar la expresión:

$$J = -\frac{1}{B} \left( \frac{dU_{pt}}{da} \right) \quad 3.34$$

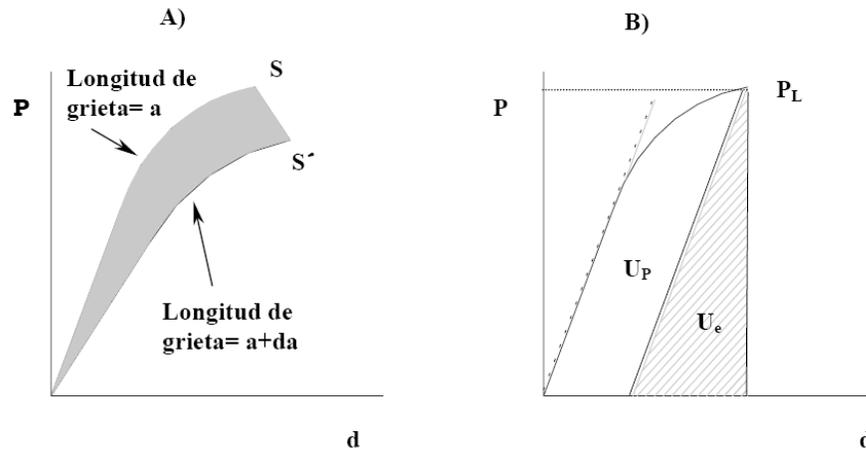
Siendo  $U_{pt}$  la energía potencial del cuerpo cargado. Esta expresión puede descomponerse en dos términos independientes, [27],  $J_e$  y  $J_p$ , el primero relacionado con la parte de la energía que tiene una contribución elástica ( $U_e$ ), y el segundo relacionado con el carácter plástico ( $U_p$ ) ver *figura 9*

$$J = J_e + J_p \quad 3.35$$

$$J_e = \frac{\eta_e U_e}{B(w - a)} \quad 3.36$$

$$J_p = \frac{\eta_p U_p}{B(w - a)} \quad 3.37$$

Donde  $\eta_e$  y  $\eta_p$  son los factores de trabajo elástica y plástico respectivamente,  $w$  la altura de la probeta,  $B$  su espesor y  $a$  la longitud de energía de la grieta inicial.



Fuente: Miguel Ángel Sánchez Sotos, “Comportamiento Mecánico y Fractura de Mezclas de Poliestireno y Microesferas de vidrio”.

**Figura 9. Comportamiento Elastoplástico**

**A) Cambio de Energía Potencial debida al Crecimiento de la Grieta**

**B) Separación de las Contribuciones Elásticas y Plásticas.**

El factor de trabajo elástico  $\eta_e$  se puede evaluar, para una geometría de probeta dada, a partir de la flexibilidad o a partir del factor de forma  $Y(a/w)$  de la LEFM; y el factor de trabajo plástico  $\eta_p$  a partir de un análisis de la carga límite ( $P_L$ ). Así, para una probeta SENB<sup>1</sup> con distancia entre apoyos S, tenemos, [28], [29]:

$$\eta_e = \frac{(w - a)Y^2 a}{\int Y^2 \left(\frac{a}{w}\right) ada + \frac{Sw}{18}} \quad 3.38$$

$$\eta_p = \left(\frac{w - a}{wP_L}\right) \frac{\varphi P_L}{\varphi(a/w)} \quad 3.39$$

Para las probetas citadas, cuando en la probeta se dispone una separación entre apoyos de  $4w$  y se cumple que  $0.4 < a/w < 0.6$ , tanto  $\eta_e$  como  $\eta_p$  toman un valor igual a 2.

<sup>1</sup>SENB: Acronimo de Single Edge Notch Bending. Probeta de flexión entallada lateralmente

Combinando las ecuaciones 3.35 a 3.37 obtenemos el valor de  $J$  en función de la grieta como:

$$J = J_e + J_p = \frac{2U_{Tot}}{B(w - a)} \quad 3.40$$

Donde  $U_{Tot}$  el área bajo la curva carga – desplazamiento. En el momento de inicio de la propagación de la grieta, en condiciones de deformación plana, el criterio de fractura resultante es  $J_I \geq J_{IC}$  siendo  $J_{IC}$  un valor crítico independiente de la longitud de la grieta y de la geometría de la probeta.

La definición de  $J$  parte de la conservación de la energía y su magnitud indica el cambio en la energía potencial para una extensión virtual de la grieta. Para el caso de un material lineal y elástico se cumple que:

$$-\frac{\varphi U_{pt}}{\varphi a} = G \quad 3.41$$

Lo que implica que  $J = G$  y el valor crítico  $J_C$  es equivalente a  $G_C$  para fractura estable, constituyendo un valor de tenacidad a la fractura intrínseco del material pudiendo ser usado en la misma forma que  $G_{IC}$ . Los valores obtenidos corresponderán al estado de deformación plana siempre que sea válida la relación:

$$B, (w - a), a > \frac{25J_{IC}}{\sigma_y} \quad 3.42$$

En el caso de los materiales polímeros el crecimiento estable de la grieta puede medirse a través de llevar múltiples probetas, de igual longitud de entalla, hasta diferentes valores de desplazamientos del punto de carga o bien a través de realizar ciclos de carga y descarga sobre una sola probeta.

Inicialmente la apariencia de la curva  $J - \Delta a$  presenta una pendiente pronunciada previa a la propagación de la grieta, que es consecuencia del enromamiento de la punta de la

grieta. Este efecto puede ser matemáticamente calculado asumiendo que la longitud de la zona de deformación es igual a la mitad del CTOD:

$$CTOD = \frac{J}{\sigma_y} \quad 3.43$$

De esta manera queda definida una línea de enromamiento:

$$J = 2 \sigma_y \Delta a \quad 3.44$$

Donde  $\Delta a$  el aparente crecimiento de grieta y  $\sigma_y$  la tensión en el punto de fluencia. La expresión anterior permite estimar la deformación de la grieta previamente a la propagación.

Una vez la grieta comienza a propagarse, la pendiente de la curva  $J - \Delta a$  se reduce bruscamente indicando que la resistencia a la propagación de la grieta es menor que durante la etapa de iniciación. Sin embargo en muchos materiales dicho cambio, lejos de ser abrupto es gradual lo que lleva a la consideración de ajustes potenciales de la curva antes que lineales, [15].

## 4. PROPAGACIÓN DE LA FRACTURA POR FATIGA

### 4.1 INTRODUCCIÓN

Se abordaran los principios que rigen la propagación de la fractura por fatiga en componentes mecánicos y/o estructurales, se analizara la ley de de parís como base fundamental de este tema así como también la determinación experimental de constante de parís y la tolerancia al daño de los elementos sometidos a este modo de falla, [30]. La fatiga es el proceso de desgaste gradual de un componente a causas de cargas cíclicas a que se somete. La propagación de grieta por fatiga se define como el crecimiento paulatino de la grieta en componente estructural cuando está sometido a cargas fluctuantes. Estas tensiones derivan de una fractura posterior de los componentes pasados un número determinado de ciclos de carga. Por lo general, el nivel de carga de fractura es menor que la resistencia a la tracción o aun menores que el limite elástico del material, [31].

### 4.2 LEY DE PARIS

Hasta los años 60, las características de los elementos sometidos a fatiga se realizaban intentando relacionar las velocidades de crecimiento de una grieta con valores de tensiones aplicadas sobre el elemento en cuestión y su longitud de grieta, dado lugar a expresiones del tipo, [32].

$$\frac{da}{dN} \propto \Delta S^q a^p \quad 4.1$$

Los nuevos conceptos de la mecánica de fractura supusieron un nuevo enfoque en el estudio del fenómeno de fatiga.

*Paris (1961)* [33], sugiere la utilización del factor de intensidad de esfuerzo (*SIF*) como parámetro característico de la velocidad de crecimiento estable de la grieta por fatiga. Dicho factor representa la severidad de la distribución de tensiones alrededor del frente de

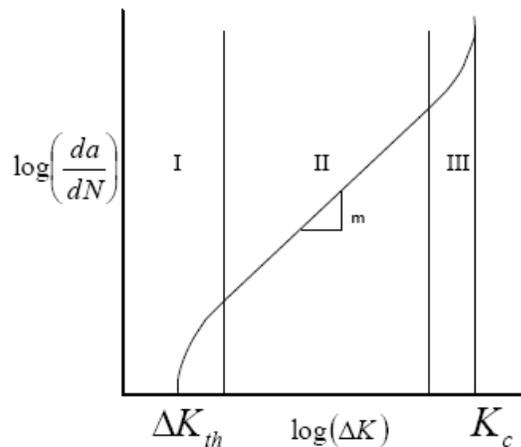
la grieta. La utilización de dicho parámetro representa un avance considerable en el estudio del fenómeno, debido a que combina información sobre la geometría del elemento, tensión nominal y longitud de la grieta, [30].

La ecuación de Paris se formula de la siguiente forma:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad 4.2$$

Donde  $C$  y  $m$  son constantes características de cada material.

La Ley de Paris representa una variación lineal entre el  $\log da/dN$  y  $\log \Delta K$ , que corresponde con el crecimiento estable de la grieta solamente una parte de la curva total de resistencia al crecimiento del material, para el rango intermedio de valores de  $\Delta K$ . Para valores extremos de  $\Delta K$ , tanto por encima de ese rango intermedio como por debajo, la velocidad de crecimiento aumenta rápidamente con el valor de  $\Delta K$  presenta un comportamiento como el que se presenta en la *figura 10*. En escala logarítmica. En la figura se pueden identificarse tres zonas o regímenes distintos de crecimiento: la Región I o Régimen Próximo al Umbral, la Región II o Intermedia y la Región III de rápida propagación de la grieta, [14].



**Figura 10.** Ritmo de crecimiento de grieta frente a  $\Delta K$

#### 4.2.1 Región I

La propagación de grieta en el régimen I está relacionada principalmente con procesos de fractura no continuos, donde el incremento de longitud de grieta es un ciclo es inferior a  $10^{-6}mm/ciclos$ . La velocidad de crecimiento aumenta muy rápidamente con  $\Delta K$  desde valores muy bajos, asociados con la existencia de un rango de factor de intensidad de esfuerzo umbral  $\Delta K_{th}$  por debajo del cual la grieta no crece o la velocidad de crecimiento es indetectable.

#### 4.2.2 Región II

La variación es esencialmente lineal y corresponde a la zona que puede ser ajustada bastante bien por la ley de Paris. Dicha expresión, sin embargo, no tiene en cuenta el efecto de la tensión media, ni el comportamiento asintótico de las curvas para los valores extremos de  $\Delta K$ . En consecuencia dicha ley se ajusta bastante bien solo en la zona de  $\Delta K$  medios, mostrando ciertas desviaciones en los extremos de la curva.

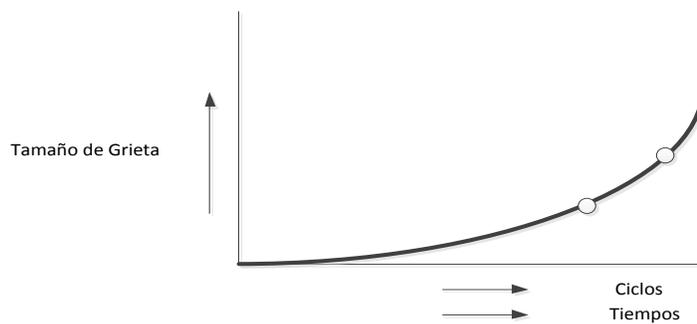
#### 4.2.3 Región III

Esta zona corresponde a altos valores de  $\Delta K$  la velocidad de crecimiento aumenta rápidamente causando la fractura total del componente. Esta es producida cuando el valor máximo del factor de intensidad de esfuerzo ( $K_{max}$ ) alcanza cierto valor crítico  $K_C$ . En deformación plana dicho valor crítico  $K_{IC}$ , denominado tenacidad a fractura, es una característica del material y representa el valor máximo de factor de intensidad de esfuerzo que una grieta puede soportar bajo carga estática antes de propagarse inestablemente, [14].

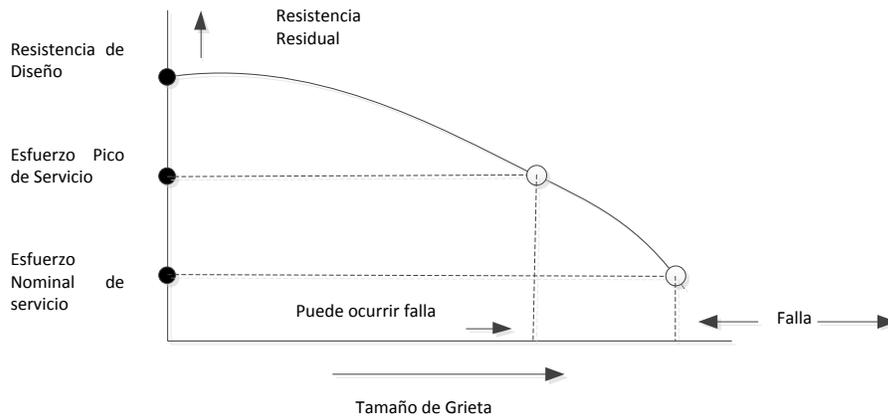
### 4.3 TOLERANCIA AL DAÑO

En la mayoría de eventos de fallas catastróficas en un elemento o en estructuras que soportan alguna carga están asociadas con la fractura. Esta ocurre cuando la carga externa excede a la resistencia del material. La relación de carga contra resistencia de un material, esta frecuentemente influenciada por la presencia de defectos entre los cuales las imperfecciones del tipo grietas son las más perjudiciales, [34].

Estas grietas se desarrollan durante la fabricación o durante el trabajo por la acción de las cargas repetitivas de fatiga, cargas accidentales de impacto o por acción cooperativa de un esfuerzo y del medio ambiente de operación. *Figura 11.*



**Figura 11. Curva de crecimiento de grieta por fatiga o corrosión – esfuerzo**



**Figura 12. Curva de resistencia residual**

Una grieta de tamaño subcrítico puede ir creciendo gradualmente hasta alcanzar una dimensión crítica de falla. Por lo general, en la disposición que crece una grieta disminuye la resistencia residual como se ilustra en la *figura 12*, de manera que la condición de falla por fractura se da cuando el esfuerzo generado por la carga de servicio se hace igual a la resistencia residual. Entonces un componente estructural está expuesto a fallar desde cuando un esfuerzo inusualmente elevado se hace igual a la resistencia residual, o hasta que el esfuerzo normal de servicio se hace también igual a la resistencia residual.

Una grieta en un componente estructural puede ser tan pequeña que no cause una reducción significativa de la resistencia residual bajo una carga estática, sin embargo, con una carga fluctuante de fatiga la grieta puede ir creciendo hasta un tamaño que implique una reducción importante de la resistencia residual, [20].

El objetivo de la tolerancia al daño es garantizar una vida segura bajo unas circunstancias operacionales. Este enfoque ha sido desarrollado para la predicción de una vida útil segura bajo daño progresivo acumulado inducido por fatiga, corrosión, termofluencia, irradiación, desgaste o aun envejecimiento natural. Se aplican factores para determinar experimentalmente la resistencia a la falla en función de garantizar una vida de operación segura. La adhesión a este enfoque, ampliamente usado en la ingeniería convencional, implica el retiro o el reemplazo de los componentes y las estructuras cuando el tiempo de vida seguro ha sido alcanzado. El producto construido con fiabilidad está basado solamente en la inspección realizada durante la fabricación para que tenga una calidad libre de defectos antes de operación, [34].

## **5. CALCULO ANALITICO Y NUMERICO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZO**

## 5.1 INTRODUCCION

El presente capítulo trata sobre el cálculo analítico y numérico del factor de intensidad de esfuerzo (SIF), se emplearan dos casos con sus respectivas fórmulas para la parte analítica y para la parte numérica se empleara el programa Franc2D y CrackBEM, con esto se simulara la grieta para así llevar a cabo la comparación entre estos cálculos.

## 5.2 CALCULO ANALITICO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZO (SIF)

El cálculo analítico del factor de intensidad de esfuerzo se llevara a cabo por medio de dos casos que son: una placa con una grieta central y una placa con una grieta lateral donde se empleara una fórmula para cada una de ella.

### 5.2.1 Caso de una Placa con una Grieta Central.

*Tabla 1. Factor de Intensidad de Esfuerzo para grieta simple*

Geometría de la Placa	Formula a Emplear
 <p>Diagrama de una placa rectangular con una grieta central. La placa tiene un ancho <math>W</math> y una grieta de longitud <math>2a</math>. Se aplican fuerzas <math>P</math> en los extremos de la placa.</p>	$K_I = P\sqrt{\pi a} \left[ \sec \frac{\pi a}{W} \right]^{1/2}$

Los resultados del Factor de Intensidad de Esfuerzos  $K_I$  se obtendrán con diferentes valores de  $2a$ , solo se realizara para el primer valor el procedimiento de la formula a emplear los demás resultados obtenidos se listan en la tabla 1.

**Solución:**

Para un valor de  $2a = 0,5\text{cm}$ ;  $W = 6\text{cm}$ ;  $P = 500\text{N/cm}^2$

$$K_I = P\sqrt{\pi a} \left[ \sec \frac{\pi a}{W} \right]^{1/2}$$

$$K_I = 500\sqrt{\pi(0,25)} \left[ \sec \frac{\pi(0,25)}{6} \right]^{1/2}$$

$$K_I = 443,11(\sqrt{1,0086})$$

$$K_I = 445$$

**Tabla 2. Factores de Intensidad de Esfuerzo**

Items	2a	K <sub>I</sub>
1	0,5	445
2	1	637
3	1,5	798
4	2	957
5	2,5	1112
6	3	1290

### 5.2.2 Caso de una Placa con una Grieta Lateral

**Tabla 3. Factor de Intensidad de Esfuerzo para grieta simple**

Geometría de la Placa	Formula a Emplear
	$K_I = YP\sqrt{a}$ $Y = 1,99 - 0,4\acute{a} + 18,7\acute{a}^2 - 34,8\acute{a}^3 + 53,85\acute{a}^4$ <p>Donde <math>\acute{a} = \frac{a}{W}</math></p>

Los resultados del Factor de Intensidad de Esfuerzos  $K_I$  se obtendrán con diferentes valores de  $a$ , solo se realizara para el primer valor el procedimiento de la formula a emplear los demás resultados obtenidos se listan en la tabla 3.

**Solución:**

Para un valor de  $a = 0,5\text{cm}; W = 6\text{cm}; P = 500\text{N}/\text{cm}^2$

$$\text{Donde } \acute{a} = \frac{a}{W} = \frac{0,5}{6} = 0,0833$$

$$K_I = YP\sqrt{a}$$

$$Y = 1,99 - 0,4\acute{a} + 18,7\acute{a}^2 - 34,8\acute{a}^3 + 53,85\acute{a}^4$$

$$K_I = [(500)(\sqrt{0,5})](1,99 - 0,4(0,0833) + 18,7(0,0833)^2 - 34,8(0,0833)^3 + 53,85(0,0833)^4)$$

$$K_I = 731$$

*Tabla 4. Factores de Intensidad de Esfuerzo*

Items	a	$K_I$
1	0,5	731
2	1	1162
3	1,5	1644
4	2	2341
5	2,5	3301
6	3	4746

**5.3 CALCULO NUMERICO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS (SIF)**

El cálculo numérico del factor de intensidad de esfuerzo se llevara a cabo por medio de dos casos que son: una placa con una grieta central y una placa con una grieta lateral donde se emplearan dos software uno llamado Franc2D y otro llamado CrackBEM, donde se simularan las grietas con sus diferentes medidas para así obtener el Factor de Intensidad de Esfuerzos  $K_I$ .

### 5.3.1 Calculo Numérico del Factor de Intensidad de Esfuerzos por Medio de Franc2D y CrackBEM

Las diferentes longitudes de grieta dieron como resultado en la simulación los siguientes valores de  $K_I$  para la placa con una grieta central y con una grieta lateral.

En la tabla 5 se muestran los valores de  $K_I$

*Tabla 5. Factores de Intensidad de Esfuerzo arrojados por Franc2D y CrackBEM*

Items	2a	$K_I$ Franc2D	$K_I$ CrackBEM	A	$K_I$ Franc2D	$K_I$ CrackBEM
1	0,5	449	540	0,5	727	728
2	1	643	776	1	1143	1486
3	1,5	805	976	1,5	1622	2314
4	2	960	1172	2	2244	2881
5	2,5	1121	1383	2,5	3099	2908
6	3	1299	1625	3	4342	2105

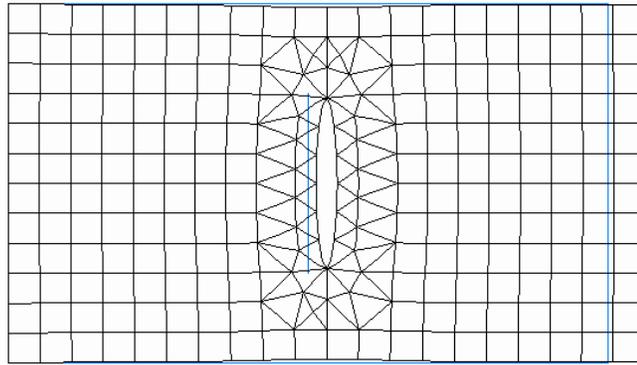
Podemos observar que los resultados obtenidos para el caso de la primera placa con una grieta central **2a** los resultados tanto del Franc2D y CrackBEM son muy aproximados y los resultados de la placa con una grieta lateral **a** se encuentran un poco alejados uno del otro, a continuación se presenta la comparación entre los resultados teóricos y numéricos.

## 5.4 COMPARACION ENTRE EL CALCULO TEORICO VS CALCULO NUMERICO.

Caso de una placa con una grieta central:



*a)*



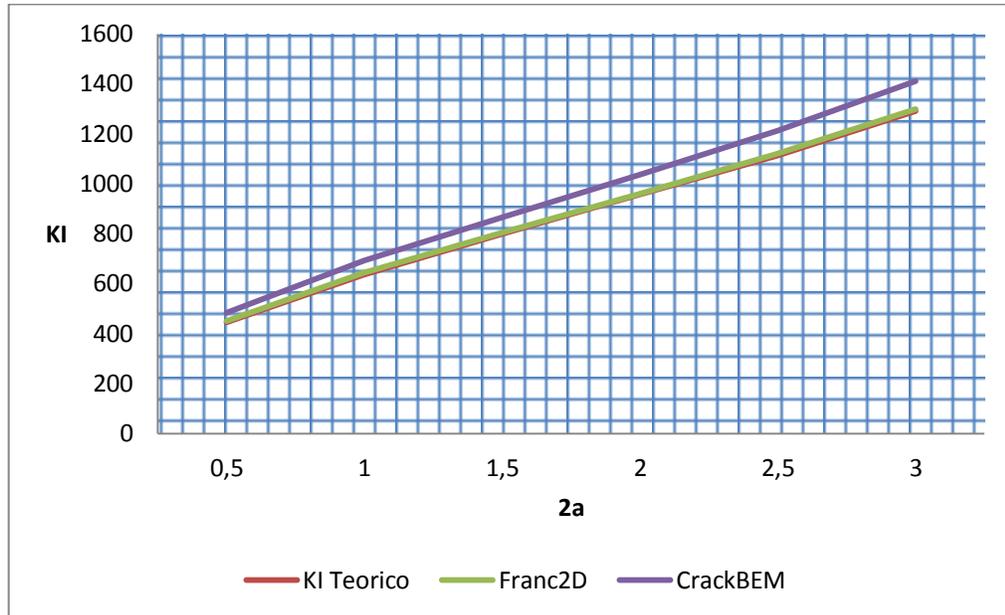
*b)*

*Figura 13. a)Placa con una grieta central, b) deformación de la placa en Franc2D.*

Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 6.

**Tabla 6. Comparación de los Factores de Intensidad de Esfuerzo**

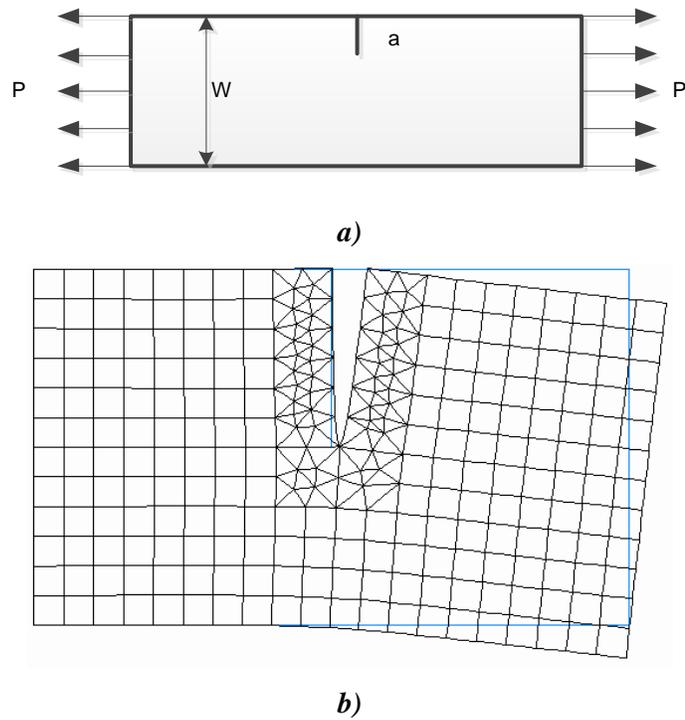
Items	2a	$K_I$ Teorico	$K_I$ Franc2D	$K_I$ CrackBEM
1	0,5	445	449	483
2	1	637	643	691
3	1,5	798	805	866
4	2	957	960	1035
5	2,5	1112	1121	1211
6	3	1290	1299	1410



**Figura 14. Comparación de los resultados teóricos y numéricos de la placa con grieta central.**

En la figura 14 vemos que el resultado del KI teórico y el KI Franc2D se puede decir que casi no muestran ninguna variación, mientras los KI CrackBEM se encuentran un poco alejado del resultado teórico y el de Franc2D, pero se puede establecer que para los tres casos el KI tiende a incrementar conforme aumenta la distancia de propagación de la grieta, como se ve en la figura 14.

**Caso de una placa con una grieta lateral:**

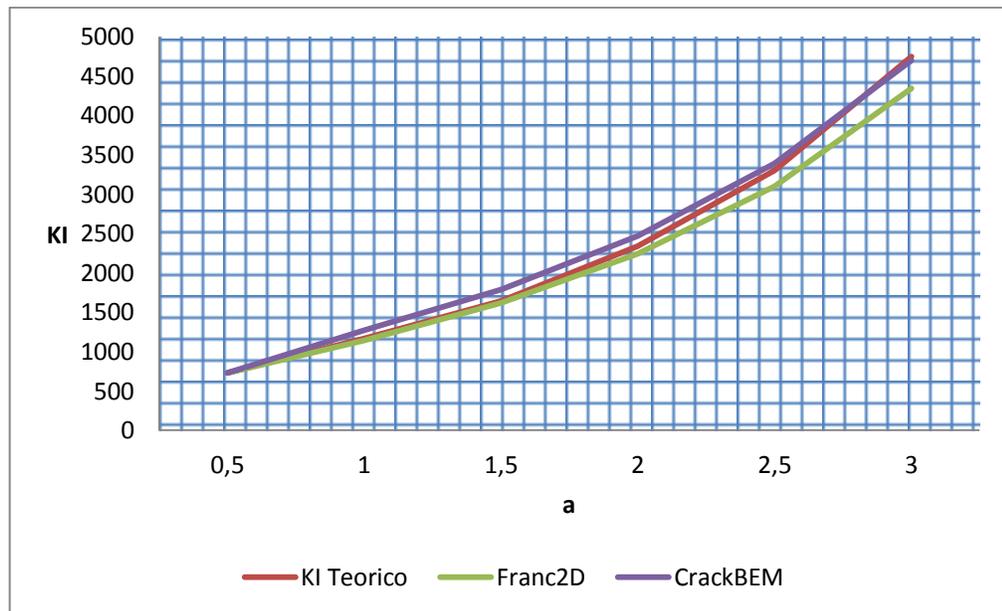


**Figura 15. a)Placa con una grieta lateral, b) deformación de la placa en Franc2D.**

Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 7.

**Tabla 7. Comparación de los Factores de Intensidad de Esfuerzo**

<b>Ítems</b>	<b>a</b>	<b><math>K_I</math> Teorico</b>	<b><math>K_I</math> Franc2D</b>	<b><math>K_I</math> CrackBEM</b>
1	0,5	731	727	728
2	1	1162	1143	1274
3	1,5	1644	1622	1791
4	2	2341	2244	2464
5	2,5	3301	3099	3390
6	3	4746	4342	4700



***Figura 16. Comparación de los resultados teóricos y numéricos de la placa con grieta lateral.***

En la figura 15 vemos que el resultado del KI teórico, el KI Franc2D y el KI CrackBEM se puede decir que casi no muestran ninguna variación, pero se puede establecer que para los tres casos el KI tiende a incrementar conforme aumenta la distancia de propagación de la grieta, como se muestra.

## **6. MECÁNICA COMPUTACIONAL DE FRACTURA**

### **6.1 INTRODUCCIÓN**

En esta parte se dará uso a herramientas computacionales especializadas en el análisis de la mecánica de fractura a elementos mecánicos y/o estructurales agrietados. Implementando los programas Franc2D el cual es una herramienta computacional de dos dimensiones basado en elementos finitos para simular la propagación de las grietas en elementos; se utilizará también el programa Franc3D el cual es un software que simula el comportamiento de una grieta en 3D. de igual forma, se utilizarán distintos métodos de simulación numérica (método BEM – FEM) para mostrar resultados numéricos correspondientes a las simulaciones desarrolladas en los diferentes software, para así, realizar una validación experimental comparando los resultados obtenidos por simulación numérica con los datos esperados según la teoría de la mecánica de fractura, [35].

### **6.2 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (FEM)**

En el método de elementos finitos, la estructura de interés se divide en formas discretas llamadas elementos. Los tipos de elementos incluyen el plano de estrés unidimensional o elementos de tensión normal, y bloques de tres dimensiones. Los elementos se conectan en los puntos de nodo en el que la continuidad de los campos de desplazamiento se hace cumplir.

#### **6.2.1 Definición del Método**

El método de Elementos Finitos es un método de aproximación de problemas de continuos, de tal forma que:

- El continuo se divide en un número finito de partes, elementos, cuyo comportamiento se especifica con un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados nodos. Estos nodos son los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes.

- La solución del sistema completo sigue las reglas de los problemas discretos. El sistema completo se forma por ensamblaje de los elementos.
- Las incógnitas del problema dejan de ser funciones matemáticas y pasan a ser el valor de estas funciones en los nodos.
- El comportamiento en el interior de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las adecuadas funciones de interpolación o funciones de forma.

El Modelo de los Elementos Finitos es por tanto una aproximación de los valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos.

El método de la rigidez de los elementos finitos se aplica generalmente a problemas de análisis estrés. Este enfoque se describe a continuación para el caso de dos dimensiones.

La figura muestra un elemento continuo isoparamétrico de tensión plana de dos dimensiones o problemas de deformación plana, junto con ejes de coordenadas locales y globales. Las coordenadas locales, que también se llaman coordenadas paramétricas, varían de  $-1$  a  $+1$  sobre el área de elemento, el nodo en la esquina inferior izquierda tiene coordenadas paramétricas  $(-1, -1)$ , mientras que la esquina superior derecha se encuentra en  $(1, 1)$  en el sistema local. El sistema de coordenadas paramétricas no es necesariamente ortogonal. Considerando un punto en el elemento en  $(\xi, \eta)$ . Las coordenadas globales de este punto están dadas por:

$$x = \sum_{i=1}^n Ni(\xi, \eta)xi \tag{6.1}$$

$$y = \sum_{i=1}^n Ni(\xi, \eta)yi \tag{6.2}$$

Donde  $n$  es el número de nodos en el elemento y  $Ni$  son las funciones de forma correspondiente al nodo  $i$ , cuyas coordenadas son  $(xi, yi)$  en el sistema global y  $(\xi i, \eta i)$  en el sistema paramétrico.

Las funciones de forma son los polinomios que interpolan cantidades de campo dentro del elemento. El grado del polinomio depende del número de nodos en el elemento. Si, por ejemplo, el elemento contiene nodos sólo en las esquinas,  $N_i$  es lineal. Un elemento de cuatro lados, de ocho nodos, que requiere una interpolación cuadrática. Los desplazamientos dentro de un elemento son interpolados de la siguiente manera:

$$u = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) u_i \quad 6.3$$

$$v = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) v_i \quad 6.4$$

Donde  $(u_i, v_i)$  son los desplazamientos nodales en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente. La matriz de esfuerzo en  $(x, y)$  viene dada por:

$$\{\varepsilon\} = [B] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad 6.5$$

Donde,

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta y} \\ \frac{\delta N_i}{\delta y} & \frac{\delta N_i}{\delta x} \end{bmatrix} \quad 6.6$$

Y,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta x} \\ \frac{\delta N_i}{\delta y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta \xi} \\ \frac{\delta N_i}{\delta \eta} \end{Bmatrix} \quad 6.7$$

Donde  $[J]^{-1}$  es la Matriz Jacobiana, la cual está dada por:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \eta} \\ \frac{\delta x}{\delta \eta} & \frac{\delta y}{\delta \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \frac{\delta Ni}{\delta x} & \dots \\ \dots & \frac{\delta Ni}{\delta y} & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ x_i & y_i \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad 6.8$$

La Matriz de tensión se calcula como:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad 6.9$$

Donde  $[D]$  es la Matriz constitutiva de tensión y esfuerzo. La tensión y el esfuerzo son calculados incrementalmente debido a problemas que incorporan plasticidad incremental y  $[D]$  es actualizada en cada cálculo de carga.

$$\Delta\sigma = [D(\varepsilon, \sigma)]\{\Delta\varepsilon\} \quad 6.10$$

Por tanto, la distribución de la tensión y la tensión en todo el cuerpo se puede deducir de los desplazamientos nodales y la ley constitutiva. La fatiga y las tensiones suelen ser evaluados en varios puntos de Gauss o puntos de integración dentro de cada elemento. Para los elementos en 2-D, la integración de Gauss 2x2 es típica, donde hay cuatro puntos de integración en cada elemento.

Los desplazamientos en los nodos dependen de la rigidez de los elementos y las fuerzas nodales. La rigidez de la matriz elemental viene dada por:

$$[k] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det|J| d\xi d\eta \quad 6.11$$

Donde el subíndice  $T$  denota la transpuesta de la matriz. La ecuación (6.11) se puede derivar del principio de la energía potencial mínima.

Las matrices de rigidez elemental se ensamblan para dar la rigidez global de la matriz,  $[k]$ , la fuerza global, el desplazamiento, y las matrices de rigidez se relacionan de la siguiente manera:

$$[k][u] = [F] \quad 6.12$$

### 6.2.2 El método ecuación integral de los límites

La mayoría de los problemas en la naturaleza no se pueden resolver matemáticamente sin especificar las condiciones de frontera apropiadas. En mecánica de sólidos, por ejemplo, un problema bien planteado es aquel en el que el éter tracciones o los desplazamientos (pero no ambos) se especifican en toda la superficie.

En el caso general, la superficie de un cuerpo puede ser dividido en dos regiones,  $S_u$ , donde los desplazamientos se especifican, y  $S_t$ , donde se especifican tracciones. (No se puede especificar tanto la tracción un desplazamiento en la misma zona, ya que una cantidad depende de la otra.) En estas condiciones de contorno, es teóricamente posible para resolver las tracciones de  $S_u$  y los desplazamientos en  $S_{an}$ , así como las tensiones, cepas, y desplazamientos dentro del cuerpo.

El método de los límites ecuación integral, BIE, es una técnica muy poderosa para la resolución de tracciones y desplazamientos desconocidos en la superficie. Este enfoque también puede ofrecer soluciones para las cantidades campo interno, pero el análisis de elementos finitos es más eficiente para este propósito.

El método de BIE se deriva del teorema de reciprocidad de Betti, que se refiere el trabajo realizado por dos cargas diferentes en el mismo cuerpo. En ausencia de fuerzas de volumen, el teorema de Betti puede enunciarse como sigue:

$$\int T_i^{(1)} u_i^{(2)} dS = \int T_i^{(2)} u_i^{(1)} dS \quad 6.13$$

Donde  $T_i$  y la interfaz de usuario son los componentes de la tracción y los vectores de desplazamiento, respectivamente, y los superíndices denotan cargas (1) y (2). Una unidad

de fuerza se aplica en un punto  $p$  interior en cada una de las tres direcciones coordenadas,  $x_i$ , dando lugar a desplazamientos y tracciones en el punto de la superficie de  $Q$  en la dirección  $x_j$ . Por ejemplo, una fuerza de unidad en la dirección  $x_1$  puede producir desplazamientos y tracciones en  $Q$  en las tres direcciones coordenadas.

En consecuencia, los desplazamientos y tracciones resultantes en  $Q$ ,  $IS$  y  $T_{ij}$ , son tensores de segundo orden. Las cantidades  $IS(p, Q)$  y  $T_{ij}(p, Q)$  tienen soluciones de forma cerrada para varios casos, incluyendo una fuerza de punto de la superficie de un cuerpo elástico semi-infinito.

### **6.3 MÉTODO DE ELEMENTO DE CONTORNO (BEM)**

El método de elementos de contorno (BEM) trabaja con la discretización del contorno donde son definidas ecuaciones integrales de gobierno del problema figura 17 En comparación con el método de los elementos finitos (FEM), en el BEM la dimensionalidad del problema es reducida, generando de este modo sistemas de ecuaciones de menor tamaño. Igualmente, BEM es superior al FEM en el tratamiento de problemas en la mecánica de la fractura, ya que no se requieren mallas altamente refinadas (y algoritmos especiales para su generación y actualización en el caso de problemas de propagación) al rededor de la punta de la fractura para capturar los altos gradientes de tensión, tal como ocurre en el FEM.

#### **6.3.1 Formulación integral de contorno**

La formulación por elementos de contornos para problemas en elasticidad lineal parte de considerar la formulación por residuos ponderados de las ecuaciones de las ecuaciones de Navier. [36].

$$\left(\frac{1}{1-2\nu}\right)u_{j,jl} + u_{l,jj} + \frac{1}{\mu}b_l = 0 \quad 6.14$$

donde  $u_j$  son los desplazamientos,  $b_l$  son las fuerzas de cuerpo  $\nu$  es el modulo de Poisson y  $\mu$  es modulo cortante. Utilizando integración por partes se obtiene la ecuacion integral:

$$\int_{\Omega} \sigma_{kj,j}^* u_k d\Omega + \int_{\Omega} b_k u_k^* d\Omega = - \int_{\Gamma} t_k u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma} t_k^* u_k d\Gamma \quad 6.15$$

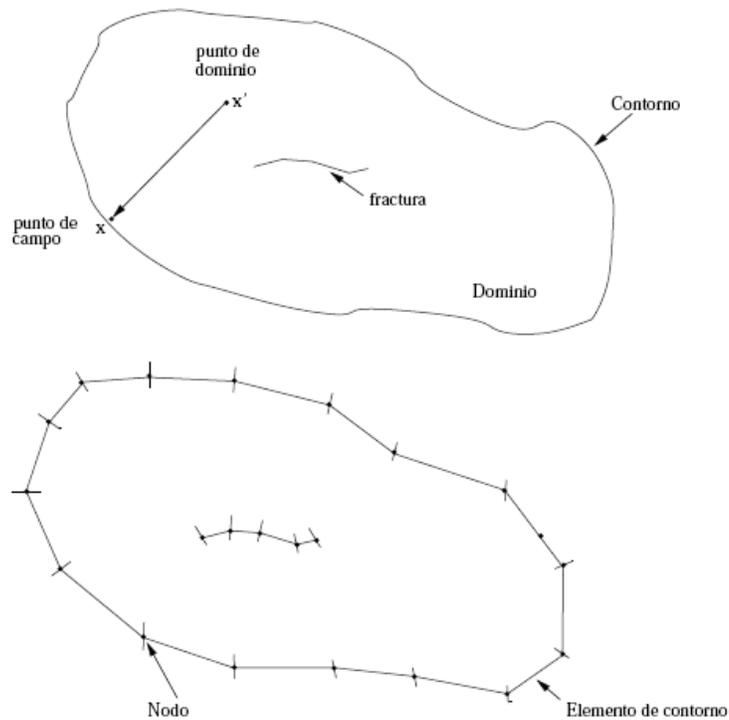
que corresponde al *teorema de reciprocidad de betti* en la mecánica de solidos. En esta ecuacion  $u_k$  son las componentes de desplazamientos,  $b_k$  son las componentes de la fuerza de cuerpo,  $t_k$  son tensiones aplicadas en el contorno,  $u_k^*$  y  $p_k^*$  son funciones de ponderación. La primera integral de lado izquierdo de esta ecuacion puede ser transformada en una integral de contorno si se considera la solución fundamental de la ecuacion 6.14, la cual se obtiene considerando una carga puntual en un dominio infinito:

$$u_{ij,j}^* = -\delta_{ij} \quad 6.16$$

De esta manera, y teniendo en cuenta la propiedad fundamental de la función delta de Dirac:  $\int_{\Omega} f \delta_{ij} d\Omega = f$  se obtiene una ecuacion de contorno:

$$c_{\alpha\beta} u_{\beta}(x') + \int_{\Gamma} T_{\alpha\beta}^*(x, x') u_{\beta}(x) d\Gamma = \int_{\Gamma} U_{\alpha\beta}^*(x, x') t_{\beta}(x) d\Gamma + \int_{\Omega} U_{\alpha\beta}^*(x, x') b_{\beta} d\Gamma \quad 6.17$$

donde  $c_{\alpha\beta}$  es una constante que depende de la ubicación del punto de colocación ( $c_{\alpha\beta} = 1$  para puntos en el dominio,  $c_{\alpha\beta} = 1/2$  para puntos sobre el contorno y  $c_{\alpha\beta} = 0$  para puntos por fuera del contorno).



**Figura 17. Superior: Geometría bi – dimensional con fractura. Inferior: Discretización por elementos de contorno**

$T_{\alpha\beta}^*$  y  $U_{\alpha\beta}^*$  son las soluciones fundamentales para tracción y desplazamiento de la ecuación (1) que ha sido funciones ponderadoras. [37].

## 6.4 APLICACIÓN DEL PROGRAMA FRANC2D

El programa FRANC2D, se encuentra dividido en dos subprogramas que son CASCA y FRANC2D/L para ejecutar los problemas a estudiar.

### 6.4.1 Casca

Es un programa originalmente desarrollado por Paul A. Wawrzynek y Louis Martha en la Universidad de Cornell–Ithaca, New Yorken 1987. Los menús del CASCA fueron diseñados para mostrarse usando comando de X Windows de menor nivel. Una versión corregida de estos comandos permitió llevar el código a Windows 95/NT en una modalidad simple. La ventaja es que las versiones Unix Windows 95/NT, son idénticas y este paquete se puede manejar en cualquiera de ellas; la desventaja es que el programa no usa una caja de diálogo.

La función del CASCA es crear mallas de elementos finitos continuas en dos dimensiones. En esta primera etapa se genera el modelado del problema a estudiar, en el cual se describe la geometría la pieza, la subdivisión de la pieza para crear la malla y esta cuenta para en mallados de triángulos de tres y seis nodos, y cuadriláteros de ocho nodos.

El CASCA no es parte de FRANC2D/L ya que una vez terminado con el proceso de modelado se tiene que cerrar y salir completamente de este subprograma. La información generada por este es almacenada y guardada en un archivo con extensión \*.inp, para ser utilizada por FRANC2D/L.

#### **6.4.2 Franc2D/L**

Este programa fue originalmente desarrollado por Paul A. Wawrzynek, en la Universidad de Cornell – Ithaca, New York. Este programa está basado en FRANC2D (código de análisis de fractura), el programa está hecho en un lenguaje de computación “C”, utilizando el método deElementos Finitos (FEM).

La versión FRANC2D/L está diseñada para hacer análisis de propagación de una grieta en estructuras bidimensionales, obteniendo la respuesta en materiales elásticos y elastoplastico, se pueden estudiar dos o más tipos de materiales distintos unidos entre sí. La forma en que se modela la grieta, es discreta se genera de forma natural, se introduce una pequeña longitud de grieta inicial y el resto se propaga paso a paso con un longitud constante, esta propagación se puede hacer de manera automática o por manipulación directa. La estructura de datos de FRANC2D/L consiste de tres entidades topológicas:

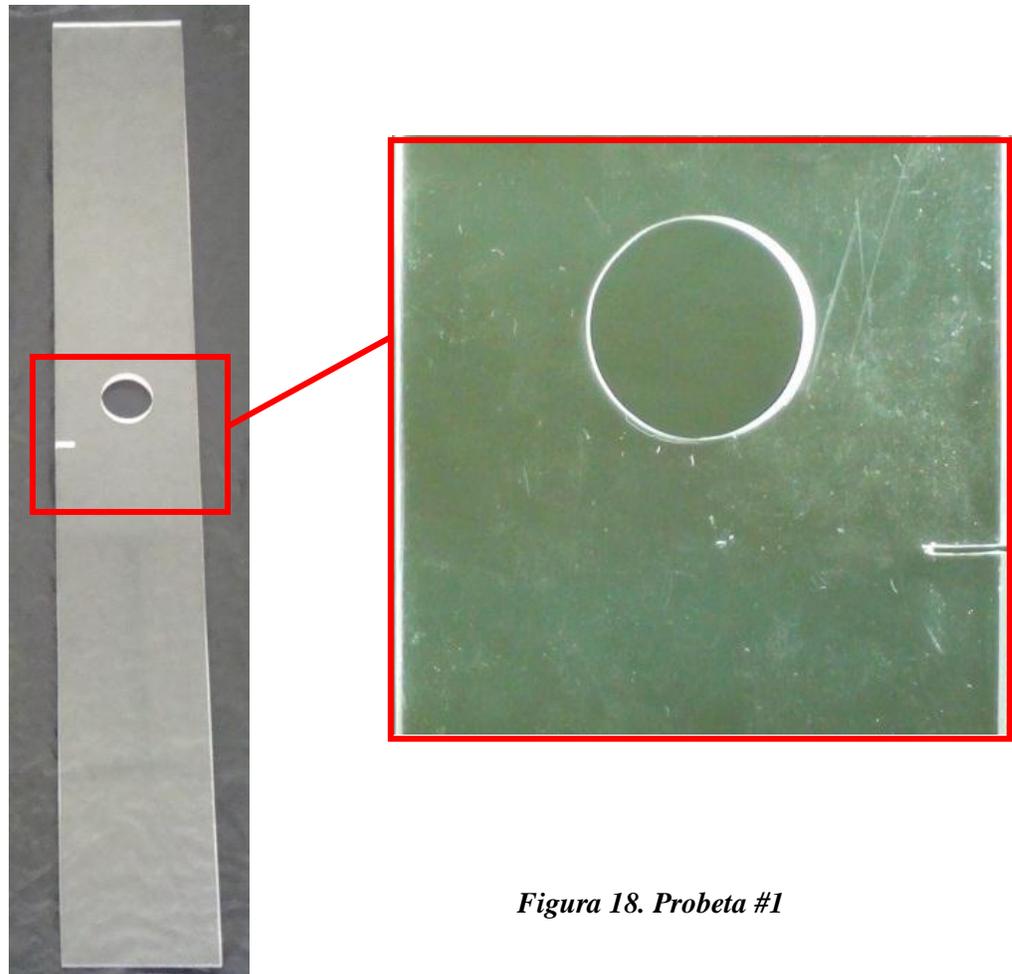
vértices, fronteras y caras; los vértices representan los nodos del elementos finitos, y las caras representan elementos finitos.

### 6.4.3 Dimensiones de las probetas

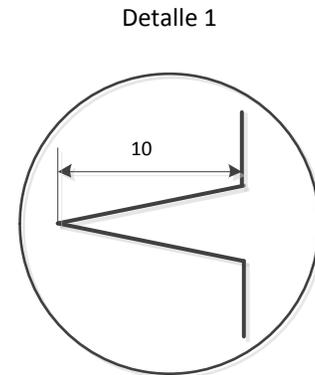
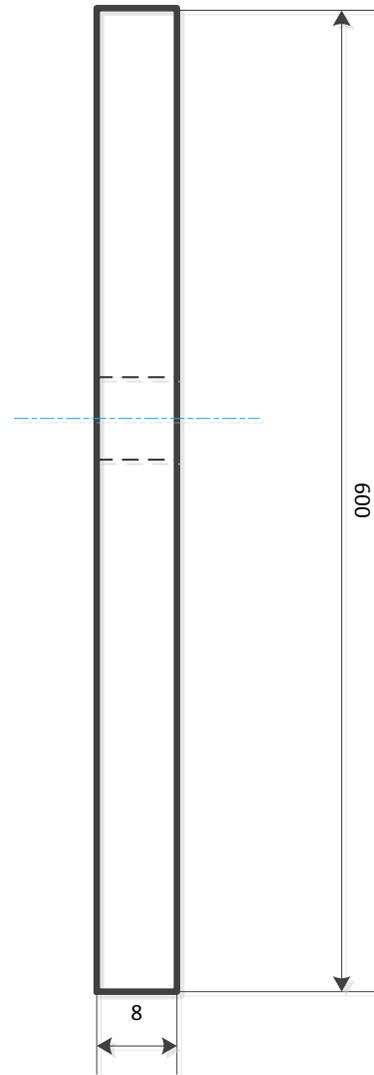
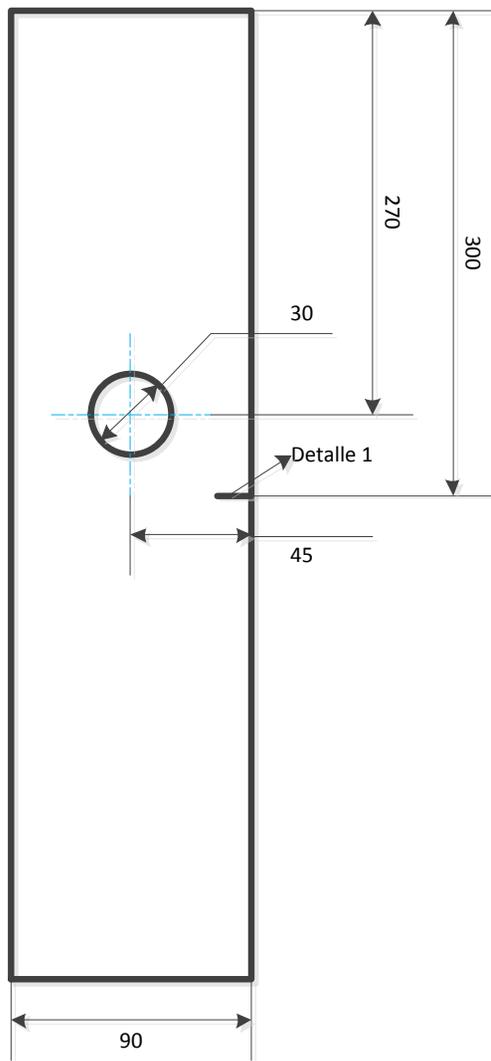
Las características del material son las siguientes:

Probeta #1.

- Material = Acrílico
- Largo y ancho = 600mm x 90mm
- Espesor = 8mm
- Un hueco =  $\varnothing 30\text{mm}$
- Grieta = 10mm



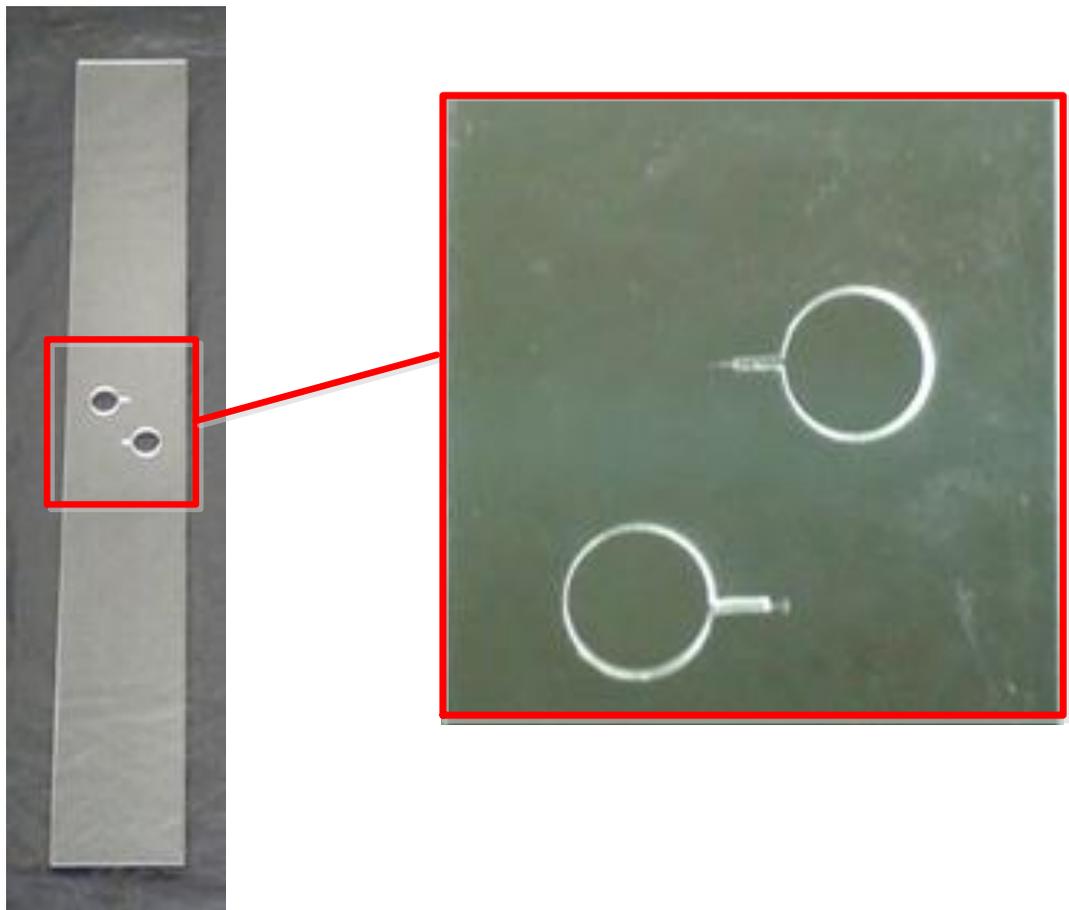
*Figura 18. Probeta #1*



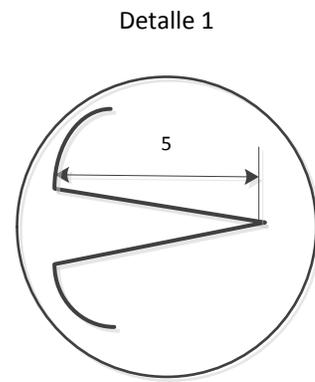
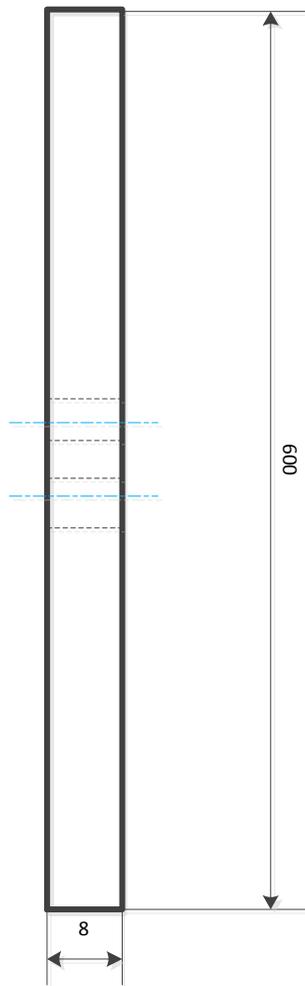
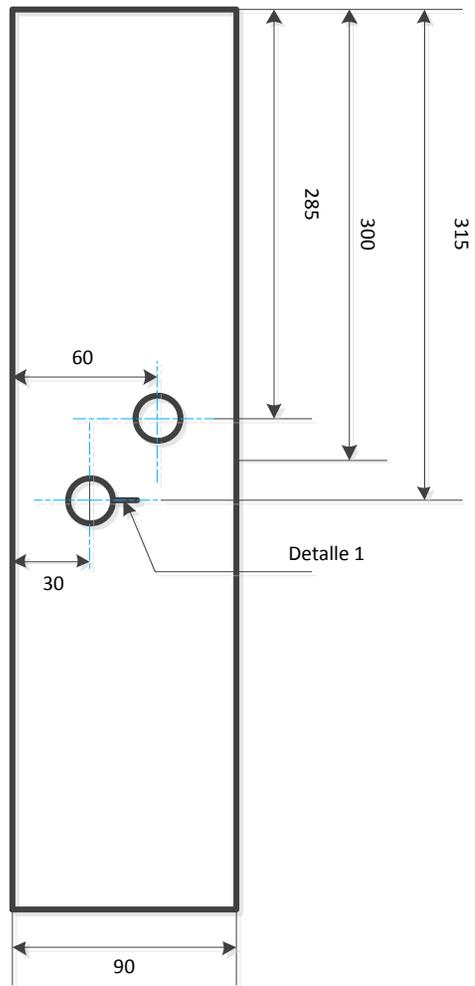
Medidas en mm

Probeta #2.

- Material = Acrílico
- Largo y ancho = 600mm x 90mm
- Espesor = 8mm
- Dos huecos =  $\varnothing 20\text{mm}$
- Dos grietas = 5mm



*Figura 19. Probeta #2*



Medidas mm

**6.4.4 Primer caso de estudio probeta 1. utilizando la herramienta computacional FRANC2D/L.**

*Material*      *Acrílico*

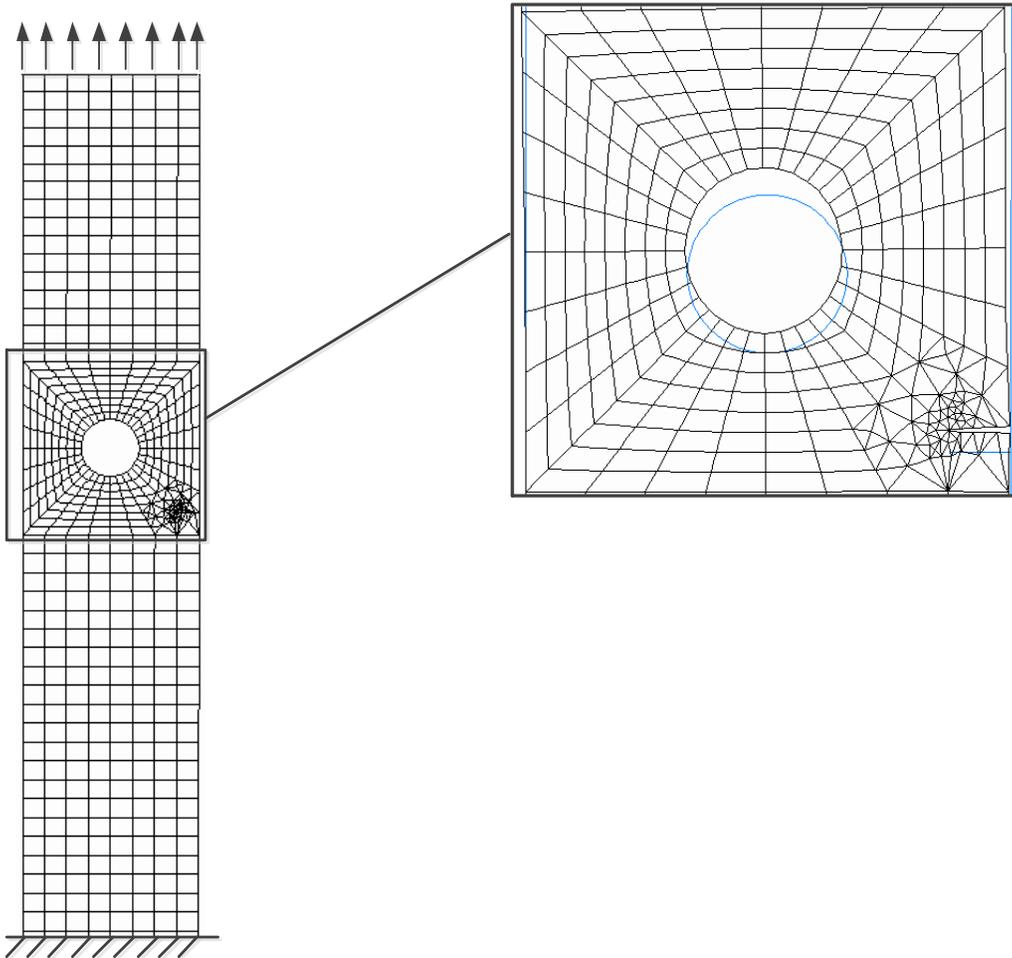
*E*       $60 \times 10^4 \text{ N/cm}^2$

*v*      0.33

*Espesor*    0.8cm

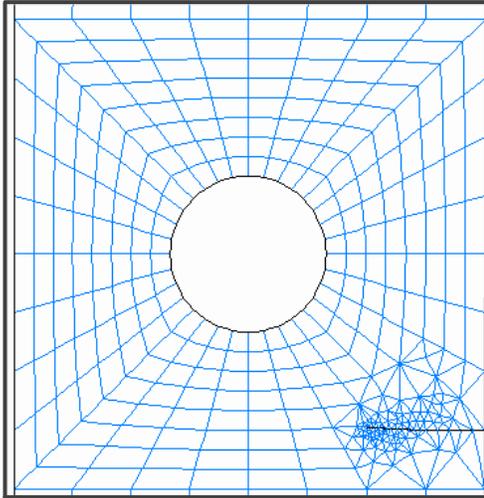
*Esfuerzo*     $450.521 \text{ N/cm}^2$

$$\sigma_{max} = 450.521 \text{ N/cm}^2$$



**Figura 20. Modelo de la malla en Elementos Finitos de la probeta #1 en Franc2D/L**

Utilizando un paso de propagación igual a 5.



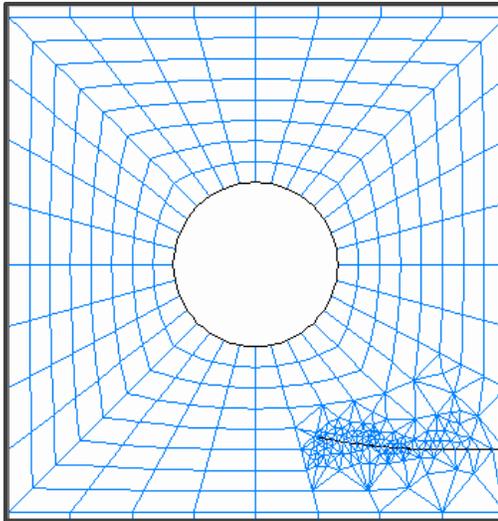
Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 5786[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

$$KII = 23.8[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

**Figura 21. Propagación de la grieta**

Paso de Propagación igual a 10.



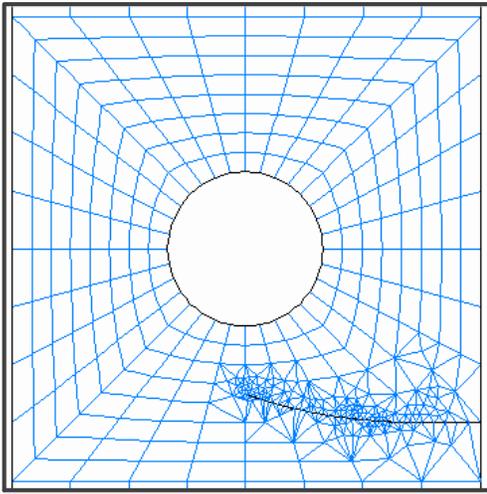
Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 9175[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

$$KII = 18.89[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

**Figura 22. Propagación de la grieta**

Paso de propagación igual a 15.



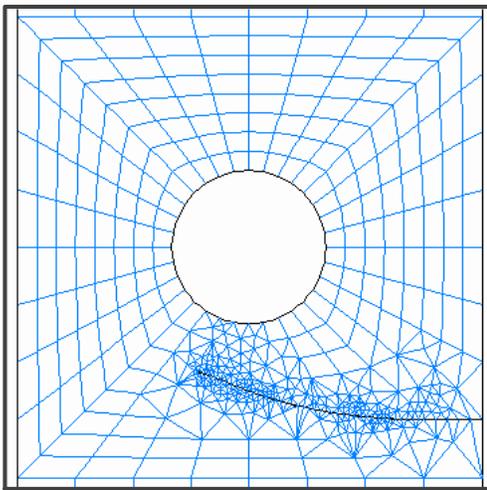
Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 0.1380 \times 10^5 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

$$KII = 402.7 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

*Figura 23. Propagación de la grieta*

Paso de propagación igual 20.



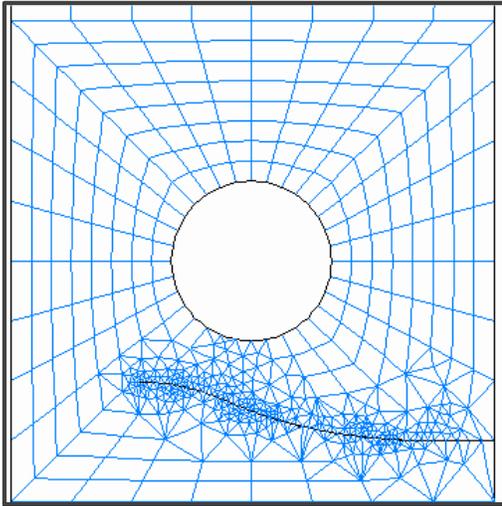
Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 0.1985 \times 10^5 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

$$KII = -332.7 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

*Figura 24. Propagación de la grieta*

Paso de propagación igual a 25.



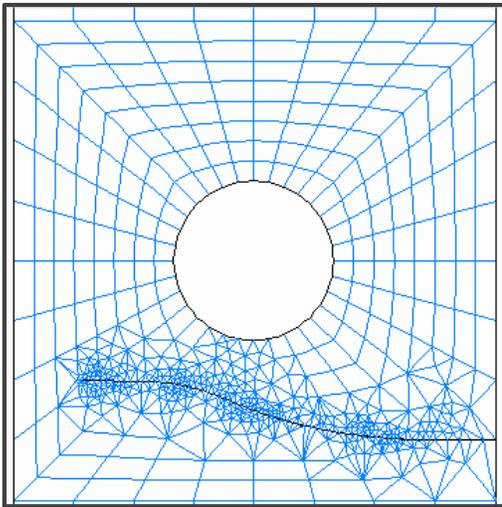
Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 0.3850 \times 10^5 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

$$KII = -507.2 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

**Figura 25. Propagación de la grieta**

Paso de propagación igual a 30.

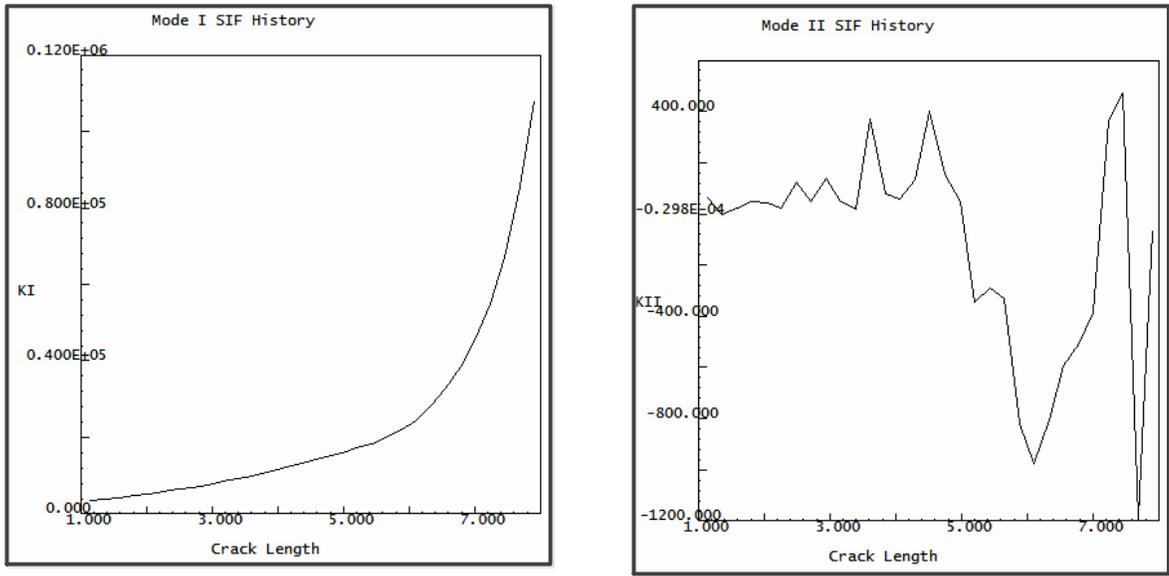


Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 0.1082 \times 10^6 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

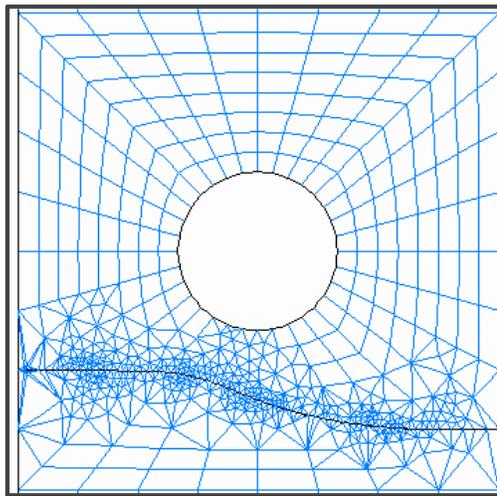
$$KII = -60.57 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

**Figura 26. Propagación de la grieta**



**Figura 27. Gráfica del Factor de Intensidad de Esfuerzo KI, KII**

Paso de propagación igual a 35



Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 0.1669 \times 10^7 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

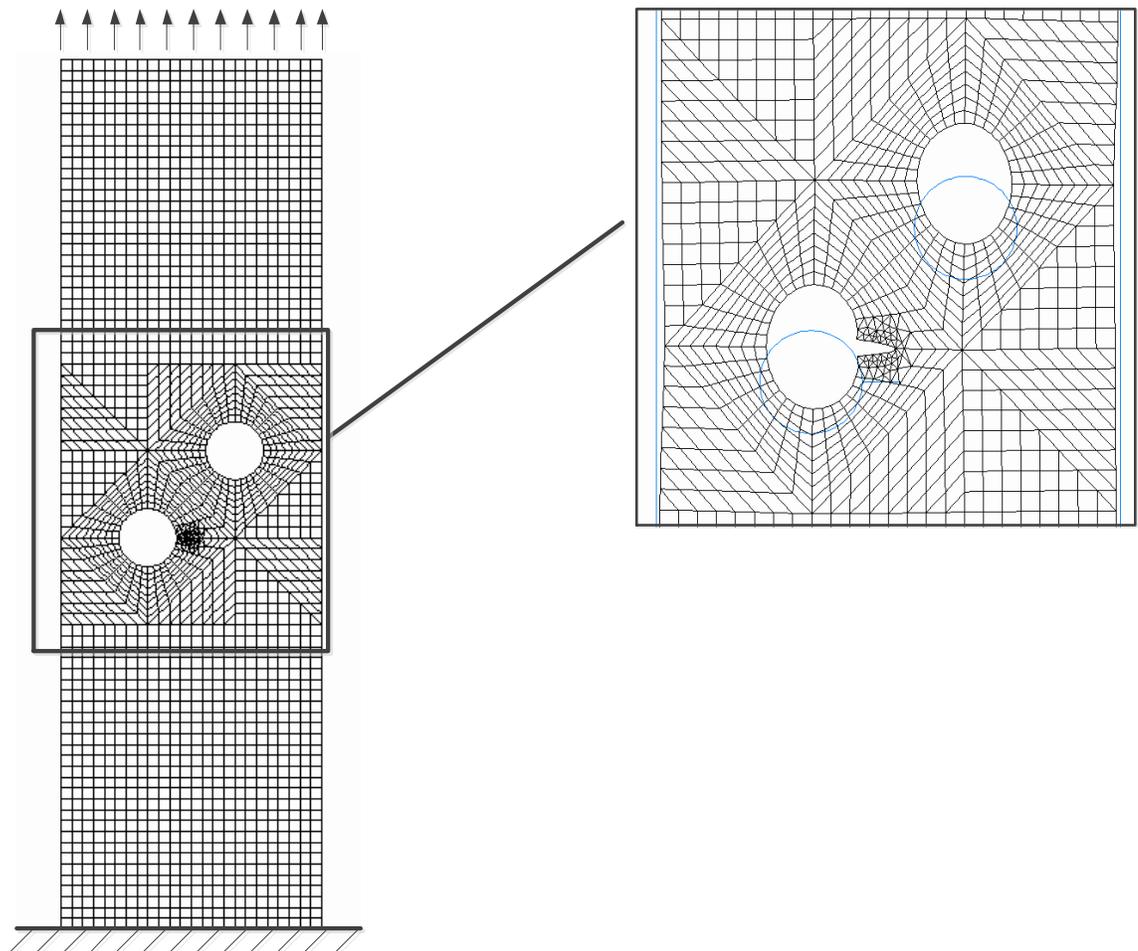
$$KII = -0.6451 \times 10^5 [N/cm^2] \sqrt{cm}$$

**Figura 28. Propagación de la grieta y fractura de la probeta**

**6.4.5 Segundo caso de estudio probeta 2. utilizando la herramienta computacional FRANC2D/L.**

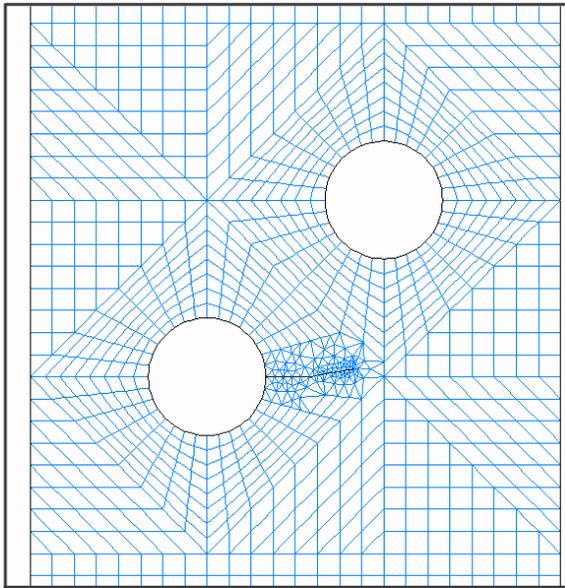
*Material*      *Acrílico*  
*E*             $60 \times 10^4 \text{ N/cm}^2$   
*v*            0.33  
*Espesor*    0.8cm  
*Esfuerzo*     $516.406 \text{ N/cm}^2$

$$\sigma_{max} = 516.406 \text{ N/cm}^2$$



**Figura 29. Modelo de la malla en Elementos Finitos de la probeta #2 en Franc2D/L**

Utilizando un paso de propagación igual a 5.



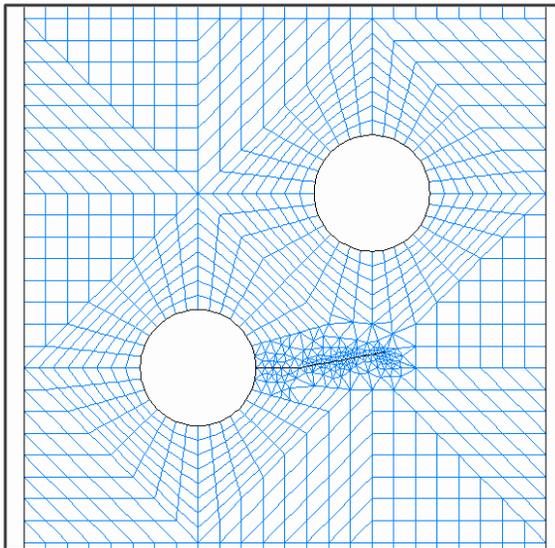
Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 3458[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

$$KII = -24.39[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

**Figura 30. Propagación de la grieta**

Paso de propagación igual 10.



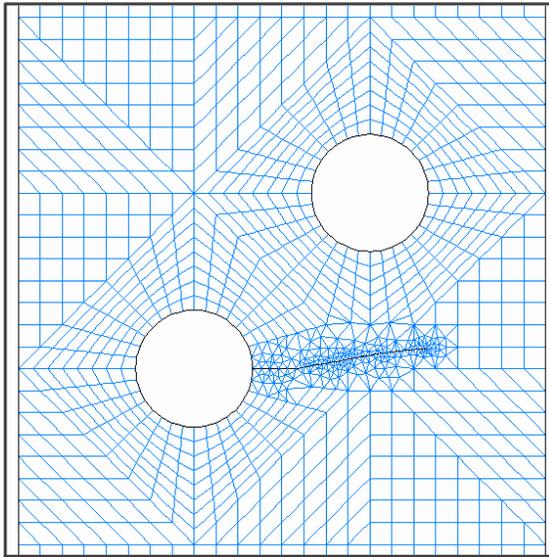
Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 3573[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

$$KII = 99.54[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

**Figura 31. Propagación de la grieta**

Paso de propagación igual a 15.



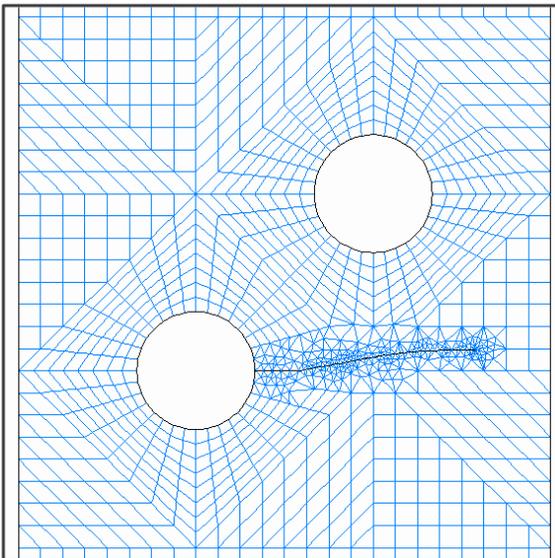
Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 4048[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

$$KII = 35.86[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

**Figura 32. Propagación de la grieta**

Paso de propagación igual a 20.

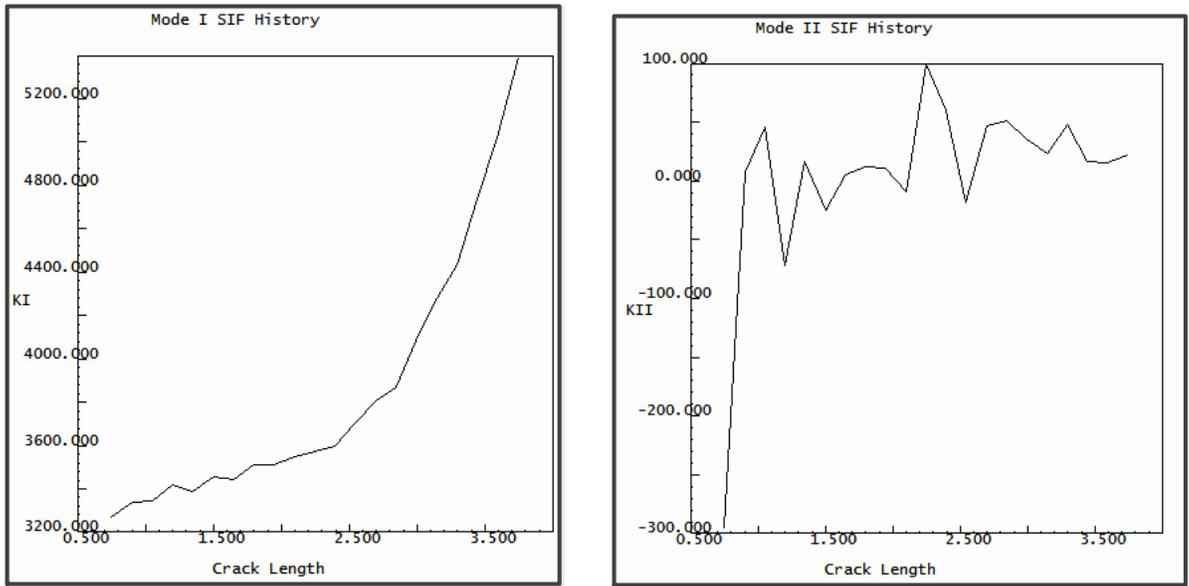


Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 5388[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

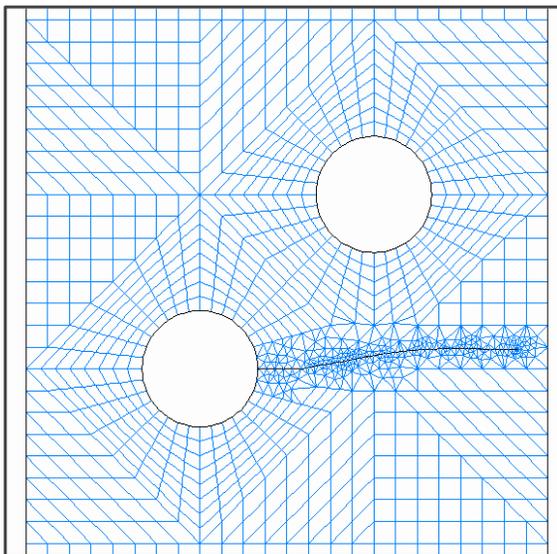
$$KII = 21.91[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

**Figura 33. Propagación de la grieta**



**Figura 34. Gráfica del Factor de Intensidad de Esfuerzo KI, KII**

Paso de propagación igual a 25.



Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en la punta de la grieta.

$$KI = 8739[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

$$KII = -30.32[N/cm^2]\sqrt{cm}$$

**Figura 35. Propagación de la grieta y fractura de la probeta**

## 6.5 APLICACIÓN DEL PROGRAMA CrackBEM

CrackBEM es un programa originalmente desarrollado por Jairo F. Useche Vivero en la Universidad de Tecnológica de Bolívar – Cartagena, en 2008. La formulación implementada por el Método de Elementos de Contorno (BEM) fue realizada en un código computacional utilizando MATLAB 7.0®, bajo sistema operacional Windows XP®.

El programa trabaja con elementos lineales cuadráticos discontinuos para la aproximación del campo de desplazamientos y de tensiones al interior de los elementos. Utiliza funciones de forma cuadráticas continuas para describir la geometría de los elementos.

En el tratamiento numérico de las integrales de contorno se utilizó cuadratura de Gauss de 6 puntos para el tratamiento de integrales no singulares y cuadratura de Gauss logarítmica con diez puntos para el tratamiento de integrales "debiles" (términos en la diagonal de la matriz **G**, (ver Dirgantara, 2002). Para el tratamiento de las integrales "fuertes" que se presentan en los términos sobre la diagonal de la matriz **H**, se utilizó una expansión asintótica por series de Taylor, e integración gaussiana de 6 puntos. Se utiliza un esquema de actualización de las matrices **H** y **G** durante cada incremento de la fractura obteniéndose una disminución considerable en el costo computacional al reutilizar estas matrices. *Useche, J.F(2008)*35.

### 6.5.1 Primer caso de estudio probeta #1 utilizando la herramienta computacional CrackBEM.

Material Acrílico

$E$   $60 \times 10^4 \text{ N/cm}^2$

$\nu$  0.33

Espesor 0.8cm

Esfuerzo  $450.521 \text{ N/cm}^2$

$$\sigma_{max} = 450.521 \text{ N/cm}^2$$

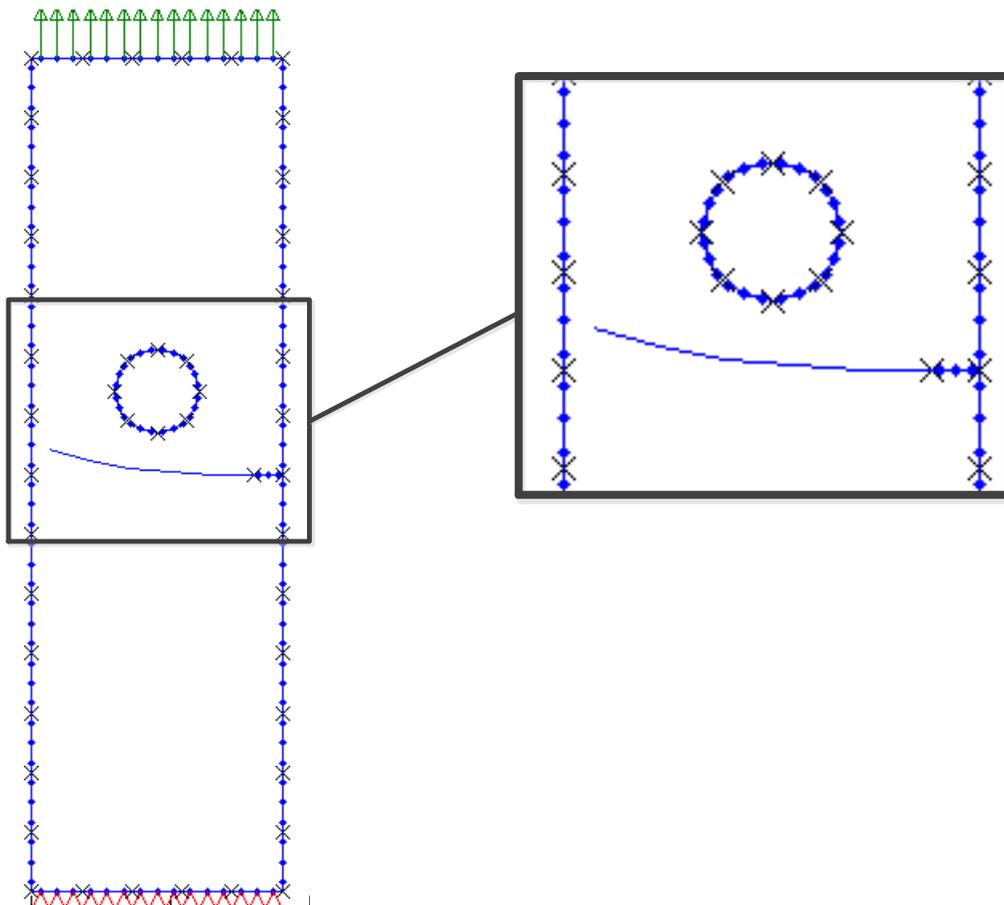
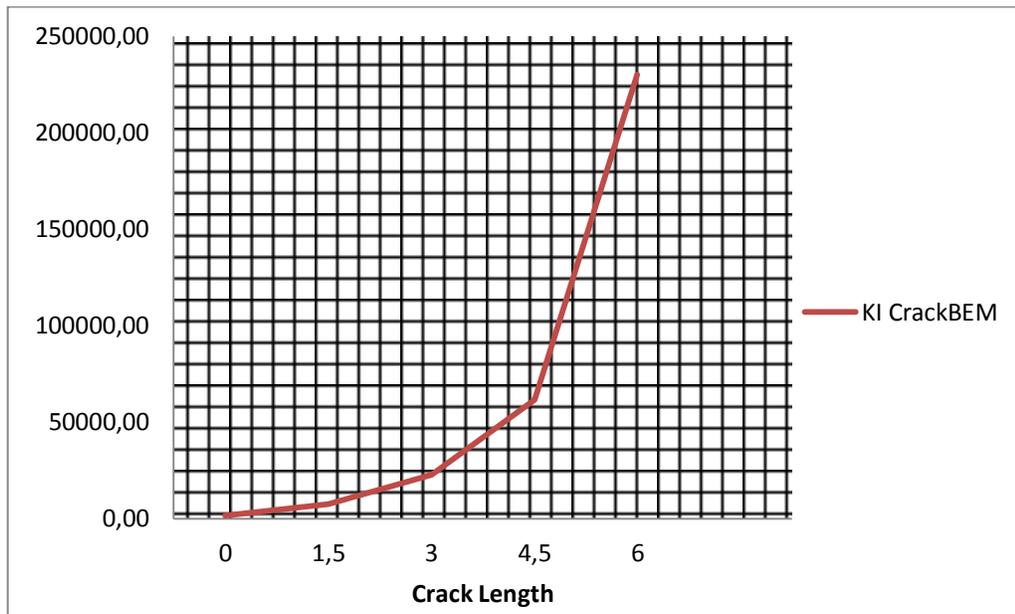


Figura 36. Propagación de la grieta por Elementos de Contorno utilizando CrackBEM

Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) dividido en 15mm cada punto (punta de la grieta) de la trayectoria de la propagación de la grieta.

**Tabla 8. Factores de Intensidad de Esfuerzo – CrackBEM**

Factor de Intensidad de Tensiones (SIF)		
INC	KI	KII
1	1491.753	15.542
2	7416.938	285.925
3	22535.984	1251.274
4	61670.370	4587.817
5	230278.712	21775.847

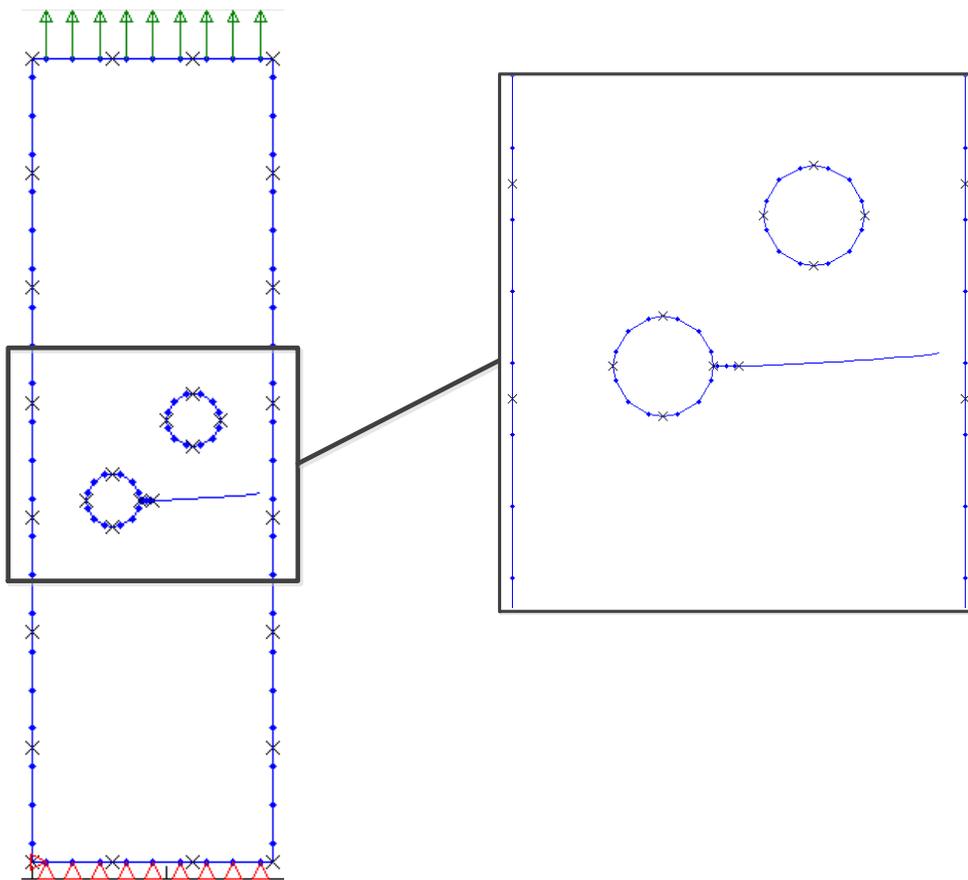


**Figura 37. Grafica de los factores de Intensidad de Esfuerzo**

**6.5.2 Segundo caso de estudio probeta 2. utilizando la herramienta computacional CrackBEM.**

Material      Acrílico  
 $E$            $60 \times 10^4 \text{ N/cm}^2$   
 $\nu$           0.33  
Espesor      0.8cm  
Esfuerzo     $516.406 \text{ N/cm}^2$

$$\sigma_{max} = 516.406 \text{ N/cm}^2$$

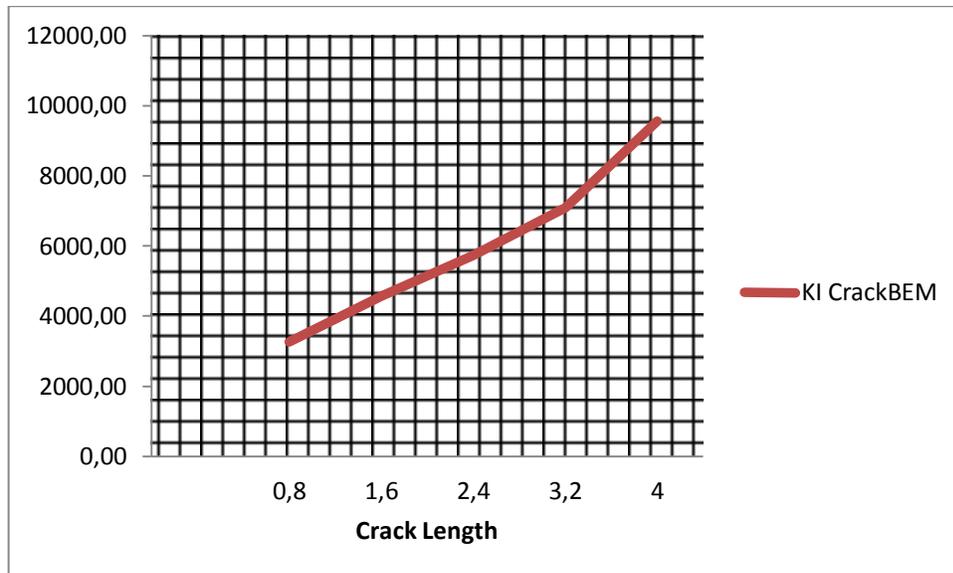


**Figura 38. Propagación de la grieta por Elementos de Contorno utilizando CrackBEM**

Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) en 8mm cada puto (punta de la grieta) de la trayectoria de la propagación de la grieta.

**Tabla 9. Factores de Intensidad de Esfuerzo – CrackBEM**

Factor de Intensidad de Tensiones (SIF)		
INC	KI	KII
1	1363.799	-28.279
2	3263.329	286.516
3	4561.870	396.988
4	5737.984	723.285
5	7085.265	1152.926



**Figura 39. Grafica de los factores de Intensidad de Esfuerzo**

## 6.6 ENSAYOS EXPERIMENTALES

Estas pruebas experimentales realizadas a las probetas, fueron necesarios para saber la trayectoria de la propagación de la grieta que se genera por efectos de la tensión, para así mostrar el comportamiento real de la hendidura.

Procedimiento para realización del ensayo experimental para determinar la trayectoria de propagación de la grieta en placas de acrílico fracturadas.

1. Fabricación de las probetas en acrílico. [Ver páginas](#)
2. Montaje de las probetas en Maquina Universal SHIMADZU UH – 600kNI
3. Preparación y adecuación de cámaras de video para registrar el comportamiento de la grieta en la probeta de acrílico.
4. Aplicación de esfuerzos de tensión a la probeta de acrílico fracturada mediante accionamiento de la Maquina Universal hasta la rotura.

### 6.6.1 Montaje de la Probeta#1.

Maquina Universal SHIMADZU UH – 600kNI. Laboratorio de Resistencia de Materiales Universidad Tecnológica de Bolívar.

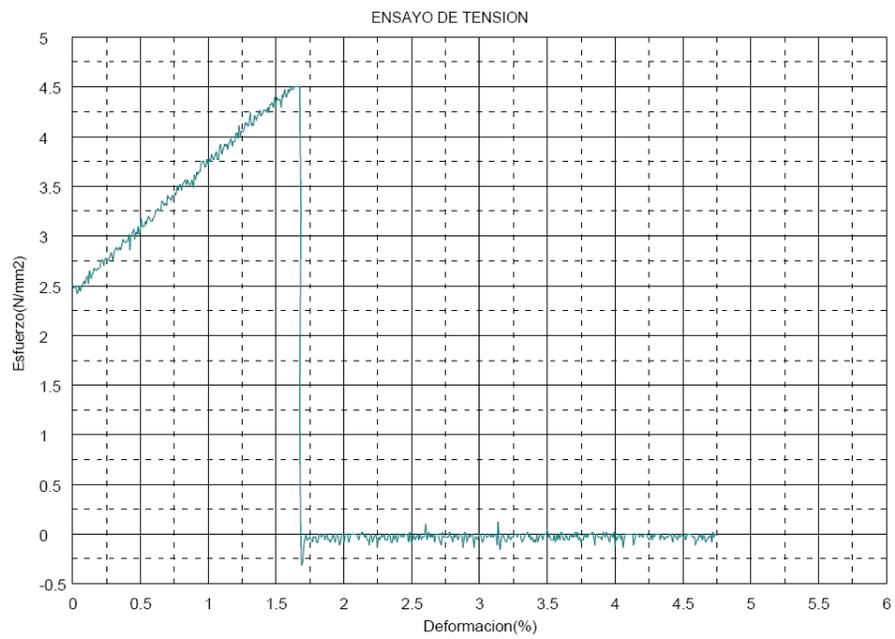


*Figura 40. Montaje en la maquina universal de la probeta #1*



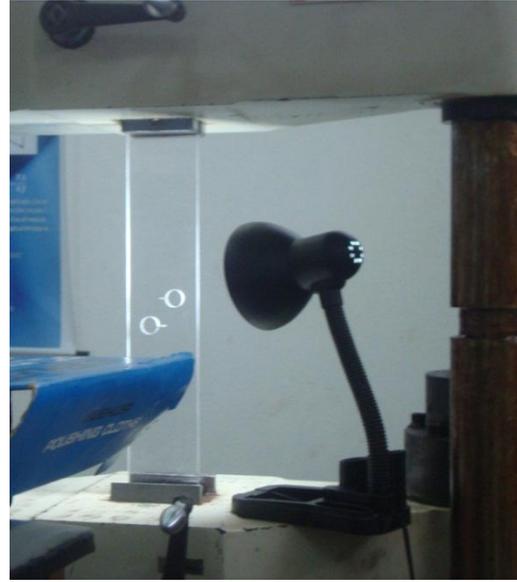
**Figura 41. Propagación de la grieta en el ensayo de tracción de la probeta #1**

Resultado del ensayo de tensión realizado a la probeta #1

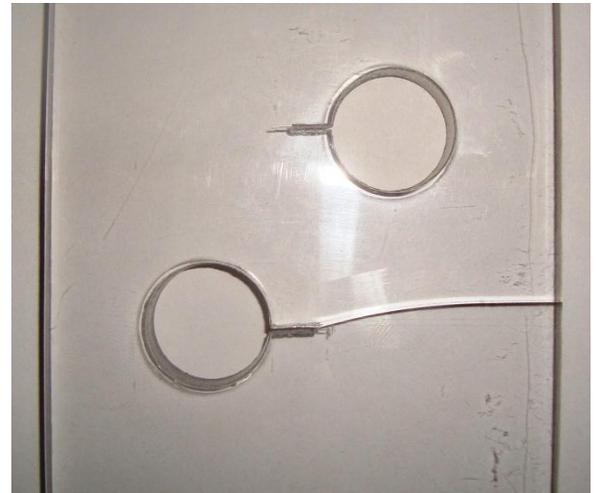
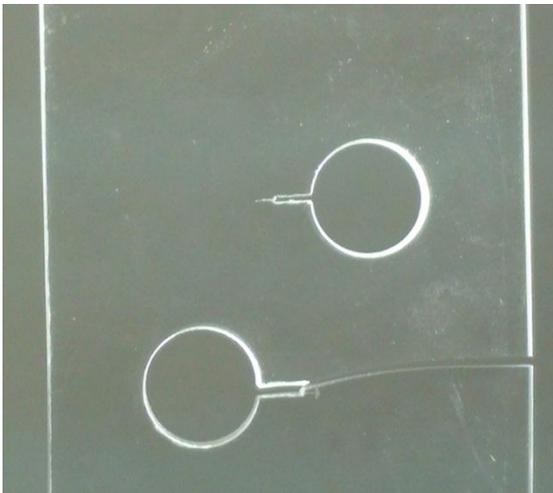


**Figura 42. Resultados de la prueba de tensión probeta #1**

### 6.6.2 Montaje de la Probeta #2.

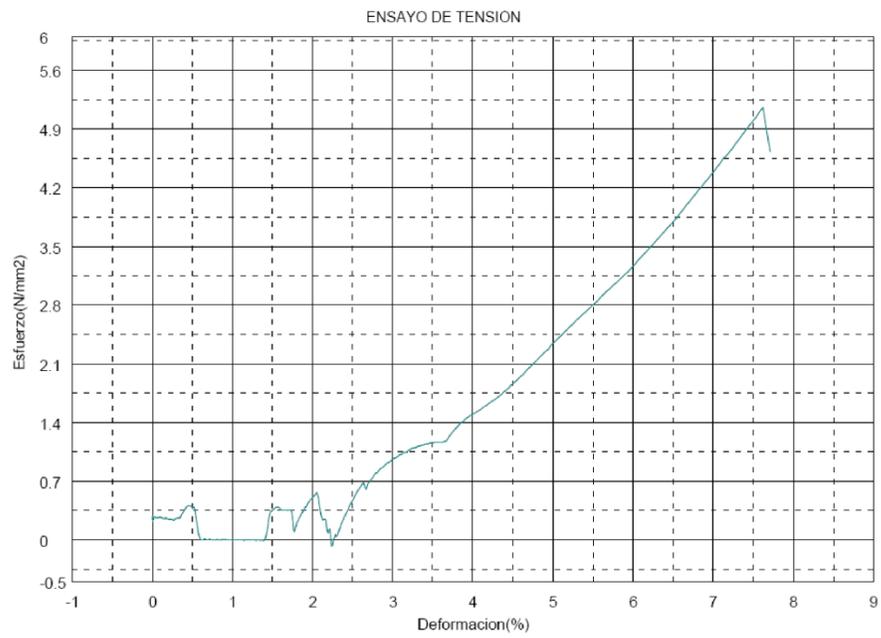


*Figura 43. Montaje en la maquina universal de la probeta #2*



*Figura 44. Propagación de la grieta en el ensayo de tracción de la probeta #2*

## Resultado del ensayo de tensión realizado a la probeta #2

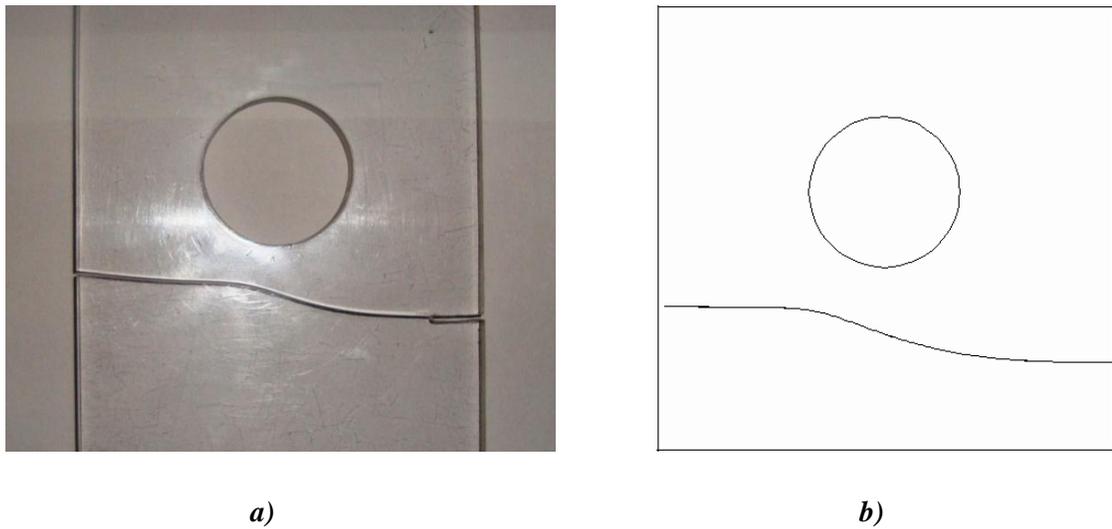


**Figura 45. Resultados de la prueba de tensión probeta #2**

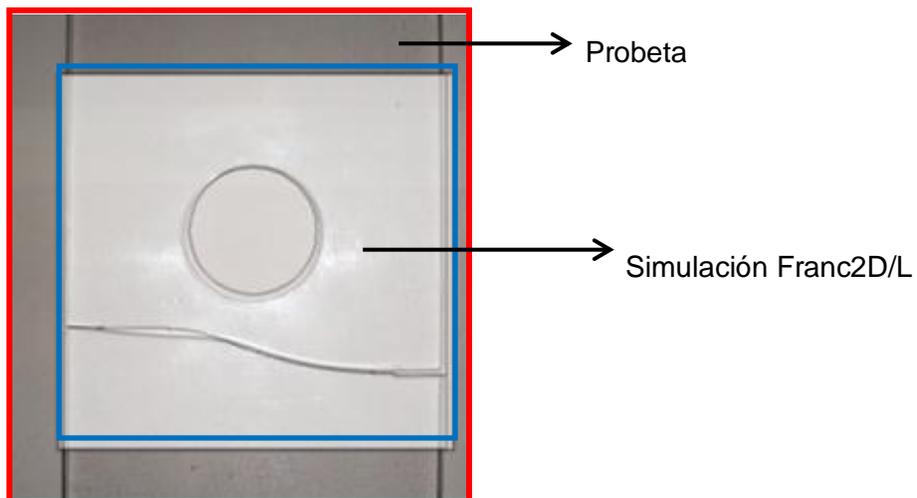
## 7. ANALISIS DE RESULTADOS

### 7.1 COMPARACION DE RESULTADOS DE LA PRUEBA DE ENSAYO VS FRANC2D/L

- Los resultados obtenidos en la prueba de ensayo y los adquiridos con Franc2D/L fueron los siguientes para la probeta #1:



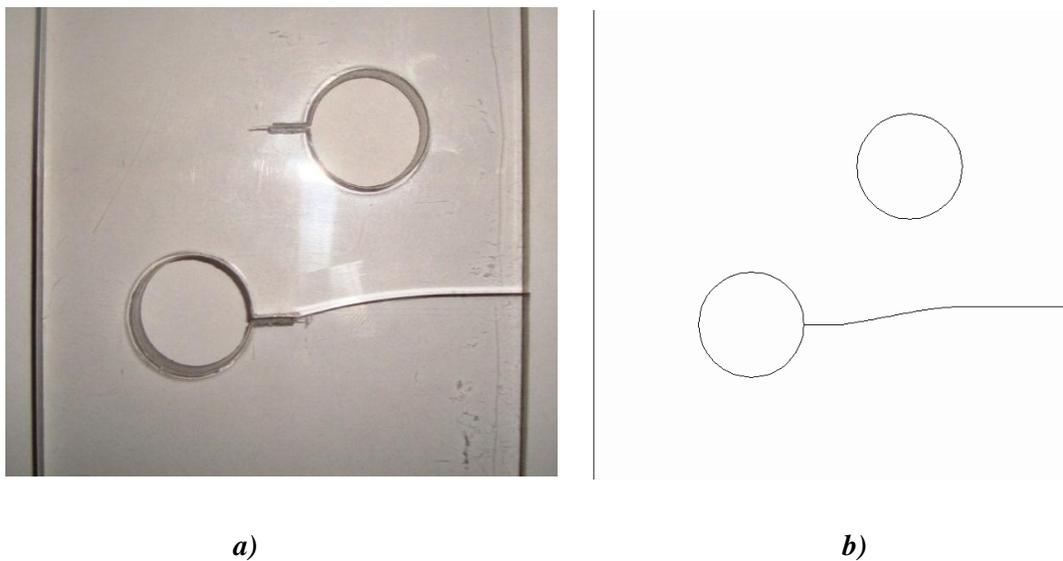
*Figura 46. Propagación de la grieta. a) ensayo experimental, b) grieta en Franc2D*



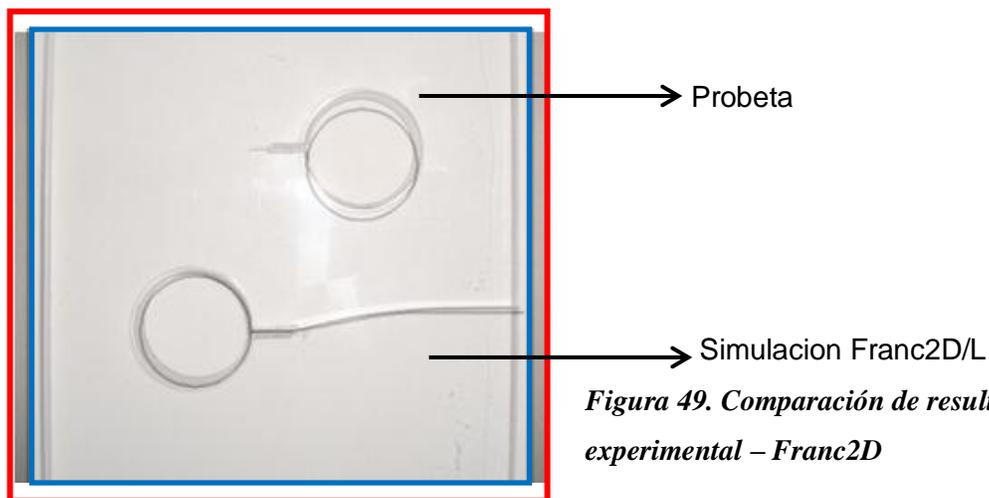
*Figura 47. Comparación de resultados ensayo experimental – Franc2D*

Los resultados obtenidos de la probeta #1 del ensayo y en Franc2D/L fueron muy parecidos, en la figura 47 podemos notar que la trayectoria de la propagación de la grieta hay solamente un pequeña desviación de la simulación con respecto al ensayo de tensión.

- Los resultados obtenidos en la prueba de ensayo y los adquiridos con Franc2D/L fueron los siguientes para la probeta #2:



**Figura 48. Propagación de la grieta. a) ensayo experimental, b) grieta en Franc2D**

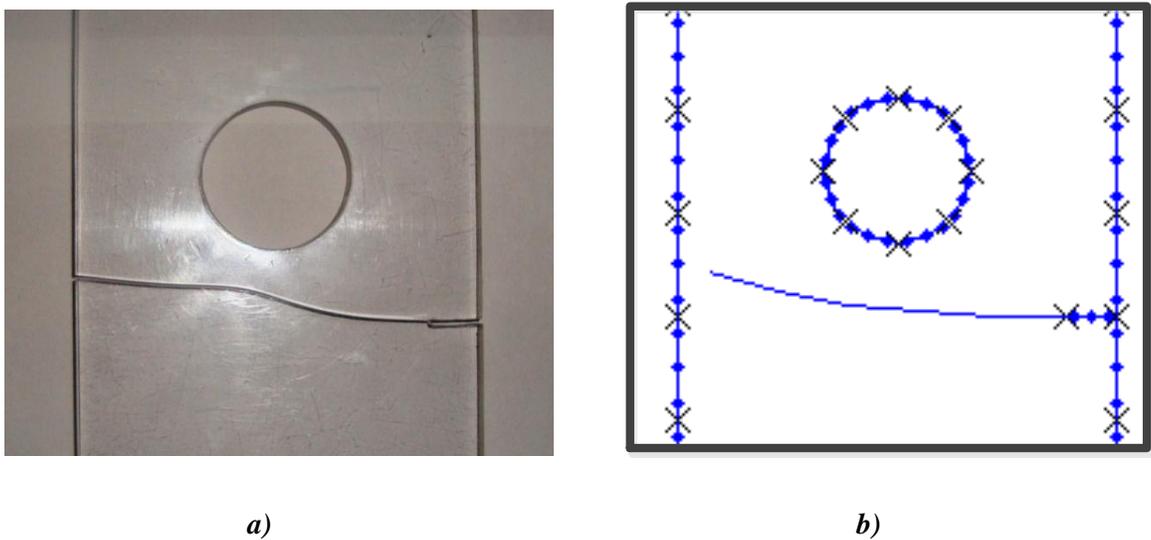


**Figura 49. Comparación de resultados ensayo experimental – Franc2D**

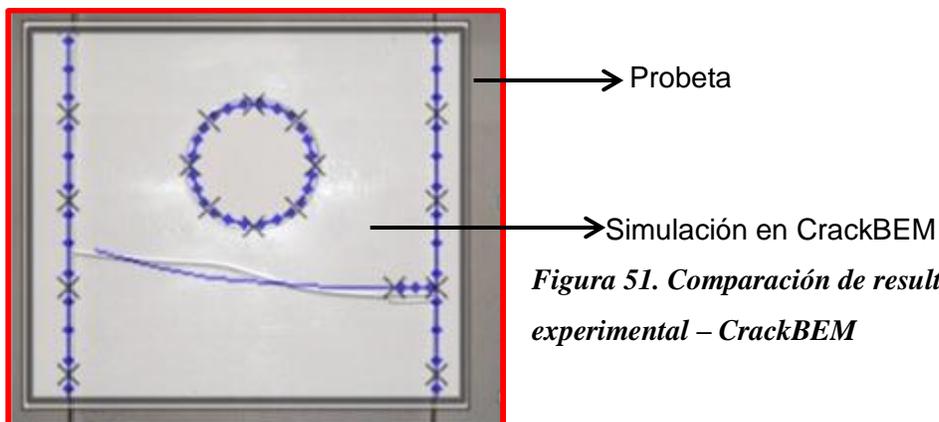
Los resultados obtenidos de la probeta #2 del ensayo y en Franc2D/L fueron muy parecidos o se puede decir que casi perfecto, en la figura 48 podemos notar que la trayectoria de la propagación de la grieta hay solamente una mínima desviación de la simulación con respecto al ensayo de tensión.

## 7.2 COMPARACION DE RESULTADOS DE LA PRUEBA DE ENSAYO VS CRACKBEM

- Los resultados obtenidos en la prueba de ensayo y los adquiridos con Franc2D/L fueron los siguientes para la probeta #1:



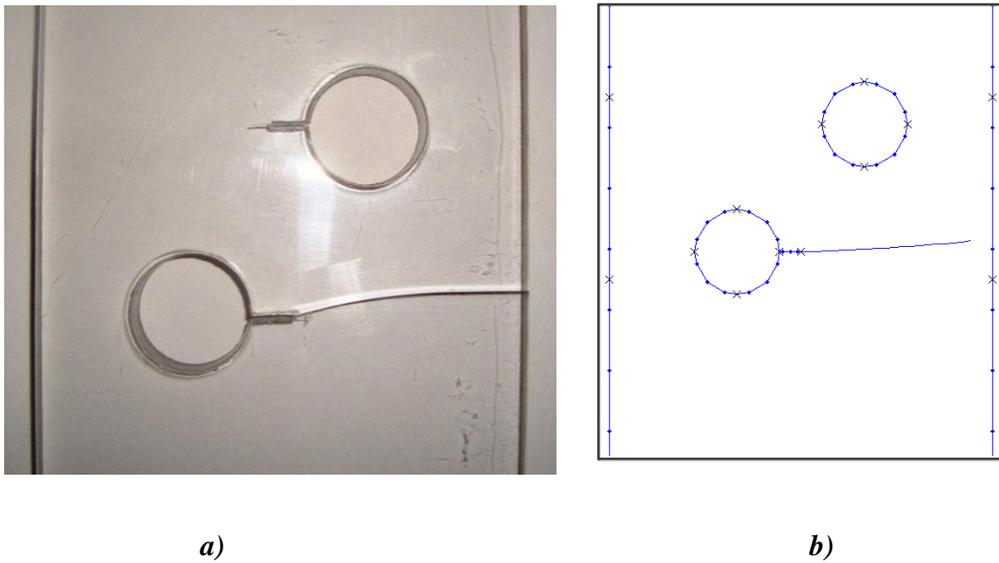
*Figura 50. Propagación de la grieta. a) ensayo experimental, b) grieta en CrackBEM*



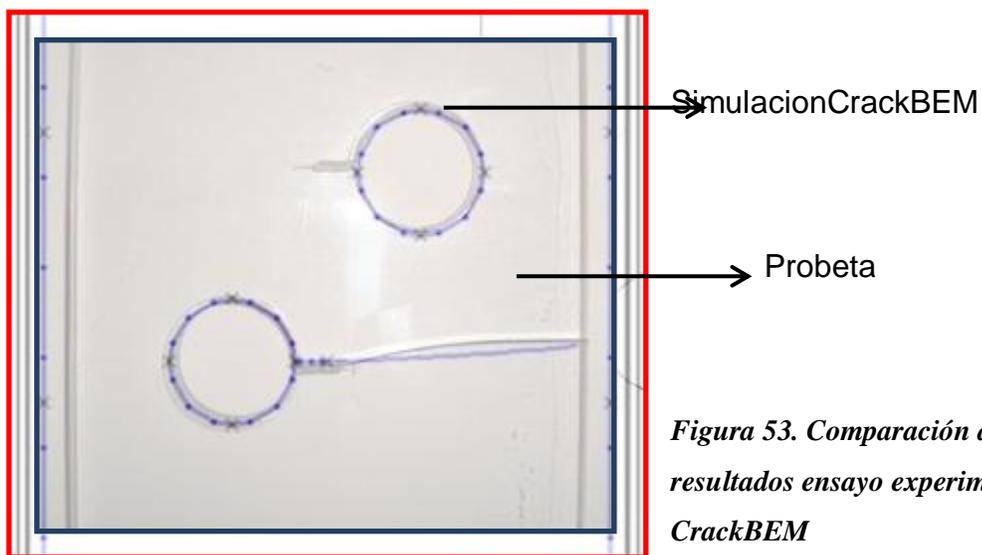
*Figura 51. Comparación de resultados ensayo experimental – CrackBEM*

Los resultados obtenidos de la probeta #1 del ensayo y en CrackBEM no fueron tan parecidos, en la Figura 51 podemos notar que la trayectoria de la propagación de la grieta hace unas pequeñas curvas en la placa de ensayo y por tanto en la simulación se genera una sola curva.

- Los resultados obtenidos en la prueba de ensayo y los adquiridos con CrackBEM fueron los siguientes para la probeta #2:



**Figura 52. Propagación de la grieta. a) ensayo experimental, b) grieta en CrackBEM**

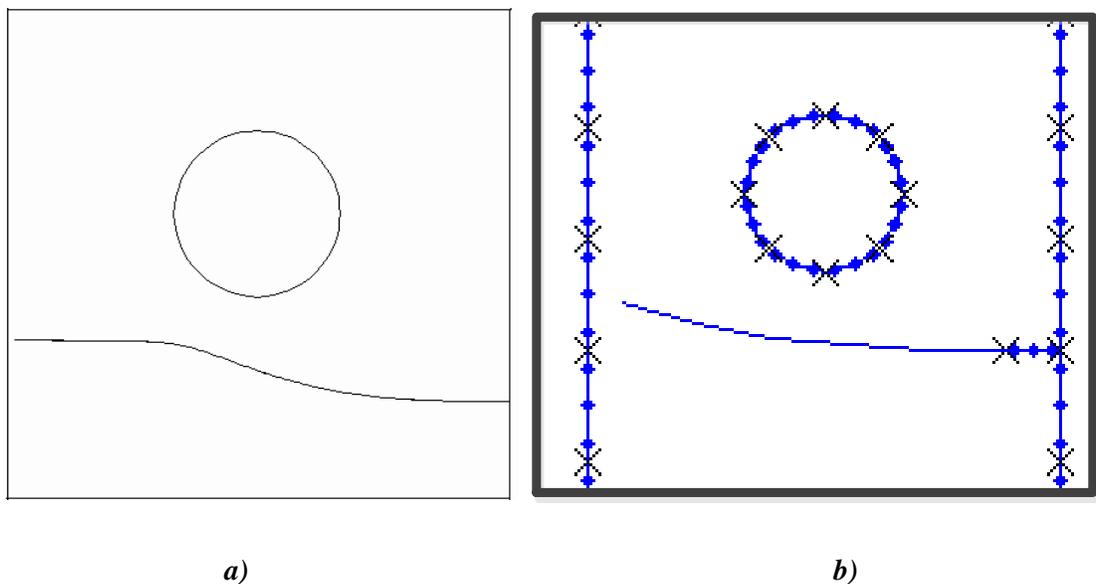


**Figura 53. Comparación de resultados ensayo experimental – CrackBEM**

Los resultados obtenidos de la probeta #2 del ensayo y en CrackBEM no fueron tan parecidos, en la figura 52 podemos notar que la trayectoria de la propagación no es similar con la que obtuvimos experimentalmente.

### 7.3 COMPARACION DE RESULTADOS DE CRACKBEM VS FRANC2D/L

- Los resultados obtenidos por CrackBEM y los adquiridos con Franc2D/L fueron los siguientes para la probeta #1:



*Figura 54. Propagación de la grieta. a) Franc2D, b) grieta en CrackBEM*

Los Factores de Intensificación de Esfuerzos (SIF) para CrackBEM y Franc2D/L, en varios puntos de la trayectoria de la grieta cada punto es conocido como punta de grieta.

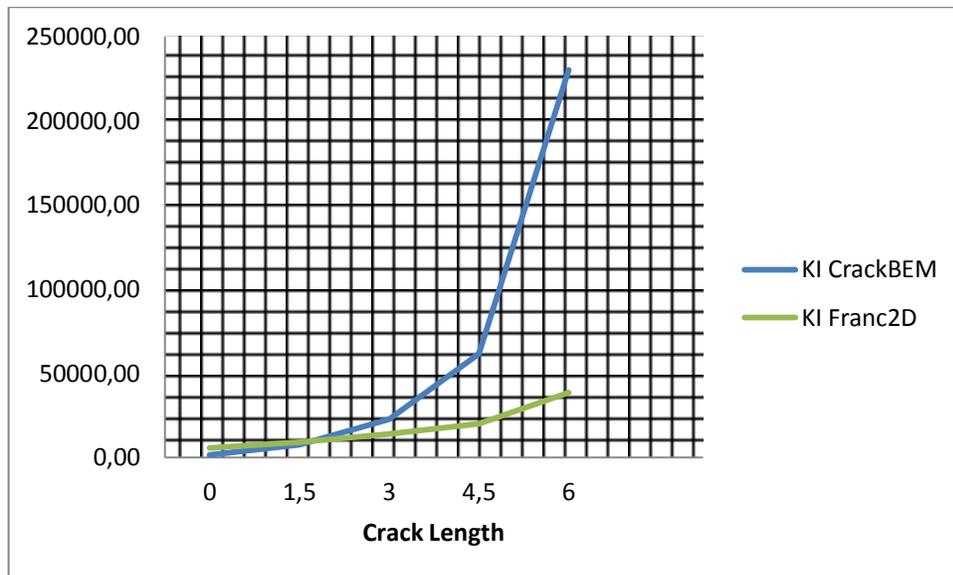
*Tabla10. Resultados obtenidos del Factor de Intensidad de Esfuerzo de la probeta #1.*

Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) CrackBEM			Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) Franc2D/L	
INC	KI	KII	KI	KII
1	1491.753	15.542	5786	-23,8
2	7416.938	285.925	9175	18,89

3	22535.984	1251.274	0,1380E5	402,7
4	61670.370	4587.817	0,1985E5	-332,7
5	230278.712	21775.847	0,3850E5	507,2

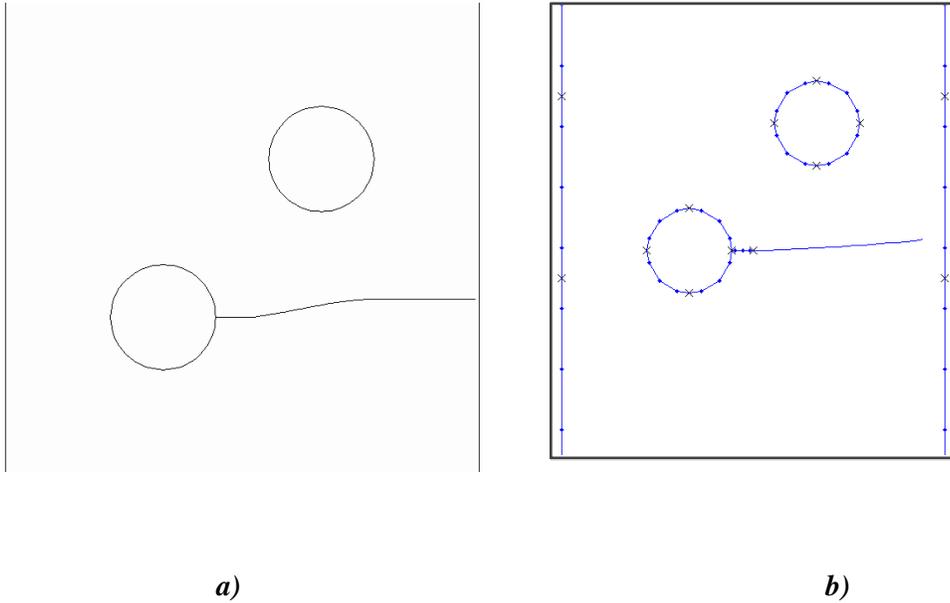
De acuerdo con la tabla # 10 la diferencia obtenida entre los Factores de Intensidad de Esfuerzo en ambos programas de simulación numérica, se debe a que la distribución de esfuerzos en la punta de la grieta en ambos programas no es igual, por lo tanto, la metodología usada para calcular  $K_I$  es diferente ya que la usada por CrackBEM es la del Método de Elemento de Contorno y la utilizada por Franc2D/L es la del Método de Elementos Finitos. Estos valores de  $K_I$  en CrackBEM no fueron tan aproximados a los de Franc2D/L, ya que los resultados de este programa fue el que más se aproximó a la propagación de la grieta en los ensayos experimentales.

Para una mayor comprensión de la sensibilidad del Factor de Intensidad de Esfuerzo, en la figura 54.se representan las curvas de los dos métodos utilizados en los programas.



**Figura 55. Grafica de los factores de Intensidad de Esfuerzo CrackBEM vs Franc2D**

- Los resultados obtenidos por CrackBEM y los adquiridos con Franc2D/L fueron los siguientes para la probeta #2:



**Figura 56. Propagación de la grieta. a) Franc2D, b) grieta en CrackBEM**

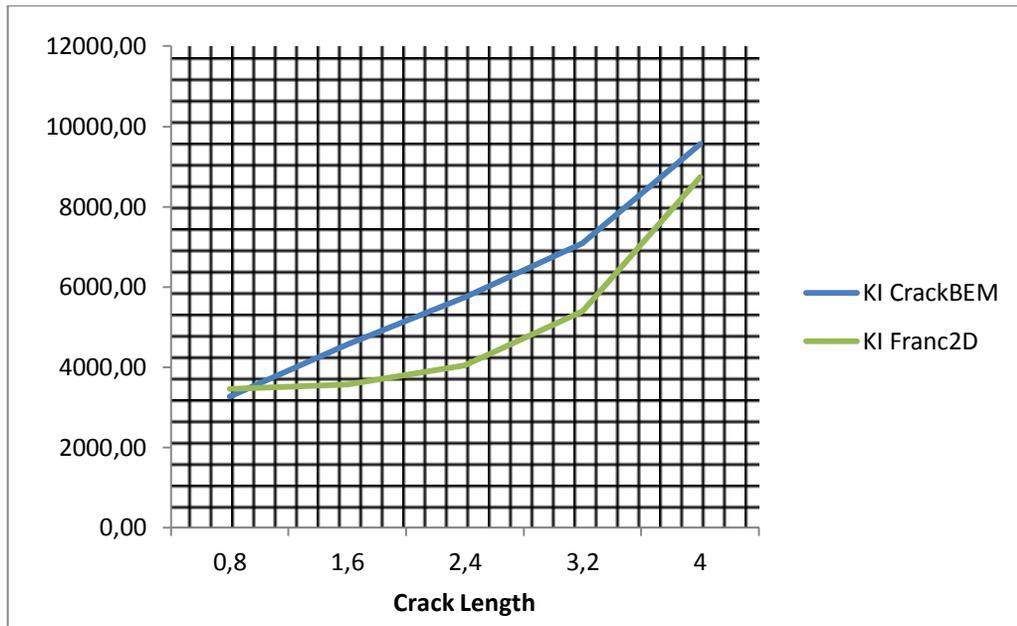
**Tabla 11. Resultados obtenidos del Factor de Intensidad de Esfuerzo de la probeta #2.**

Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) CrackBEM			Factor de Intensidad de Tensiones (SIF) Franc2D/L	
INC	KI	KII	KI	KII
1	3263.329	286.516	3458	-24,39
2	4561.870	396.988	3573	99,54
3	5737.984	723.285	4048	35,86
4	7085.265	1152.926	5388	21,91
5	9562.133	2644.056	8739	-30,32

De acuerdo con la tabla # 11 la diferencia obtenida entre los Factores de Intensidad de Esfuerzo en ambos programas de simulación numérica, se debe a que la distribución de esfuerzos en la punta de la grieta en ambos programas no es igual, por lo tanto, la metodología usada para calcular  $K_I$  es diferente ya que la empleada por CrackBEM es la

del Método de Elemento de Contorno y la utilizada por Franc2D/L es la del Método de Elementos Finitos. Los valores de KI en CrackBEM son muy aproximados a los de Franc2D, con relación a la de la probeta #1 no fueron tan aproximados.

Para una mayor comprensión de la sensibilidad del Factor de Intensidad de Esfuerzo, en la figura 56 se representan las curvas de los dos métodos utilizados en los programas.



**Figura 57. Grafica de los factores de Intensidad de Esfuerzo CrackBEM vs Franc2D**

## 8. CONCLUSIONES

- En este trabajo se ha presentado un estudio de los principios básicos que rigen la propagación de fractura en metales o en este caso en material de acrílico, haciendo uso de las leyes que mandan la Mecánica de fractura Elástica Lineal (LEFM).
- Las diferencias en las comparaciones entre los resultados de las simulaciones numéricas y experimentales, puede ser ocasionada porque en la simulación se considera el material de forma ideal, siendo que en la realidad no es cierto, puesto que los materiales pueden tener imperfecciones internas. Así las simulaciones numéricas son aceptadas.
- Los diversos tipos de análisis numéricos, son aplicados de una manera considerable para la solución de problemas complejos de la ingeniería.
- Las comparaciones realizadas con cálculos analíticos y numéricos del Factor de Intensidad de Esfuerzo, los resultados fueron bastantes exactos tanto como los analíticos y los arrojados por Franc2D y CrackBEM.
- Los resultados obtenidos en la propagación de la grieta en la parte experimental y el arrojado por el programa Franc2D/L, tienen mucha similitud o prácticamente es la misma trayectoria de propagación en la probeta, pero el resultado del programa CrackBEM no acertó mucho en recorrido de la grieta con respecto a la prueba de ensayo. El programa CrackBEM no está verificado para propagación de fractura, se busca verificar su aplicabilidad para esta condición pero dado los resultados se concluye que el programa CrackBEM no es un buen simulador de propagación de grietas, aplicabilidad que puede desarrollarse para trabajos futuros.

- Los valores del Factor de Intensidad de Esfuerzo (SIF) arrojados por los programas CrackBEM y Franc2D/L, vemos que la diferencia es grande, tomando como referencia el programa Franc2D ya que este fue el que más se aproximó a la trayectoria real de la grieta que nos arrojó el ensayo experimental.
- Finalmente se cumplió el objetivo en este trabajo, estimar los factores de intensidad de esfuerzos en placas de acrílico fracturadas haciendo uso de dos herramientas computacionales, donde estas se encargaron de predecir el comportamiento de los ensayos realizados.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

- [1]. Ávila, G.L. 2004, Estudio de la Retracción y el Agrietamiento de Arcillas. Aplicación a la Arcilla de Bogotá. Tesis doctoral, Barcelona – España, Universidad Politécnica de Cataluña.
- [2]. T.L Anderson., “Fracture mechanics fundamentals and applications”. CRC Press LLC, second edition, 1995.
- [3]. Rossmanith, H. P., “Fracture research in retrospect : an anniversary volume in honour of George R. Irwin's 90th birthday” / edited by H.P. Rossmanith. Rotterdam, Brookfield, VT: Balkema, 1997. p. 37-94.
- [4]. Erdogan, F.;Fisher, J. W.;Wei, R. P.;Roberts. R.;Yen, B. T., “Fracture research in retrospect : an anniversary volume in honour of George R. Irwin's 90th birthday” /edited by H.P. Rossmanith. Rotterdam, Brookfield, VT: Balkema, 1997. p. 217-226.
- [5]. Barsom, J. M.;Rolfe, S. T., “Fracture and fatigue control in structures: applications of fracture mechanics”. Prentice-Hall international series in civil engineering and engineering mechanics, West Conshohocken : ASTM. 1999. 516 p.
- [6]. Lima, A.K., “Formulação Dual em Mecânica da Fratura Utilizando Elementos de Contorno Curvos de Ordem Qualquer”. Tesis Maestral, Sao Carlos – Brasil, Universidad de Sao Paul, Escola de Engenharia de Sao Carlos. 2009.
- [7]. De Sousa e Brito, A.A. “A Mecânica da Fratura”, Revista Ingenium,edição n.º 51, Setembro de 2000.
- [8]. Cornell Fracture Group, “FRANC2D, FRANC3D and OSM”.
- [9]. Irwin, G. R., “Fracture dynamics. In: Fracturing of Metals”. ASM SymposiumTrans, ASM 40A, 1948. pp. 147–166.

- [10]. Irwin, G.R., "Analysis of stress and strain near the end of a crack traversing a plate". Journal of Applied Mechanics, vol. 24, 1957. pp 361-364.
- [11]. Williams, M.L., "Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular comers of plates in extension". J. Appl. Mech., 1952. pp 526-528.
- [12]. Flores Le Roux, R.M., Estudio de la Propagación de Fisuras en Materiales Dúctiles. Tesis de Grado, Madrid – España, Universidad Politécnica de Madrid. 2002
- [13]. San Millán, J.; Armendáriz, I.; García, J.; Salamanca, A.; De la Escalera, F. Simulación por Elementos Finitos del Comportamiento en Tolerancia al Daño de Estructuras Aeronáuticas, 8<sup>vo</sup> Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. 2007
- [14]. Moreno, M.B., Variabilidad en el Crecimiento de Grietas por Fatiga Cargas Aleatorias. Tesis Doctoral, Málaga – España, Universidad de Málaga. 2002.
- [15]. Sánchez, M.A., Comportamiento Mecánico y Fractura de mezclas de Poliestireno y Microesferas de vidrio". Tesis Doctoral, Barcelona – España, Universidad Politécnica de Cataluña. 2000.
- [16]. Inglis, C.E., "Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners". Trans. Inst. Naval Architects. Vol. 55, 1913. p. 219-231.
- [17]. Griffith, A. A. "The phenomena of rupture and flow in solids". Phil. Trans. Roy. Soc. Series A., Vol. 221, 1920. p. 163-198.
- [18]. Orowan, E., "Fundamentals of brittle behavior in metals, in fatigue and fracture of metals". Murray W. M. (ed), 1952. p. 139-167.
- [19]. Vicentini, D.A., "Formulação do Método Dos Elementos de Contorno para Análise de Fratura". Tesis Maestral, São Carlos – Brasil, Universidade de São Paulo. 2006.
- [20]. Hernández, H.; Espejo, E., Mecánica de Fractura y Análisis de Falla. Universidad Nacional de Colombia, Primera edición, 2002.
- [21]. González, J., "Mecánica de Fractura". Limusa-Wiley, segunda edicion, 2004.

- [22]. Aliabadi, M. H.; Rooke, D. P., "Numerical fracture mechanics". The Netherlands, Kluwer Academic Press. 1992.
- [23]. París, F.; Cañas, J. "Boundary element method fundamentals and applications". Oxford, Oxford University Press. 1997.
- [24]. Bažant, Z. P.; Planas, J. "Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials". CRC Press LLC. 1998.
- [25]. Forman R.G., "Effect of plastic deformation on the strain energy release rate in a centrally notched plate subjected to uniaxial tension" ASME 1965.
- [26]. Rice J.R., "J. Appl. Mech". 35, (1968), 379.
- [27]. Sumpter, J.D.; Turner C.E., "Int. J. Fracture", vol 9. 1973. pp 320,
- [28]. Hashemi, S.;Williams J.G., "Fracture characterization of tough polymers using the J method", Polym. Eng. Sci., 26. 1986. pp 760.
- [29]. Hashemi, S.; Williams J.G., "Single and multiple-specimen R-curve methods for JIC determination of toughened nylons", J. Mat. Sci., 26, 1991. pp 621-630.
- [30]. Sendín, A.; López, M.; Fernández, P.; Núñez, S. Comportamiento a Fatiga del Acero Estructural s355-j0. Anales de Mecánica de la Fractura 25, Vol. 1. 2008. Universidad de Oviedo.
- [31]. Jaramillo, H.E.;De Sánchez, N.A.; Canizales, J.P.; Toro, A.J. Introducción a la Mecánica de Fractura y Análisis de Falla. Universidad Autónoma de Occidente, Primera Edición, 2008.
- [32]. Schütz, W. A history of fatigue. Engineering Fracture Mechanics, vol. 54, nº 2, 1996. pp. 263-300.
- [33]. Paris, F. Erdogan. "A Critical Analysis of Crack Propagation. J. Basic- Eng." 1961.

[34]. Balankin, A.; Mecánica de Fractura Pasado, Presente y Futuro. 5 ° Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Ciudad de México. 2000.

[35]. Cornell Fracture Group, "Research Interests".

[36]. Brebbia, C. A.; Dominguez, J, "Boundary Elemental, an introductory course". Computational Mechanics Publ. Boston, Co-Published wit McGraw-Hill, New York. 1989.

[37]. Useche, J.F.; Modelado Numérico de la Propagación de Fractura por Fatiga Utilizando el Método de los Elementos de Contorno. Ciencia y Tecnología de Buques, Primera Edición, 2008.