

**DESARROLLO DE UN PROGRAMA PARA EL ANÁLISIS DEL
COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE VELAS EN VELEROS DE COMPETENCIA
(SNIPE)**

**Juan Pablo Correal Vargas
Estudiante Ingeniería Mecánica**

**Universidad Tecnológica de Bolívar
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Mecánica
Cartagena De Indias
Febrero de 2016**

**DESARROLLO DE UN PROGRAMA PARA EL ANÁLISIS DEL
COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE VELAS EN VELEROS DE COMPETENCIA
(SNIPE)**

**Juan Pablo Correal Vargas
Estudiante Ingeniería Mecánica**

Documento de tesis para optar al título de Ingeniero Mecánico

Director:

Jairo F. Useche, M.Sc., Ph.D. M.E.

**Universidad Tecnológica de Bolívar
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Mecánica
Cartagena De Indias
Febrero de 2016**

“Para aquellos que pelean por ella, la vida tiene un sabor que los temerosos nunca conocerán” –Mundo Surreal

¿No te lo he ordenado yo? ¡Sé fuerte y valiente! No temas ni te acobardes, porque el Señor tu Dios estará contigo dondequiera que vayas.- Josué 1:9

“Rise again and again till lambs become lions”

AGRADECIMIENTOS

Quiero Agradecer a Dios por su enorme amor y por la vida que me ha dado. A mis padres por siempre creer en mí. A mi hermano que siempre ha estado conmigo y me acepta tal como soy, Luigi eres una bendición en mi vida. A toda mi familia en especial a mis padres por todas sus enseñanzas. A mis amigos y profesores que han contribuido directa o indirectamente a cumplir todos mis sueños. Al profesor Edgardo Arrieta que me enseñó a mirar las cosas en una perspectiva diferente la vida. Gracias a ti Meli por hacer de mi vida toda una aventura, Te amo.

Los quiero a todos.

DEDICATORIA

Quiero dedicarle este trabajo en primera instancia a Dios que siga guiándome según Su voluntad, a mi familia que nunca desiste y se emplea en que sea la mejor versión de mí mismo, a mi Meli porque a pesar de tu juventud ves el mundo de manera diferente mis amigos de corazón con quien comparto gran parte de mi vida y conocen mis locuras y mi amor por la vida. Finalmente le dedico mi trabajo al que conozca del mundo de la navegación a vela porque saben lo fabuloso y enriquecedor que es esta práctica para la vida. Si no la conoces Quiero mostrarte una pequeña parte de lo que es este mundo.

CONTENIDO

| | |
|--|----|
| LISTA DE TABLAS | 8 |
| LISTA DE FIGURAS | 9 |
| LISTA DE ANEXOS | 11 |
| GLOSARIO | 12 |
| INTRODUCCIÓN | 15 |
| 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA | 20 |
| 1.1 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN | 21 |
| 2. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN | 22 |
| 3. OBJETIVOS | 23 |
| 3.1 OBJETIVO GENERAL | 23 |
| 3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS..... | 23 |
| 4. MARCO TEÓRICO..... | 24 |
| 4.1 UN POCO DE HISTORIA | 24 |
| 4.2 LA MAGIA DE LA NAVEGACIÓN A VELA | 25 |
| 4.3 MECÁNICA DE FLUIDOS | 31 |
| 4.4 EL MOVIMIENTO DEL VELERO | 35 |
| 4.5 REACCIONES MECÁNICAS DEL VELAMEN..... | 37 |
| 4.6 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF O FEM)..... | 39 |
| 4.7 INVESTIGACIÓN APLICADA | 40 |
| 5. DESARROLLO DEL MODELO COMPUTACIONAL | 44 |
| 5.1 DISEÑO DEL ALGORITMO..... | 48 |
| 6. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LA VELA | 56 |
| 7. CONCLUSIONES..... | 73 |
| 8. BIBLIOGRAFÍA | 74 |
| 9. ANEXOS | 76 |

LISTA DE TABLAS

| | |
|---|----|
| Tabla 1: Comparación entre las propiedades de los tejidos de velas y algunos materiales estructurales | 31 |
| Tabla 2: Comparación de los desplazamientos para una malla de 16 elementos . | 65 |
| Tabla 3: Comparación de desplazamientos para una malla de 36 elementos..... | 66 |
| Tabla 4: Comparación de desplazamientos para una malla de 64 elementos. | 68 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1: Catamarán Emirates Team New Zealand Copa América 2013 | 16 |
| Figura 2: Buque navegando con una cometa Sky Sails | 16 |
| Figura 3: Velero Snipe | 17 |
| Figura 4: Velero Snipe navegando de ceñida..... | 18 |
| Figura 5: Vela Cuadrada o Redonda | 24 |
| Figura 6: Vela Latina..... | 24 |
| Figura 7: Vela de cuchillo..... | 24 |
| Figura 8: Comportamiento del fluido en una vela | 26 |
| Figura 9: Distribución de presiones en una lámina delgada | 27 |
| Figura 10: Fuerzas que interactúan en el movimiento del velero..... | 28 |
| Figura 11: Momento de volcadura en un velero..... | 28 |
| Figura 12: Momento de volcadura de un velero superior al peso de la tripulación (momento de adrizamiento)..... | 29 |
| Figura 13: Velero clase Finn con velas fabricadas de Kevlar | 30 |
| Figura 14: Velero clase Snipe con velas de Mylar | 30 |
| Figura 15: Análisis de distribución de presiones en un velero..... | 32 |
| Figura 16: Variación de la velocidad en un perfil aerodinámico | 33 |
| Figura 17: Variación de la velocidad producto de las imperfecciones del fluido ... | 34 |
| Figura 18: Velero clase Moth con hidroala..... | 36 |
| Figura 19: Elementos finitos aplicada a las velas de un velero..... | 40 |
| Figura 20: Vela tejida (izquierda) y laminada (derecha) | 41 |
| Figura 21: vela mayor fabricada por paneles (izquierda) y Laminación en tres dimensiones (3DL) | 41 |
| Figura 22: Pruebas de tracción | 42 |
| Figura 23: Prueba de deformación | 42 |
| Figura 24: Desplazamientos nodales (izquierda) y diagrama de tensión (derecha) | 43 |
| Figura 25: Diseño de forma del Spinnaker..... | 43 |
| Figura 26: Desplazamientos nodales horizontales en una vela tipo Spinnaker..... | 44 |
| Figura 27: Elemento finito triangular lineal | 45 |
| Figura 28: Flujograma Algoritmo Scilab | 48 |
| Figura 29: Ejemplo de una matriz de coordenadas de 28 nodos (grafica) | 49 |
| Figura 30: Ejemplo Matriz de coordenadas de 28 nodos | 50 |
| Figura 31: Matriz de conectividad..... | 51 |

| | |
|--|----|
| Figura 32: Malla de 36 elementos finitos de un modelo de Vela mayor de Snipe | 52 |
| Figura 33: Flujograma algoritmo MATLAB | 54 |
| Figura 34: Malla de la vela en GID | 54 |
| Figura 35: condiciones de borde (los desplazamientos de los nodos en rojo son iguales a 0) | 55 |
| Figura 36: Análisis de convergencia SCILAB | 56 |
| Figura 37: Análisis de Convergencia MATLAB | 57 |
| Figura 38: ángulo de apertura (twist). La vela a) presenta un mayor apertura (twist) que la vela b) | 59 |
| Figura 39: Resultados Pos-procesamiento en scilab, mallas con: a) 16, b) 32 y c) 64 elementos triangulares | 60 |
| Figura 40: Resultados programa MATLAB malla con 851 y 1534 elementos | 62 |
| Figura 41: Caja de deformación | 63 |
| Figura 42: Válvula | 63 |
| Figura 43: vela de mylar para el experimento | 64 |
| Figura 44: Curvas de desplazamiento malla de 16 elementos | 66 |
| Figura 45: Curvas de desplazamiento malla de 36 elementos | 67 |
| Figura 46: Curvas de desplazamiento malla de 64 elementos | 69 |
| Figura 47: Análisis de Tensión, mayores esfuerzos concentrados en el grátil cerca al puño de driza de la vela. | 70 |
| Figura 48: Análisis de desplazamiento sin precarga | 71 |
| Figura 49: Análisis de tensión sin precarga | 72 |

LISTA DE ANEXOS

| | |
|--|----|
| 9.1 CODIGO SCILAB | 76 |
| 9.2 CODIGO MATLAB..... | 80 |
| 9.3 DEFINICIÓN DE NODOS, ELEMENTOS Y VECTOR DE DESPLAZAMIENTOS MATLAB | 84 |
| 9.4 GRADOS DE LIBERTAD DE UN VELERO..... | 85 |

GLOSARIO

ARBOLADURA: Conjuntos de palos y vergas que sostienen las velas de una embarcación.

AMURA: Ancho de una embarcación en la octava parte de su eslora, vista de popa a proa.

BALUMA (LEECH): Borde por el que se escapa el viento en las velas (borde de fuga). Distancia del puño de driza al puño de escota.

BARLOVENTO (WINDWARD): Lugar de donde viene el viento.

BOTAVARA: Palo horizontal que unido al mástil soporta y le da forma a la vela.

CAZAR: Cerrar la vela al viento.

ESCOTA: Cabo sujeto al puño de escota que controla el cazado de la vela.

ESLORA: Largo total de un barco.

DERIVA: Desviación de la derrota de una embarcación.

DERIVAR: Dirigir la embarcación a sotavento del viento. Aumentar el ángulo del viento y la embarcación.

DERROTA: Trayectoria que sigue una embarcación.

GRÁTIL (LUFF): Distancia del puño de driza al puño de amura.

MANGA: Ancho total de un barco.

MÁSTIL: Palo vertical que soporta la vela.

MESANA: Vela más situada a popa en una embarcación con varios mástiles

NAVEGAR EN CEÑIDA: Navegar en el menor ángulo posible con respecto al viento.

NAVEGAR DE TRAVES: Rumbo de navegación donde el viento entra perpendicularmente al velero.

NAVEGAR EN POPA: Rumbo en el que el viento entra por la popa de la embarcación.

OLLAO: Ojal redondo y reforzado que se hace en las velas, toldos o carpas, en lugares determinados para darle paso a los cabos que sirven para sujetarlas. También se da ese nombre a los anillos con que se refuerza ese agujero para impedir que se rompa la lona

ORZAR: Dirigir la embarcación a barlovento del viento. Disminuir el ángulo del viento y la embarcación.

PATA DE GALLO: Ramales de cabo o cable donde se afirma un aparejo.

PUJAMEN (OUTHHAUL): Borde inferior de las velas. Distancia del puño de amura al puño de escota.

PUÑO: Ángulos o vértices de una vela.

PUÑO DE AMURA: Vértice donde se unen el grátil y el pujamen

PUÑO DE DRIZA: Vértice donde se unen la baluma y el grátil

PUÑO DE ESCOTA: Vértice donde se unen el pujamen y la baluma

QUILLA: Parte de un barco que atraviesa de popa a proa una embarcación en su obra viva, en el caso de los veleros contrarresta la deriva.

RELINGA: Cabo o cable cosido en el grátil o pujamen de una vela.

SOTAVENTO (LEEWARD): Lugar hacia donde sopla el viento.

TRASLUCHE: También llamada virada por avante. Cambio de rumbo en el que las velas cambian de una banda a la otra, en este caso el trasluche ocurre cuando el viento entra por popa.

VIRAJE: Cambiar de dirección el viento de modo que pase de una amura a la otra.

INTRODUCCIÓN

“A lo largo de la historia de la humanidad, las diversas culturas han utilizado distintos tipos de embarcaciones para transportarse a través de las aguas. La historia de la navegación es una de las aventuras más importantes y apasionantes que el hombre haya emprendido desde los tiempos más remotos. Por medio de la navegación, primero las balsas, luego a remo, después a vela, el hombre se hizo a la mar en busca de nuevos mundos, descubrir nuevas civilizaciones, rutas comerciales, etc.” (Deportes Extremos, 2007)

“La navegación surgió, entre otros motivos, para aprovechar los recursos alimenticios que ofrece la pesca, también con el fin de realizar intercambios.” (Deportes Extremos, 2007)

“Antiguamente sólo podía aprovecharse la fuerza del viento sobre las velas si soplaba viento de popa. El desarrollo de las velas cuadradas, junto con la aparición de aparejos más sofisticados, hizo posible que se orientasen las velas, de manera que se pudiese navegar con viento que soplasen con cierto ángulo respecto al rumbo, aunque la forma de los cascos hacía que los barcos tuviesen tendencia a abatir, en vez de moverse hacia delante.” (FONDEAR, Fondear S.L, 2007)

“Hasta el final del siglo XIX, los barcos tenían que esperar a que soplase el viento en la dirección adecuada para poder hacerse a la mar, y además era casi imposible mantener el rumbo si el viento no era favorable. En aquella época, la mayoría de cascos estaban contruidos para llevar la mayor cantidad posible de carga, y su forma no estaba pensada para evitar la deriva cuando el viento soplaba por los costados del barco.” (FONDEAR, Fondear S.L, 2007).

Figura 1: Catamarán Emirates Team New Zealand Copa América 2013



Fuente: (Navegar.com, 2013)

Figura 2: Buque navegando con una cometa Sky Sails



Fuente: (SkySails)

Con el paso del tiempo las embarcaciones han sufrido grandes cambios, a medida que el hombre ha buscado aventurarse más en las aguas ha utilizado sus avances científicos para mejorar cada aspecto de los barcos y su forma de navegarlos. Hoy en día, bajo condiciones extremas, se prueban los últimos avances tecnológicos en el campo de la navegación. Llevando al límite el diseño de los cascos, velas e ingeniería de los materiales

“En la actualidad en algunos lugares del planeta aún se utiliza la navegación a vela como medio de transporte comercial, aunque principalmente ha pasado a formar parte de nuestras actividades deportivas y recreativas. Mucha gente considera, además, que la navegación a vela genera apertura mental, temple y formas de razonamientos singulares y que por ello inculcan a sus jóvenes esa tradición marinera.” (Deportes Extremos, 2007).

Snipe “*Serious Sailing, Serious Fun.*”

El Snipe es una embarcación a vela diseñada por el ingeniero naval William Crosby en 1931, con el propósito de que fuera un barco fácil de transportar. El diseñador publicó los planos de la embarcación, y en un año ya se habían fabricado 150 unidades, convirtiéndose rápidamente en un barco muy popular.

“La SCIRA ha registrado más de 30,800 Snipe en 30 países alrededor del mundo, hacienda de esta una de las clases más grande y antigua . En 2006 La clase Snipe en estados unidos celebró su 75 aniversario, y la asociación internacional de la clase Snipe, formada en 1932 alcanzó su 75 aniversario en 2007.” (United States Snipe Sailing, 2007)

Lo que lo hace tan especial es la capacidad de regular cada aspecto de la embarcación de acuerdo con las características de la tripulación, que agudiza cada sentido del navegante con los fenómenos que ocurren en el barco, producto de la interacción fluido-estructura.

Figura 3: Velero Snipe



Figura 4: Velero Snipe navegando de ceñida



La Tecnología en la vela

“El velero es un maravilloso instrumento de viento –y de cuerda, si se me permite decirlo-. Pero no es tan fácil hacer que suene afinado: este cuerpo debe componer, hallar la armonía con dos intérpretes caprichosos y fluidos: el aire y el agua” (Chéret, 2010, pág. 14)

La llegada del ordenador permitió realizar cálculos complejos como herramienta en problemas de ingeniería, por ejemplo torsión y flexión en vigas con formas complejas, problemas de flujo de calor en construcciones, entre otros.

La simulación se ha convertido en un complemento a la experimentación, al servir como punto de partida, gracias a la precisión adquirida a través del tiempo. El uso de métodos numéricos para resolver estos problemas se volvió más comercial a finales de los 80, con la llegada de computadores de mayor capacidad, que permitían construir el objeto y graficar el comportamiento su comportamiento. Esto permitió un gran avance en el campo de la náutica, al poder realizar pruebas a muy bajo costo y poder implementar los modelos matemáticos para el análisis de cada detalle de las embarcaciones.

“Predicting the potential speed of a yacht is an important tool for the designer and for the sailor. Whether being used to design the best sails for

the yacht or to trim the sails to their optimum the more accurate these predictions are the better the yacht will perform.” (Dale, 2011)

El proyecto quiere diseñar un código que aplique el método de los elementos finitos, para medir el comportamiento de una vela mayor de snipe sometida a una presión de viento. En el modelo propuesto se aisló la vela del resto de la embarcación, para que no intervengan otros fenómenos.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

“El velero es un maravilloso instrumento; si sabemos afinarlo, sonará bien. Como un gran órgano, genera diversos sonidos que se funden. Constituye en sí mismo una orquesta, sin solistas. Para interpretar con más eficacia nos interesamos por la mecánica de fluidos, por sus misteriosas presiones, nuestro solfeo.” (Chéret, 2010, pág. 14)

Como se le dice a los neófitos, “no es cuestión de ir y venir, no hay fórmulas ni teorías absolutas. Todo lo contrario, la navegación es experimentación constante”. El navegante debe saber interpretar con naturalidad su embarcación y el entorno que lo rodea, adaptándose a los cambios de la mejor manera.

“It is possible to use empirical formulas to predict the performance of a certain sized sail but generally, if a higher accuracy is required, testing is done either numerically or at model-scale. These methods have their limitations; computational power limits the accuracy of numerical testing while scaling of all parameters is basically impossible in a wind tunnel.” (Dale, 2011)

Han sido miles de años de práctica e investigación lo que han permitido que este deporte sea de alta tecnología. Aunque no existe un modelo único a seguir que interprete a la perfección los fenómenos que surgen de la interacción fluido-velero.

“Cada velero tiene su personalidad y requiere un acercamiento distinto. Cada clase determina un modo de navegación que le es propia y necesita unas cualidades físicas, sensitivas e intelectuales más o menos orientadas en un sentido u otro.” (Chéret, 2010, pág. 574). El Snipe se caracteriza por ser un bote que posee muchos aparejos que permiten modificar su rendimiento, generando infinidad de regulaciones que hacen complicado el navegar este barco.

1.1 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- ¿Cuál es el principio aerodinámico e hidrodinámico por el cual un velero navega?
- ¿Cuáles son los modelos computacionales que se usan para analizar el comportamiento de los veleros?
- ¿Qué factores están implicados en la interacción viento-vela?

2. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

En Estados Unidos se realizan estudios en las universidades utilizando mecánica computacional. La mayoría de estas investigaciones se centran en el análisis de los fenómenos ocurridos al navegar; muchos de estos imperceptibles al ojo humano pero que pueden afectar drásticamente el rendimiento del velero, esto sumado a los siglos de navegación han permitido que este país se establezca como una potencia de la vela a nivel mundial.

Existen países sudamericanos como Brasil y Argentina, que a pesar de no tener un nivel tan avanzado de investigación como Estados Unidos o Nueva Zelanda son consideradas grandes potencias para esta disciplina, incluso son hogares de grandes astilleros donde se fabrican y prueban veleros de alta competencia.

La navegación a vela es considerada en todo el mundo como un deporte elitista; en Colombia esta disciplina es practicada pero requiere de una gran inversión. Aunque el país ha tenido buenos resultados a nivel internacional, son pocas las personas que conocen de este deporte. Se requiere tener mayor conocimiento del mismo para realizar una mayor socialización de esta actividad deportiva. Por tanto mi propósito al realizar este trabajo de grado es que sirva como primer peldaño para futuras investigaciones relacionadas con este deporte, y así atraer a más personas a esta enriquecedora actividad, lo que nos llevara a obtener mejores resultados.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un modelo computacional utilizando el método de los elementos finitos para analizar el comportamiento mecánico (desplazamientos, esfuerzos, deformaciones) de la vela mayor de un velero clase Snipe como una membrana.

3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Aplicar el método de los elementos finitos para resolver la ecuación diferencial que rige el comportamiento de las membranas.
- Diseñar e Implementar un código que utilice el método de los elementos finitos para medir los desplazamientos transversales, esfuerzos y deformaciones de la vela.
- Determinar la distribución de presiones en una vela bajo condiciones determinadas de velocidad y dirección del viento

4. MARCO TEÓRICO

4.1 UN POCO DE HISTORIA

Figura 5: Vela Cuadrada o Redonda



Figura 6: Vela Latina



Figura 7: Vela de cuchillo



Fuente: (FUNDACION HISTARMAR "Historia y Arqueología Marítima")

El origen de la vela es muy difícil de precisar, las antiguas civilizaciones como los egipcios, fenicios, chinos, árabes entre otros, utilizaban barcos propulsados por velas para la pesca y el comercio. Al principio solo se podía navegar de popa usando una vela redonda que siempre navega con la misma cara al viento. Reduciendo el # de viajes por año, al tener que esperar a que el viento cambiase.

Con la llegada de la vela latina se podía navegar al través, lo que llevó a modificar los barcos con una especie de quilla disminuyendo así la deriva, aunque todavía persistía el inconveniente de maniobrabilidad para navegar por el río debido a la cantidad de virajes, dificultando el avance en el mediterráneo, actualmente esta vela se usa de apoyo en los barcos grandes como una mesana.

Con el paso de los años la relinga de proa se colocó como borde de barlovento y la caída (baluma) como borde de sotavento generando una curvatura más eficiente que las demás, permitiendo navegar aún más orzado.

4.2 LA MAGIA DE LA NAVEGACIÓN A VELA

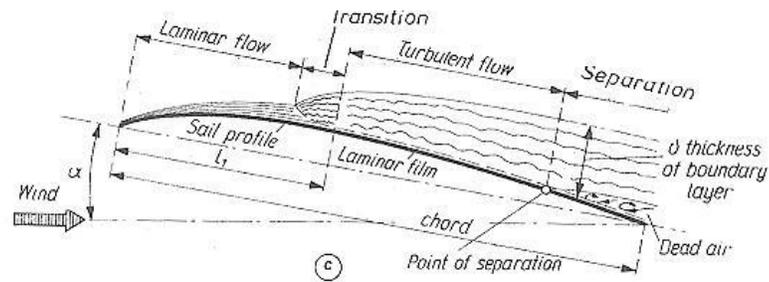
El fluido y la vela

“Nuestras moléculas fluidas poseen cierto peso, una energía potencial, cierta inercia de masa.” (Chéret, 2010, pág. 24). El efecto Venturi consiste en un cambio de propiedades físicas (presión y velocidad) del fluido cuando hay una variación del medio que lo rodea, es decir, si en el tramo de tubería se disminuye el área, la velocidad aumenta mientras que la presión disminuye; por el contrario, si se ensancha, la presión aumenta y la velocidad disminuye.

“Para “soportar el peso del avión, nos hace falta que se ejerza una fuerza significativa hacia arriba. Esta fuerza considerable, llamada sustentación, la produce la diferencia de velocidades, y por tanto de presiones, entre la parte superior y la inferior del ala” (Chéret, 2010, pág. 41)

La variación de presión y velocidad son parte de un fenómeno que permite a un pedazo de tela desplazar varias toneladas a gran velocidad. Cuando el viento choca con la vela, las moléculas de aire se separan dirigiéndose a ambos lados de la vela. En la cara de barlovento, la presión aumenta debido a la fuerza ejercida por el viento, mientras que por la cara de sotavento, las partículas de aire que tratan de seguir la curva exterior de la vela se van separando de esta a causa de su inercia. En el borde de fuga de la vela se produce un vacío que succiona el viento de la cara de barlovento generando un remolino.

Figura 8: Comportamiento del fluido en una vela



La energía del viento que es extraída por la vela, transforma la fuerza perpendicular a esta en avance y en deriva. Para disminuir la fuerza de deriva se utiliza la orza, que genera una reacción contraria producida por la resistencia con el agua. A este par de fuerzas se le conoce como momento de volcadura (escora), en el caso de una embarcación de menor tamaño como el Snipe la tripulación es la encargada de transformar esa escora en avance.

Distribución de presiones en una vela

Son muchos los factores que se presentan en la interacción del viento con la vela, las resistencias producidas, la orientación de esta con respecto al viento, la intensidad de este entre otros. Para este caso en particular se aisló la vela completamente, es decir, efectos causados por el material, viento variable, ascendente y descendente, cambios de temperatura en el fluido, efectos causados por la arboladura y la jarcia de una embarcación no son considerados.

Si resolvemos la ecuación de Bernoulli en dos puntos a la misma altura de la vela, se obtiene:

$$P = \frac{Cd \cdot \rho \cdot V^2}{2} \quad (1)$$

Dónde:

P = presión del viento (N / m)

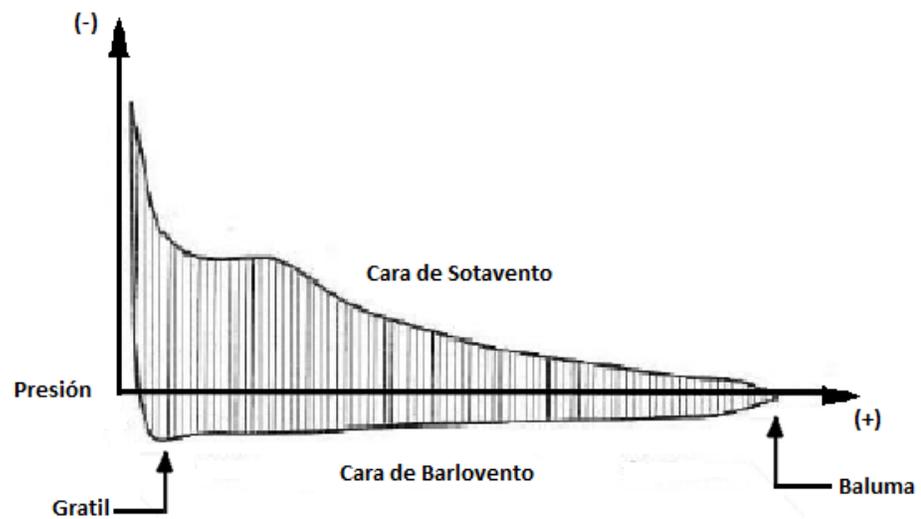
ρ = densidad del aire seco = 1.223 Kg / m³ (1atm y 15°C)

V = velocidad del viento (m/s)

Cd (coeficiente aerodinámico de resistencia al avance) = 0.09 (superficie aerodinámica)

“From Bernoulli’s equation we know that pressure is inversely related to velocity and so it can be seen through the concentration of the streamlines over the leeward side that the flow will accelerate creating a drop in pressure or a suction.” (Dale, 2011, pág. 12) (Ver Figura 9 y 15)

Figura 9: Distribución de presiones en una lámina delgada



Fuente: (Dale, 2011, pág. 12)

Figura 10: Fuerzas que interactúan en el movimiento del velero

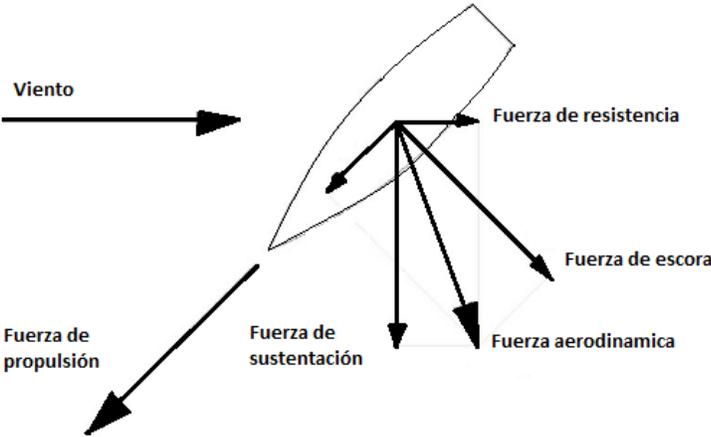
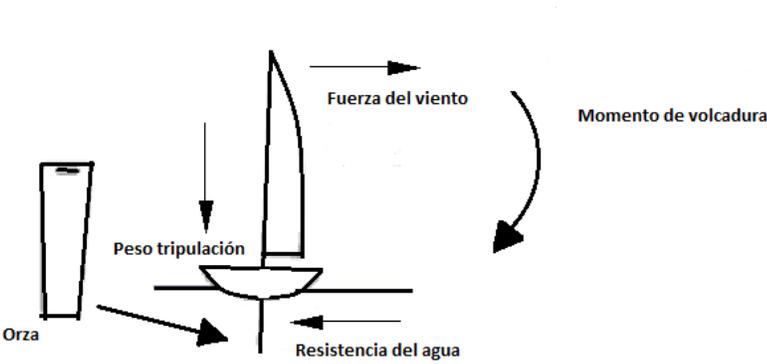


Figura 11: Momento de volcadura en un velero



Fuente: (Chéret, 2010, pág. 48), (Science Direct, 2009)

Figura 12: Momento de volcadura de un velero superior al peso de la tripulación (momento de adrizamiento)



Los Materiales

“Las primitivas velas nórdicas eran de lana hilada en casa, a las que faltaba la resistencia a la intemperie de las velas de lino, ya que el paño se estiraba con la fuerza del viento y la gran vela hacía bolsa hasta que se rompía. Para reforzarla y mantenerla en posición más plana, se amarraba una red de soporte en la cara de proa, que era de cabo, de paños de lona o de cajeta trenzada, y a veces de color diferente al de la vela. El pujamen de la vela se sujetaba hacia abajo con un cierto número de escotas formando pies de gallo, todas ellas para mantener la vela más plana” (FUNDACION HISTARMAR "Historia y Arqueología Marítima")

Durante mucho tiempo se navegó con velas de lino o de tejidos vegetales. El algodón fue otro material utilizado y mostró tener un buen rendimiento incluso mejor que el lino ya que se podía aplanar más, el único problema es que debido al ambiente el algodón se deterioraba muy rápido. Fue después de la segunda guerra mundial que aparecieron los plásticos para que las fibras sintéticas fueran aplicadas a la navegación.

“Existen muchos tipos de plásticos y los nombres con los que los conocemos son nombre comerciales dados por grandes fabricantes como el norteamericano ‘*Du Pont*’. Nylon, Dacron, Tergal, Kevlar, son nombres comerciales que este fabricante ha dado a la poliamida, al poliéster, o a las aramidas.” (FONDEAR, Fondear S.L, 2007). Estos materiales son capas de tejidos orientadas en diferentes direcciones para lograr una mayor rigidez al producto final.

Figura 13: Velero clase Finn con velas fabricadas de Kevlar



Figura 14: Velero clase Snipe con velas de Mylar



Fuente: (El mundo, 2011)

Tabla 1: Comparación entre las propiedades de los tejidos de velas y algunos materiales estructurales

| Material | Densidad(kg/m ³) | Resistencia (unidad textil N/tex) | Módulo de elasticidad (Gpa) | Aplicación |
|------------------------------------|------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|--|
| Kevlar 29 | 1440 | 49 | 82 | Trajes blindados. Blindajes de bajo peso. |
| Kevlar 49 | 1440 | 78 | 131 | Cuerdas, mangueras, llantas de alta velocidad, ingeniería civil |
| Kevlar 149 | 1470 | 115 | 193 | Barcos, Tanques a presión, partes en fricción |
| Mylar (tereftalato de polietileno) | 1455 | 0.8 | 3.1 | Botellas, componentes eléctricos, velas para barcos, cintas de video |
| Acero | 7860 | N/A | 200 | Herramientas, Aeronautica, Automoviles y Viviendas |
| Titanio | 4730 | N/A | 115 | Protesis, Blindaje, Helices de Barco |
| Aluminio | 2710 | N/A | 70 | Veleros, Bicicletas, Industria alimenticia y electronica |

4.3 MECÁNICA DE FLUIDOS

El velero está inmerso en moléculas fluidas, sin esto el bote carecería de vida. Para comprender este mágico movimiento es necesario entender unos principios básicos de la mecánica de fluidos.

Los fluidos

En un fluido las moléculas paseen una mayor separación que en los sólidos, permitiendo el cambio de forma o la aplicación de fuerzas externas. Esta ausencia de memoria de forma dificulta la contención del fluido. La propiedad de un fluido de resistir deformaciones cuando se le aplican esfuerzos tangenciales se llama viscosidad.

Ecuación de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes son un grupo de ecuaciones diferenciales parciales no lineales que describen el movimiento de

cualquier fluido newtoniano. Es el resultado de aplicar la segunda Ley de Newton al movimiento de los fluidos

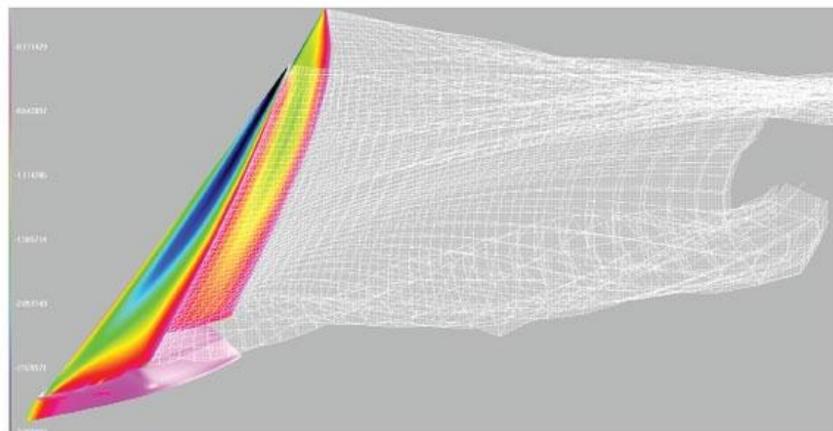
La vela como una membrana (Ecuación de Poisson)

Una membrana es un elemento que posee un espesor muy pequeño y una baja resistencia a la flexión, geoméricamente se considera como un “plano” en el que muchos problemas de equilibrio están orientados a determinar el comportamiento de dicho objeto cuando se somete a cargas de presión, flexión, eléctricas, etc.

“La conocida ecuación de Poisson $\Delta u = -F$ surge en varias áreas de la física. El significado físico de los términos y parámetros que intervienen en esta ecuación dependen del área particular en la cual ésta se aplica.” (Lebedev & Grossi, 2003)

La vela de un velero actúa como una membrana sometida a “flexión” por las presiones del viento al chocar sobre la cara de barlovento, produciendo desplazamientos transversales que logran darle un perfil aerodinámico a la vela y así producir el movimiento del velero.

Figura 15: Análisis de distribución de presiones en un velero



Fuente: (UK)

Teorema de Bernoulli

El matemático Daniel Bernoulli demostró que en un fluido, la energía que este lleva mientras circula en el medio permanece constante. Para una línea de flujo la ecuación de Bernoulli en un punto cualquiera está determinada por la expresión:

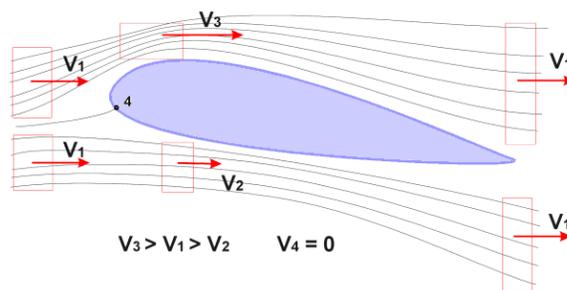
$$\frac{v^2 * \rho}{2} + P + \rho * g * z = cte \quad (2)$$

Tratándose de un fluido ideal; existen tres tipos de energía de acuerdo a sus propiedades físicas:

- Cinética: Producida por la velocidad del fluido
- Flujo: Debida a las presión del fluido en ese instante
- Potencial Gravitacional: Debida a la altura del fluido

En el caso de las velas, que son perfiles aerodinámicos (Figura 15) el aumento de velocidad que ocurre en una de sus caras (sotavento) conlleva a una disminución de la presión, mientras que en la cara contraria ocurre el efecto opuesto.

Figura 16: Variación de la velocidad en un perfil aerodinámico



Fuente: (El vuelo de las cometas)

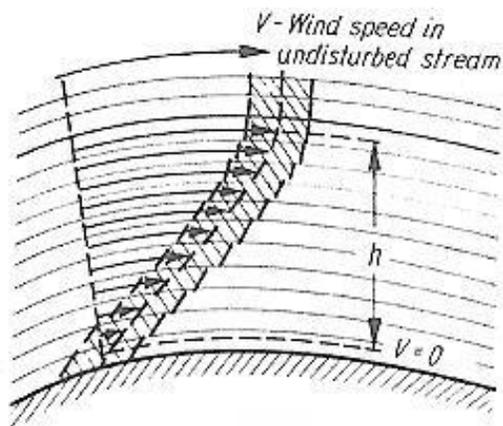
La capa límite

“The Boundary layer is extremely thin and can almost be neglected when calculating the pressure distribution that is until separation occurs.” (Dale, 2011)

Un fenómeno muy particular se lleva a cabo en la interacción velero-fluido, consiste en la perturbación del movimiento del fluido cuando entra en contacto con la embarcación, disminuyendo la velocidad en las partículas más cercanas al obstáculo, que afectan a las partículas vecinas hasta alcanzar una distancia donde el sólido no altere el movimiento de esta.

Según la geometría, orientación y acabado de superficie de un objeto, al encontrarse con el fluido se pueden encontrar dos comportamientos importantes.

Figura 17: Variación de la velocidad producto de las imperfecciones del fluido



Flujo laminar

Se llama así al flujo ordenado donde cada molécula sigue su línea de corriente. “Imaginad un chorro de agua rápida y sin agitación saliendo de un grifo. Las moléculas que lo componen prácticamente resbalan al unísono, sus oscilaciones laterales son limitadas.” (Chéret, 2010, pág. 25)

Flujo turbulento

En este caso las partículas de fluido se mueven en forma caótica al no seguir sus trayectorias, lo que da origen a pequeños remolinos. “El conjunto del flujo se mantiene tangencial a la pared, pero en una mezcla desordenada, con una agitación transversal más pronunciada de las moléculas. Su velocidad, fluctuante, se establece a partir de una media más baja que la del flujo laminar que generalmente le precede antes de un obstáculo.” (Chéret, 2010, pág. 25)

4.4 EL MOVIMIENTO DEL VELERO

“Gracias a sus “alas” y a sus “aletas” el velero tiene vida. Velas, quilla y timón le permiten captar las energías del aire y del agua. Se crean velocidades y fuerzas de presión que son la base de la práctica de la vela.” (Chéret, 2010, pág. 30)

“Según su diseño y presentación, todo objeto sumergido en un fluido crea a su alrededor campos de velocidades –y por tanto presiones- variables. Éste es sin duda el caso del velero, que se encuentra inmerso en el agua y en el aire al mismo tiempo.” (Chéret, 2010, pág. 30)

Para captar estas presiones ejercidas por los fluidos el velero consta de estructuras sólidas de poco espesor (planos portantes) que varían la presión del fluido entre sus dos caras, generando el desplazamiento deseado.

El velero consta de dos planos portantes:

- **Las velas:** Se caracterizan por ser hechas de materiales ligeros, que permiten ajustes para modificar el rendimiento del velero.
- **Las aletas:** En algunos barcos son el timón y la orza, pero en embarcaciones más complejas constan de otros perfiles hidrodinámicos que modifican su desplazamiento.

Según Bertrand Chéret, la fuerza generada sobre los planos portantes varía dependiendo de varios factores, como:

- Área: Superficie del plano
- Ángulo de incidencia: orientación del plano con respecto al fluido
- Embolsamiento: Volumen del plano
- Caudal: Cantidad de fluido que pasa por el plano
- Esfuerzos: Deformaciones producidas por los ajustes en el plano

Tipos de resistencia

“En su encuentro con un fluido, un sólido padece diferentes tipos de resistencias, las cuales dependen de su forma, de la densidad del fluido y de la velocidad de encuentro.” (Chéret, 2010, pág. 35). Todos veleros son diseñados teniendo en cuenta dichas resistencias.

Figura 18: Velero clase Moth con hidroala



Fuente: (Seattlepi, 2010)

Resistencia por fricción

“La resistencia es una componente de la fuerza aerodinámica o hidrodinámica opuesta al flujo; así pues siempre se encuentra alineada en el eje de este” (Chéret, 2010, pág. 35)

“Pasando la mano por el casco, notamos con bastante facilidad las imperfecciones de la superficie, ya sean regularidades o relieves.” (Chéret, 2010, pág. 585). Las partículas se adhieren a los defectos de carena, haciendo más notable el efecto de capa límite.

Como se mencionó anteriormente, (ver capa limite) las partículas que se adhieren a las imperfecciones del material afectan a las moléculas contiguas, disminuyendo la velocidad relativa de estas. Factores como irregularidades en el material y suciedad alteran el estado laminar de la capa limite, arrastrando más partículas fluidas y aumentando la fricción

Resistencia de forma

“La resistencia de forma depende de la velocidad de los flujos que recorren la carena y de los campos de presión producidos por estas velocidades. Allí donde el flujo es ralentizado, las presiones sobre la pared aumentan, y viceversa” (Chéret, 2010, pág. 36). A medida que la velocidad aumenta, la resistencia de forma aumenta de considerablemente, llegando a lo que se conoce como velocidad límite de la embarcación. Las curvas polares son diagramas que muestran los valores de velocidad del velero para determinados ángulos y velocidades del viento.

Resistencia de aerodinámica

“La resistencia aerodinámica representa la suma de las resistencias de todos los elementos de un velero situados por encima de la línea de flotación (a excepción de las velas y los tripulantes, datos que desconoce el diseñador)”

4.5 REACCIONES MECÁNICAS DEL VELAMEN

“Tanto el diseñador como el navegante son responsables de las formas que se le dan a la vela” (Chéret, 2010, pág. 75). A pesar de que a la vela se le dé un diseño original, la navegación a vela es un conjunto de experiencias que acompañan al velero desde su diseño.

“Tensiones directas e indirectas se propagan en el interior de los materiales en función de sus estructura y de las curvas que va formando la vela. Cada segmento de la vela así impulsada depende del segmento contiguo, hasta llegar al aparejo que la presenta al viento”

Anteriormente las velas se fabricaban sin tener en cuenta una forma final, estas se embolsaban por deformación de los materiales o bajo la acción del navegante. Hoy en día las velas son diseñadas teniendo en cuenta varios criterios (algunos mencionados a continuación) para lograr una forma base acorde con las necesidades de la embarcación. Esta forma del

molde o forma original de una vela es el aporte del diseñador y la base para todos los reglajes.

Tolerancia

La vela carece de rigidez, este “aparejo flexible” reacciona a las diferencias de presión y al movimiento del velero, por lo que a cada instante se modifica el flujo de entrada. A este fenómeno de fuerza aerodinámica variable en conjunto con las reacciones de la vela se le conoce como **tolerancia del velamen** y juega un gran papel en la navegación a vela.

La carga velica

“En nuestros veleros deportivos, el contrapeso de la tripulación interviene de manera notoria en las cargas que mástil y vela han de encajar. Cuanto más se oponga este contrapeso a la escora, mayor será la deformación del velamen” (Chéret, 2010, pág. 81)

La fuerza más intensa soportada por la vela no depende directamente de su superficie o de la fuerza del viento, es el momento producido por contrarrestar la escora, en ese punto, la vela tiene el máximo rendimiento.

Los impulsos aerodinámicos

Como se mencionó antes las presiones de la vela van directamente proporcionales al cuadrado de la velocidad del viento. En cada punto del velamen se ejercen fuerzas de presión perpendiculares generando un campo de presión a cada lado de la vela. Estas diferencias de presión son las encargadas de generar la carga que está concentrada en el centro velico que en el caso de una vela triangular estaría ubicado en la intersección de sus medianas.

Tensión de Pre-forma

La vela debe ser ajustada respecto al viento (intensidad y dirección) para mantener su rendimiento. Este ajuste se lleva a cabo tensionando cada puño de la vela, disminuyendo el volumen de esta y repartiendo las tensiones mayormente concentrada en los puños.

4.6 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF O FEM)

“The basis of the FE theory is the Principle of Virtual Works (PVW), discretized and expressed in matrix form” (Trimarachi & Rizzo, 2009)

Fue desarrollado en 1943 por un matemático alemán llamado Richard Courant, que utilizaba el método de Ritz para buscar soluciones aproximadas a sistemas de vibración, estableciendo una definición más amplia del método, el cual consiste en subdividir el dominio en pequeños dominios unidos entre si y sujetos a las ecuaciones de equilibrio, obteniendo así un sistema de ecuaciones del tipo $f = K \cdot u$. El método se aplicaba para problemas estructurales, en los cuales se deseaba saber los desplazamientos de una barra que era sometida a una carga conocida.

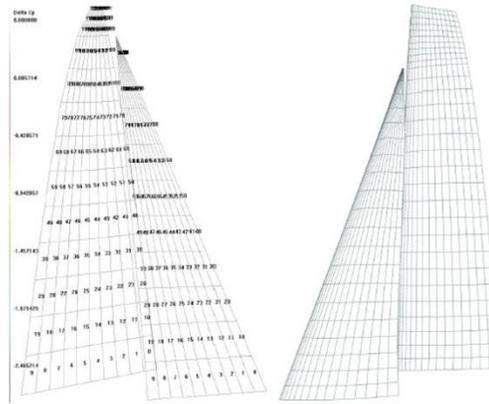
En aquel entonces el problema radicaba en la imposibilidad de resolver manualmente las ecuaciones diferenciales (ej. Navier-Stokes), pero con la llegada del ordenador los procesos iterativos permitieron resolver de forma aproximada dichas ecuaciones para diferentes casos. Finalmente en la década de los 80 este método numérico logro generalizarse, ya que la tecnología permitía hacer cálculos a geometrías más complejas y mostrar soluciones más exactas en un tiempo más corto. Hoy en día FEM sigue teniendo mejoras como algoritmos más eficientes, modelos matemáticos que disminuyen el tiempo de convergencia y programas de procesamiento de datos para un análisis más significativo de los resultados, Todo esto con el fin de ahorrar tiempo y dinero.

Según Trimarachi y Rizzo cada fabricante de vela emplea herramientas computarizadas específicas para el diseño de velas; algunas son:

Membrain: Programa implementado por North Sails que aplica el campo de presión sobre todo el sistema de vela-aparejo

Azure Project: Es un programa de análisis, diseño y optimización de velas fabricado por la empresa SMAR Azure

Figura 19: Elementos finitos aplicada a las velas de un velero



Fuente: (UK)

4.7 INVESTIGACIÓN APLICADA

“Actualmente se han presentado grandes avances en el diseño y construcción de velas. De la mano de expertos en aerodinámica y ciencia de los materiales el trabajo de los diseñadores de velas se ha vuelto de última tecnología especialmente tratándose de equipos competitivos. Competencias como la America’s Cup o la Volvo Ocean Race son los mejores lugares para la optimización” (Trimarachi & Rizzo, 2009)

Aunque la navegación a vela no se aparta del ámbito deportivo, las investigaciones realizadas han permitido grandes avances en el área, un ejemplo de esto es el uso de grandes cometas para la propulsión de buques que han permitido a las empresas mercantes ahorrar entre un 10 y 35% en combustibles al año.

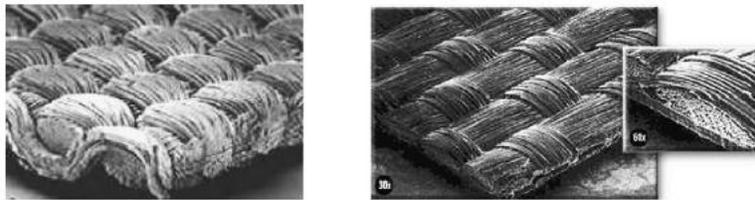
Modelado y Optimización de velas

“Desde 1930 ha habido esfuerzos de predecir el rendimiento de los veleros, con el fin de diseñar mejores embarcaciones o realizar competencias más exigentes a través de los sistemas de hándicap. Estos

cálculos inicialmente eran realizados a mano, hoy en día los cálculos son realizados por programas de predicción de alta velocidad” (Dale, 2011)

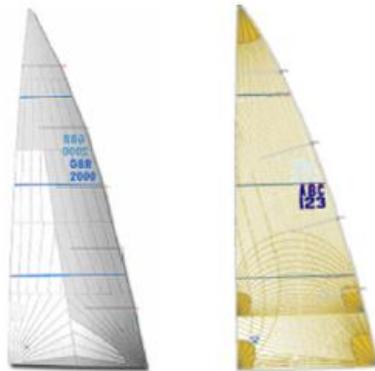
“Todos los fabricantes de vela saben que el rendimiento de una vela está directamente relacionado con el material con que esta se fabrica.” (Spalatelu Lazar, Léné, & Turbé, 2007)

Figura 20: Vela tejida (izquierda) y laminada (derecha)



Fuente: (Spalatelu Lazar, Léné, & Turbé, 2007)

Figura 21: vela mayor fabricada por paneles (izquierda) y Laminación en tres dimensiones (3DL)



Fuente: (Spalatelu Lazar, Léné, & Turbé, 2007)

“Las primeras velas laminadas aparecieron en los años 70 y 80. Iniciando The laminated sailcloth first appeared in the 1970s- 1980s and changed the world of sail making starting with the high performance racers of the America’s Cup. El método de laminación es el más efectivo al combinar

materiales de diferentes características, y así maximizar sus propiedades. Las películas de laminado como el Mylar, son sumamente eficientes reduciendo las elongaciones en todas las direcciones, lo que resulta útil en la dirección fuera de las fibras. Generalmente los materiales laminados consisten en un material tejido en medio de dos laminas” (Spalatelu Lazar, Léné, & Turbé, 2007)

Interacción fluido estructura aplicada a la aerodinámica de las velas.

Figura 22: Pruebas de tracción

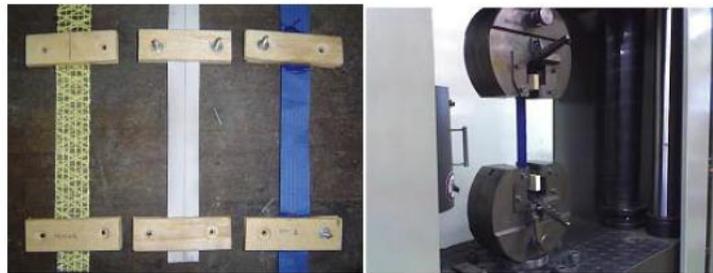
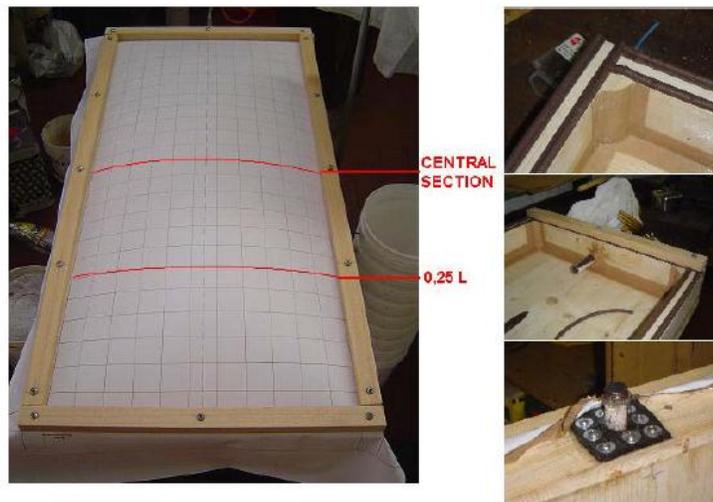


Figura 23: Prueba de deformación



Fuente: (Trimarachi & Rizzo, 2009)

En el estudio realizado por el departamento de Fluido-Estructura de la universidad de Southampton y el departamento de ingeniería naval de la universidad de Génova, se modifica un algoritmo de diferencias finitas utilizado para resolver deflexión en vigas en 2D, para luego implementarlo en velas de diferentes materiales utilizando elementos triangulares en un esqueleto de cables. Los resultados obtenidos se comparan con un experimento de deflexión de una membrana fabricada de mylar y se comparan sus deformaciones.

“El error es máximo en el centro de la membrana, es decir en el punto más distante de los bordes fijos, donde la curvatura es mayor” (Trimarachi & Rizzo, 2009)

Figura 24: Desplazamientos nodales (izquierda) y diagrama de tensión (derecha)

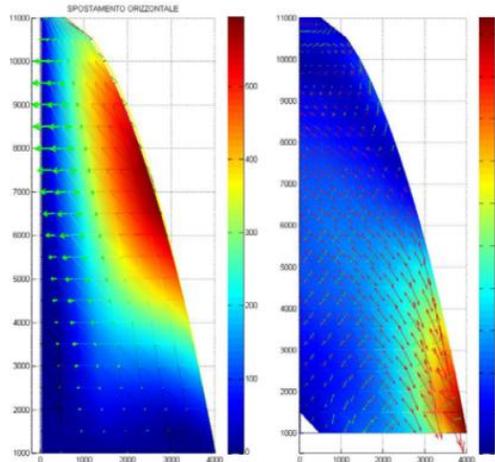


Figura 25: Diseño de forma del Spinnaker

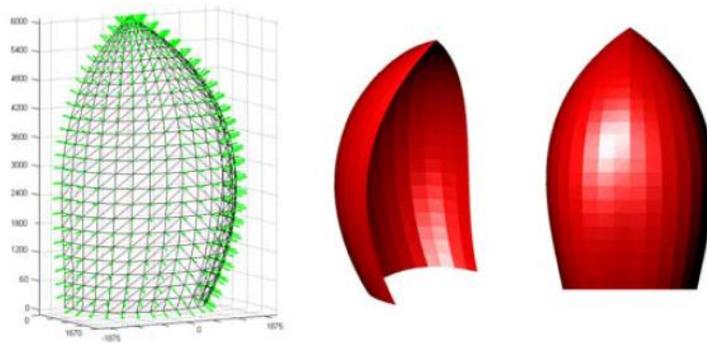
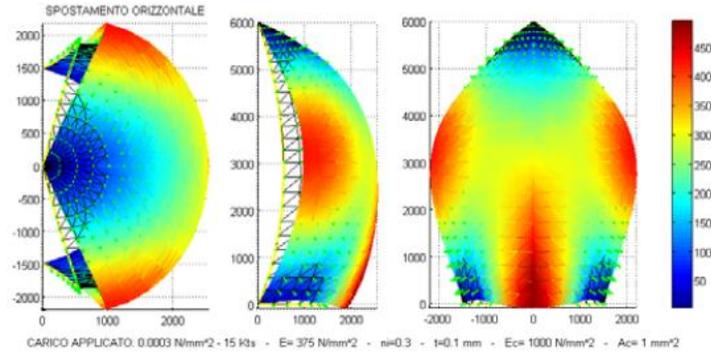


Figura 26: Desplazamientos nodales horizontales en una vela tipo Spinnaker



5. DESARROLLO DEL MODELO COMPUTACIONAL

La formulación débil de una ecuación diferencial consiste en escribir en forma de integrales dichas ecuaciones, para luego aplicarlas a un dominio (vela) y utilizando condiciones de contorno, poder resolverlas de forma aproximada. El método utilizado en este trabajo es el método de los elementos finitos (MEF), para ello primero obtendremos la formulación débil de la ecuación de Poisson. El elemento finito utilizado para la discretización de la vela son elementos triangulares lineales.

Se multiplica la ecuación de Poisson por una función de soporte compacto que está contenida en el dominio, es decir fuera de ese dominio valdrá cero.

$$\int_{\Omega} W_k \nabla^2 \hat{u} d\Omega - \int_{\Omega} W_k f d\Omega = 0$$

Integrando por partes se obtiene

$$- \int_{\Omega} \nabla W_k \nabla \hat{u} d\Omega + \int_{\Gamma} \frac{\partial \hat{u}}{\partial n} W_k d\Gamma - \int_{\Omega} W_k f d\Omega = 0$$

Se tiene que $\hat{u} = a_i * W_i$, reemplazando en ecuación anterior obtenemos

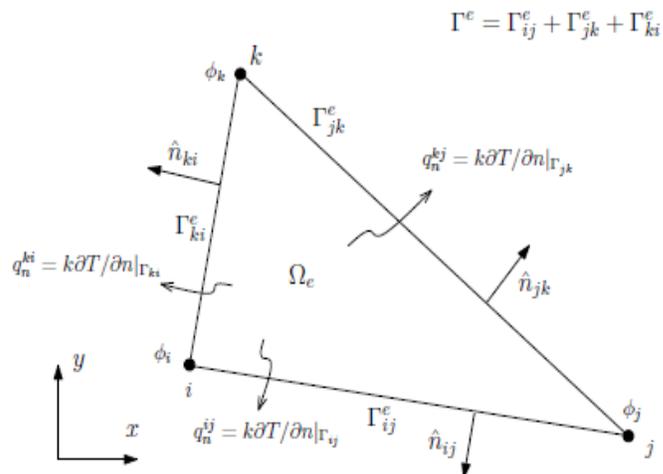
$$\int_{\Omega} \nabla W_k \nabla (a_i * W_i) d\Omega = \int_{\Gamma} \frac{\partial \hat{u}}{\partial n} W_k d\Gamma - \int_{\Omega} W_k f d\Omega$$

$\frac{\partial \hat{u}}{\partial n} = \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} * n_x + \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} n_y = q_n$, es la proyección de vector de flujo sobre el vector normal al contorno.

Finalmente de obtiene

$$\int_{\Omega^e} \nabla W_k \nabla (a_i * W_i) d\Omega^e = \int_{\Gamma^e} q_n W_k d\Gamma^e - \int_{\Omega^e} W_k f d\Omega^e \quad (3)$$

Figura 27: Elemento finito triangular lineal



Fuente: (Useche Vivero, 2012)

Cada integral de estas debe ser aplicada en cada nodo con las propiedades de ese elemento. Las W_k son las funciones de base en cada nodo, para determinarlas se necesita establecer una serie de condiciones.

La solución que deseamos aproximar debe ser lo más parecida a la solución a aproximada por lo que $u - \hat{u} = 0$, entonces $\hat{u} = u$. Con esto se pueden establecer las siguientes condiciones para un elemento finito triangular lineal:

$$u = \hat{u} = c_1 + c_2 * x + c_3 * y \quad (1)$$

$$P(x_i, y_i), u_i = \hat{u} ; P(x_j, y_j), u_j = \hat{u} ; P(x_k, y_k), u_k = \hat{u}$$

Lo que nos da el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix}$$

Cuando el sistema de ecuaciones se resuelve se agrupan los elementos alfa, beta y gamma

$$c_1 = \frac{1}{2 * A_e} (\alpha_i * u_i + \alpha_j * u_j + \alpha_k * u_k) \quad (4)$$

$$c_2 = \frac{1}{2 * A_e} (\beta_i * u_i + \beta_j * u_j + \beta_k * u_k) \quad (5)$$

$$c_3 = \frac{1}{2 * A_e} (\gamma_i * u_i + \gamma_j * u_j + \gamma_k * u_k) \quad (6)$$

Que son:

$$\alpha_i = x_j y_k - x_k y_j ; \beta_i = y_j - y_k ; \gamma_i = x_k - x_j ; A_e = \frac{(\alpha_i + \alpha_j + \alpha_k)}{2}; \text{Área del elemento}$$

Sustituyendo en (1) los valores de c tenemos:

$\hat{u} = W_i * u_i + W_j * u_j + W_k * u_k$. Donde W son las funciones de base de cada nodo en función de x y de y

$$W_i = \frac{1}{2 * A_e} (\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i * y) \quad (7)$$

$$W_j = \frac{1}{2 \cdot A_e} (\alpha_j + \beta_j x + \gamma_j y) \quad (8)$$

$$W_k = \frac{1}{2 \cdot A_e} (\alpha_k + \beta_k x + \gamma_k y) \quad (9)$$

Donde

$$\int_{\Omega^e} \nabla W_k \nabla (a_i * W_i) d\Omega^e = \int_{\Gamma^e} q_n W_k d\Gamma^e - \int_{\Omega^e} W_k f d\Omega^e$$

Es de la forma

$$K_e = q_e - f_e$$

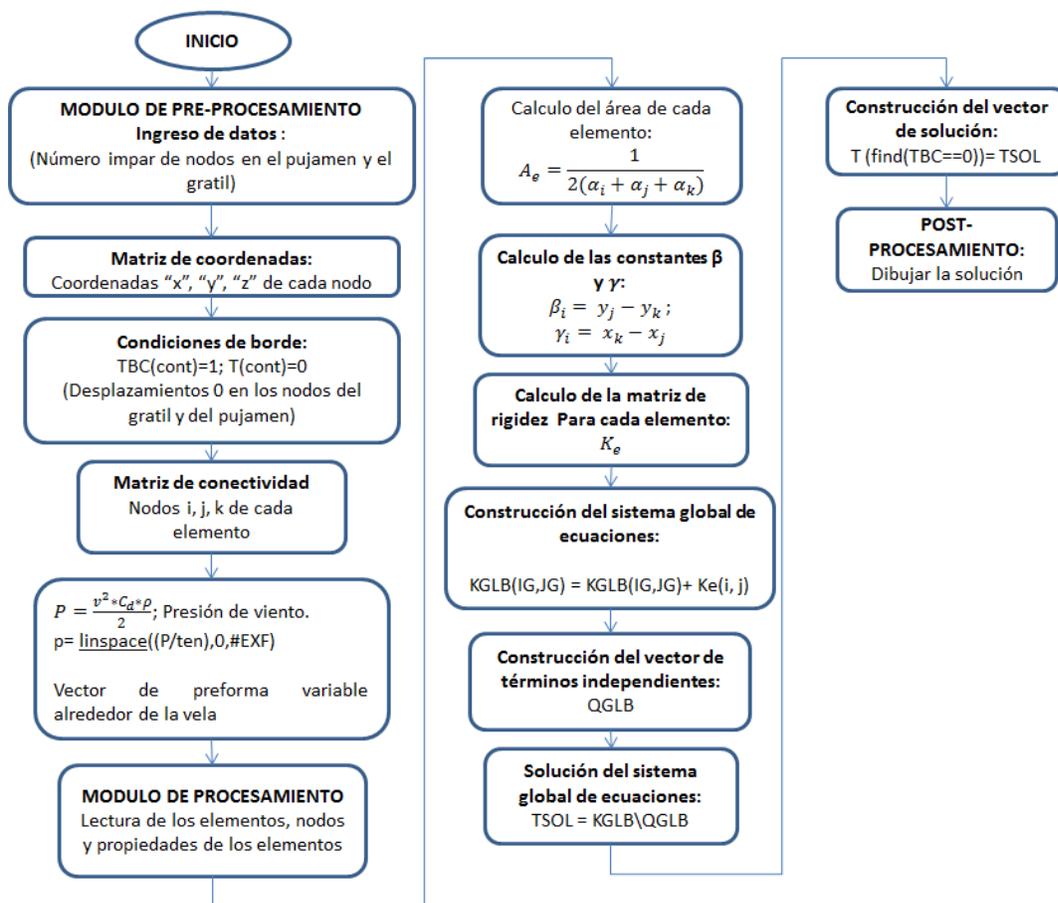
Para el caso de un triángulo lineal la matriz de rigidez

$$K_e = \frac{k_e}{4 \cdot A_e} * \begin{bmatrix} \beta_1^2 + \gamma_1^2 & \beta_2 \beta_1 + \gamma_2 \gamma_1 & \beta_3 \beta_1 + \gamma_3 \gamma_1 \\ \beta_2 \beta_1 + \gamma_2 \gamma_1 & \beta_1^2 + \gamma_1^2 & \beta_3 \beta_2 + \gamma_3 \gamma_2 \\ \beta_3 \beta_1 + \gamma_3 \gamma_1 & \beta_3 \beta_2 + \gamma_3 \gamma_2 & \beta_1^2 + \gamma_1^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$u = \hat{u} = a_i * W_i$, la función \hat{u} (u moño) es una función de aproximación y lo que se busca es minimizar el error entre u y \hat{u} de tal manera que \hat{u} sea lo más aproximada posible a u esto se logra resolviendo el sistema y determinando los coeficientes a_i , para luego multiplicarlos por las funciones de base y así armar las funciones de aproximación para cada elemento.

5.1 DISEÑO DEL ALGORITMO

Figura 28: Flujoograma Algoritmo Scilab



Pre-procesamiento

En esta etapa la malla es generada, el esqueleto de la vela en el cual se aplicaran las ecuaciones de Poisson. La malla es diseñada a partir de unos datos de entrada, que definen la cantidad de nodos del gratil y del pujamen. Para ello se emplea la fórmula:

$$nodos = (\text{ceil}(\text{gratil}/2)) * \text{gratil} \quad (11)$$

El comando *ceil* redondea al valor entero más alto a la división, es decir si se tiene la división $3/2$ el resultado lo redondeara al entero superior 2. Con el número de nodos obtenidos se genera un vector fila que mediante un ciclo (ver anexo 8.1 módulo de pre-procesamiento) genera la matriz de coordenadas. La forma en la que se creó este sistema, fue buscando una ordenación escalonada, que empezara de la base donde el número de nodos es mayor hasta la parte superior donde solo se encuentra un nodo. (Figura 29 y 30)

El número de nodos de la fila $i+1$ está determinado por la expresión:

$$\#nf_{i+1} = \text{gratil} - 1$$

Figura 29: Ejemplo de una matriz de coordenadas de 28 nodos (grafica)

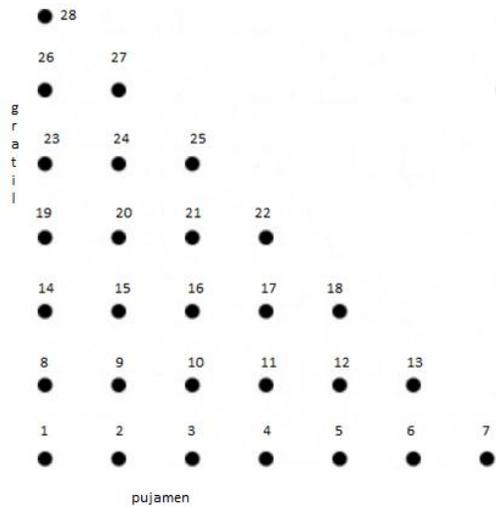


Figura 30: Ejemplo Matriz de coordenadas de 28 nodos

```

coord =
1.    0.    0.    0.
2.    0.3333333  0.    0.
3.    0.6666667  0.    0.
4.    1.    0.    0.
5.    1.3333333  0.    0.
6.    1.6666667  0.    0.
7.    2.    0.    0.
8.    0.    1.0466667  0.
9.    0.3333333  1.0466667  0.
10.   0.6666667  1.0466667  0.
11.   1.    1.0466667  0.
12.   1.3333333  1.0466667  0.
13.   1.6666667  1.0466667  0.
14.   0.    2.0933333  0.
15.   0.3333333  2.0933333  0.
16.   0.6666667  2.0933333  0.
17.   1.    2.0933333  0.
18.   1.3333333  2.0933333  0.
19.   0.    3.14    0.
20.   0.3333333  3.14    0.
21.   0.6666667  3.14    0.
22.   1.    3.14    0.
23.   0.    4.1866667  0.
24.   0.3333333  4.1866667  0.
25.   0.6666667  4.1866667  0.
26.   0.    5.2333333  0.
27.   0.3333333  5.2333333  0.
28.   0.    6.28    0.

```

Utilizando las coordenadas de cada nodo, el algoritmo genera también la matriz de conectividad de forma escalonada, donde el número de elementos total será igual a la expresión:

$$\#Ef_t = (\#ngratil - 1)^2; \text{Número de elementos en la vela}$$

#ngratil: Número de nodos en el grátil

Los elementos de la primera fila serán iguales a:

$$\#Ef_{i=1} = (\text{nodos} * 2) - 3; \text{Número de nodos en la primera fila}$$

Para el número de elementos en la fila i+1 se cumple la expresión:

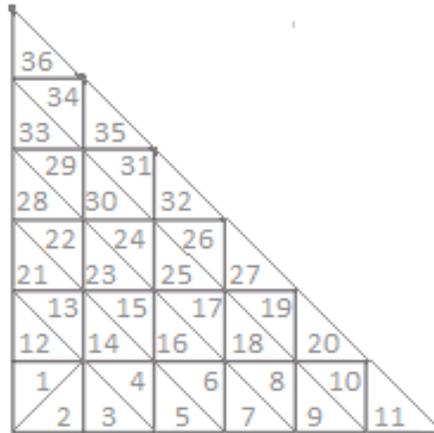
$$\#Ef_{i+1} = \#Ef_{i=1} - 2; \text{Número de elementos de la fila i+1}$$

Figura 31: Matriz de conectividad

```
-->conex
conex =
```

| E | Ni | Nj | Nk | P | ke |
|-----|-----|-----|-----|-----------|----|
| 1. | 1. | 9. | 8. | 0.2579766 | 1. |
| 2. | 1. | 2. | 9. | 0.2321789 | 1. |
| 3. | 2. | 3. | 9. | 0.2063813 | 1. |
| 4. | 3. | 10. | 9. | 0.1805836 | 1. |
| 5. | 3. | 4. | 10. | 0.1547859 | 1. |
| 6. | 4. | 11. | 10. | 0.1289883 | 1. |
| 7. | 4. | 5. | 11. | 0.1031906 | 1. |
| 8. | 5. | 12. | 11. | 0.0773930 | 1. |
| 9. | 5. | 6. | 12. | 0.0515953 | 1. |
| 10. | 6. | 13. | 12. | 0.0257977 | 1. |
| 11. | 6. | 7. | 13. | 0. | 1. |
| 12. | 8. | 9. | 14. | 0.2579766 | 1. |
| 13. | 9. | 15. | 14. | 0.2257295 | 1. |
| 14. | 9. | 10. | 15. | 0.1934824 | 1. |
| 15. | 10. | 16. | 15. | 0.1612354 | 1. |
| 16. | 10. | 11. | 16. | 0.1289883 | 1. |
| 17. | 11. | 17. | 16. | 0.0967412 | 1. |
| 18. | 11. | 12. | 17. | 0.0644941 | 1. |
| 19. | 12. | 18. | 17. | 0.0322471 | 1. |
| 20. | 12. | 13. | 18. | 0. | 1. |
| 21. | 14. | 15. | 19. | 0.2579766 | 1. |
| 22. | 15. | 20. | 19. | 0.2149805 | 1. |
| 23. | 15. | 16. | 20. | 0.1719844 | 1. |
| 24. | 16. | 21. | 20. | 0.1289883 | 1. |
| 25. | 16. | 17. | 21. | 0.0859922 | 1. |
| 26. | 17. | 22. | 21. | 0.0429961 | 1. |
| 27. | 17. | 18. | 22. | 0. | 1. |
| 28. | 19. | 20. | 23. | 0.2579766 | 1. |
| 29. | 20. | 24. | 23. | 0.1934824 | 1. |
| 30. | 20. | 21. | 24. | 0.1289883 | 1. |
| 31. | 21. | 25. | 24. | 0.0644941 | 1. |
| 32. | 21. | 22. | 25. | 0. | 1. |
| 33. | 23. | 24. | 26. | 0.2579766 | 1. |
| 34. | 24. | 27. | 26. | 0.1289883 | 1. |
| 35. | 24. | 25. | 27. | 0. | 1. |
| 36. | 26. | 27. | 28. | 0. | 1. |

Figura 32: Malla de 36 elementos finitos de un modelo de Vela mayor de Snipe



Procesamiento

En esta sección se genera el sistema global de ecuaciones, para ello se calcula el área del elemento, las constantes Beta y Gamma y la matriz de rigidez para cada elemento (Ver anexo 9.1 módulo de procesamiento) y así determinar la matriz global del sistema de ecuaciones “KGLB”.

Procedemos a calcular el vector de términos independientes “QGLB”. Para ello es necesario definir las condiciones de contorno. En este caso los desplazamientos nodales del grátil y del pujamen son iguales a 0 ya que se consideró que la parte que va dentro del mástil y la botavara no sufren deformación transversal alguna. Se implementó un vector de condiciones de borde “TBC”, el cual será uno en la posición que se conozca el desplazamiento nodal y cero donde no. (Ver anexo 9.1 módulo de procesamiento)

Finalmente se procede a resolver el sistema de ecuaciones utilizando el método de la inversa de la matriz $X = (A^{\wedge} - 1) * b$.

Post-procesamiento

En esta última etapa con la ayuda de una función que se encarga de graficar las coordenadas “x” y “y” de cada nodo, la matriz de conectividad y el vector de desplazamientos nodales se grafica la malla deformada. (Figura 32). (Ver anexo 9.1 Modulo de post-procesamiento)

Algoritmo MATLAB

Se implementó una versión alterna del algoritmo utilizando MATLAB, el cual se encarga del procesamiento y post-procesamiento de los datos obtenidos a partir del programa de procesamiento GID (Ver Anexo 9.2 y figura 34).

Las diferencias principales con el algoritmo de SCILAB, son:

- La malla se realizó utilizando la geometría real de una vela de Snipe con sus sables
- Límite de la cantidad de nodos y elementos en la malla, al ser GID un software con licencia comercial.
- La forma de armar el vector de condiciones de borde es muy diferente al no existir un ordenamiento escalonado de los nodos y elementos de la malla. Para esto se realiza una búsqueda en la matriz de coordenadas, descartando todos los nodos que no sean del grátil y del pujamen.(figura 35 y anexo 9.3)
- Mayor cantidad de nodos y elementos en los sables de la vela cerca a la baluma

Figura 33: Flujograma algoritmo MATLAB

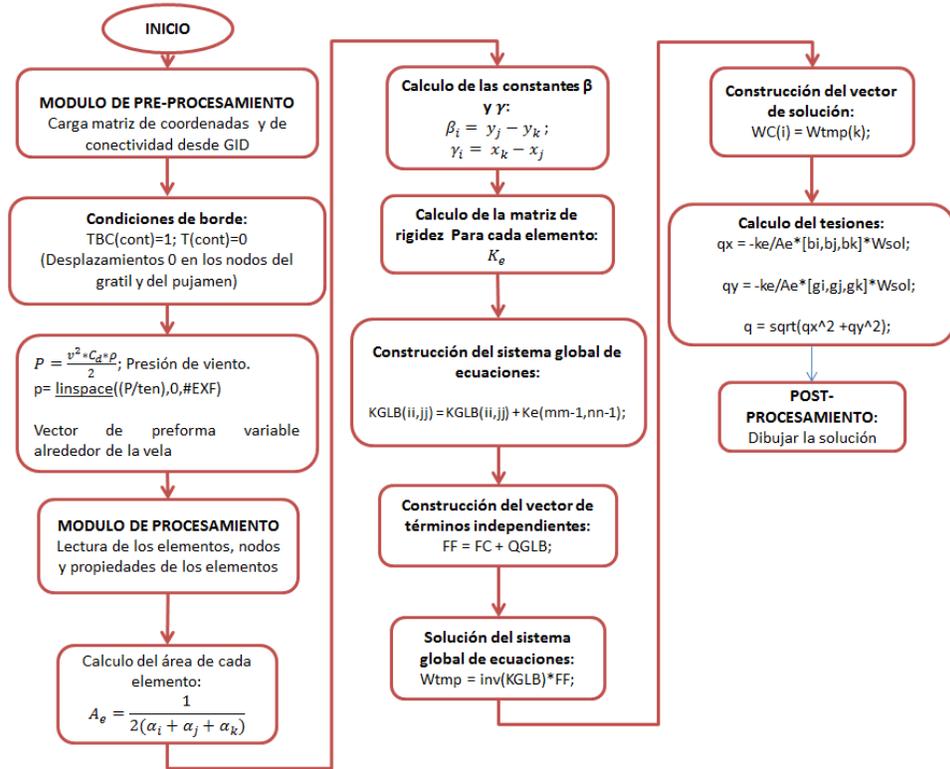


Figura 34: Malla de la vela en GID

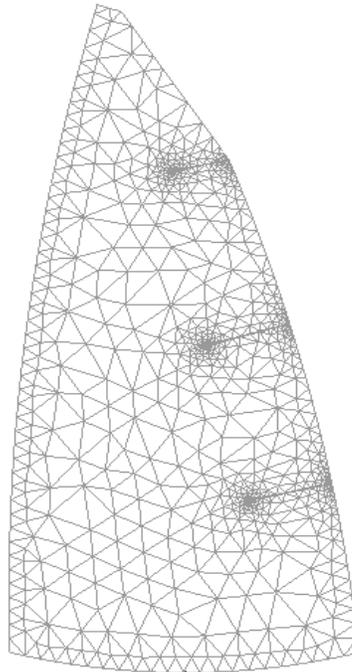
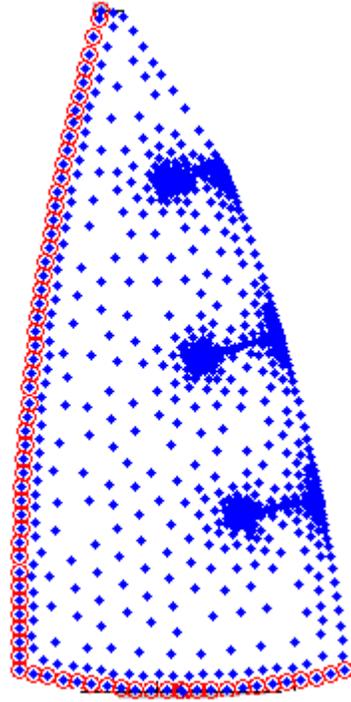


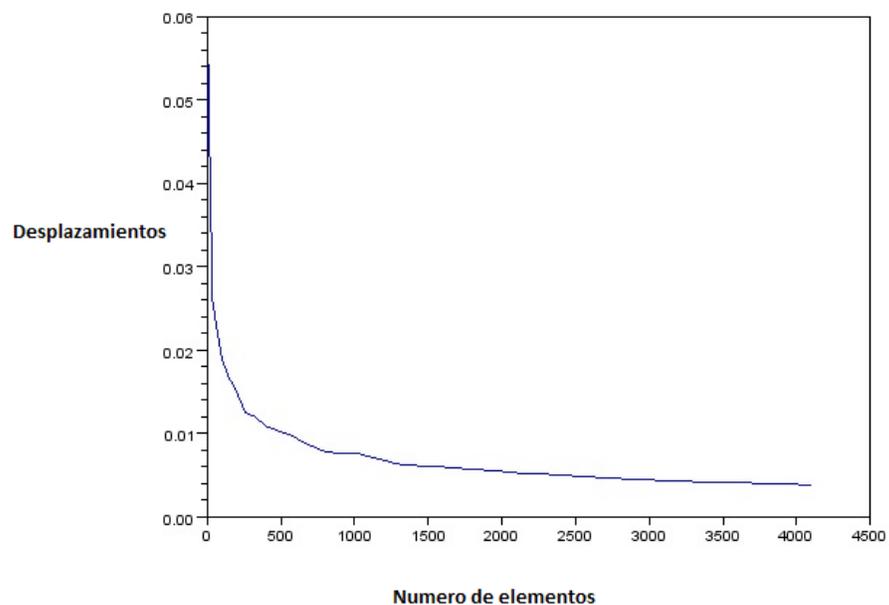
Figura 35: condiciones de borde (los desplazamientos de los nodos en rojo son iguales a 0)



6. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LA VELA

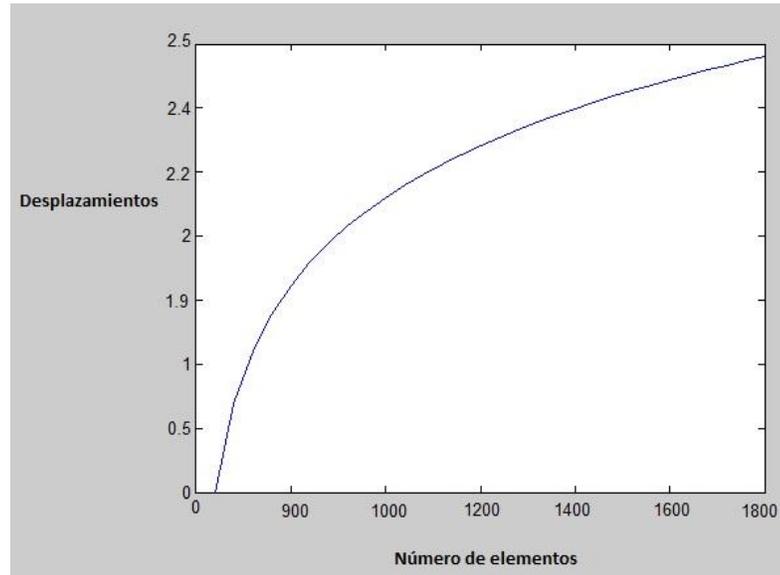
Se realizó un análisis de convergencia donde se muestra la variación de la norma del vector solución para cada número de elementos de la malla. Para construir la gráfica, se implementó un ciclo que ejecutaba el algoritmo desde 16 hasta 4100 elementos. La figura 41 muestra que a los 2500 elementos los desplazamientos empiezan a ser constantes, por lo que el programa converge.

Figura 36: Análisis de convergencia SCILAB



En el caso del análisis de convergencia del programa de matlab no se pudo realizar con un mayor número de elementos, ya que la licencia del programa no lo permite. Para llevarlo a cabo se realizó un análisis donde se resolvían los desplazamientos nodales variando el número de elementos hasta donde permitió el programa. En este caso no se puede apreciar detalladamente una convergencia en la gráfica. Pero es parecida al del análisis anterior.

Figura 37: Análisis de Convergencia MATLAB



La ecuación de Poisson está definida por la expresión:

$$\nabla^2 * w = \frac{P}{T} \quad (12)$$

Donde “T” es la tensión inicial que se le aplica a la vela. Para medir la tensión inicial de la vela se colocó un resorte en el ollao del outhaul y en el otro extremo del resorte se colocó el cabo del sistema del outhaul y se tensionó. Posteriormente se registró el desplazamiento del resorte y se determinó la fuerza mediante la Ley de Hooke.

El resorte tiene una longitud inicial de 5.8 centímetros y la longitud final fue de 6.5 centímetros. Se determinó que la constante elástica del resorte era 15kN/m mediante un experimento básico, sujetando el resorte a una carga conocida y midiendo su desplazamiento.

Figura 38: longitud inicial del resorte



Figura 39: longitud final del resorte



Usando la ley de elasticidad de Hooke para resortes se determina la fuerza de tensión de la vela.

$$F = -K * \Delta x; F = -15000 \frac{kN}{m} * (0.065m - 0.058m) = -105N$$

Para el estudio se eligió una velocidad de 27 Km/h (15 nudos aproximadamente) equivalente a un viento fuerza 3 en la escala de Baeufort. (Ver ecuación 1)

El análisis realizado en Scilab con mallas de 16, 32 y 64 elementos. (Figura 41) Los resultados mostraron un mayor desplazamiento en la parte baja de la vela (membrana) cerca al grátil, disminuyendo a medida que aumenta la altura de este y se acerca a la baluma.

Consideraciones: no se tuvo en cuenta la abertura progresiva de abajo arriba de los perfiles de una vela definidos durante su diseño el cual es ajustable para diferentes condiciones de viento (en los perfiles submarinos va de arriba abajo (torsión o twist) (Figura 40)

Figura 40: ángulo de apertura (twist). La vela a) presenta una mayor apertura (twist) que la vela b)

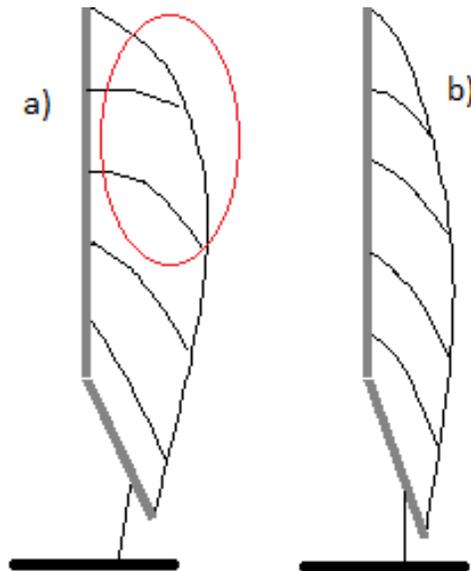
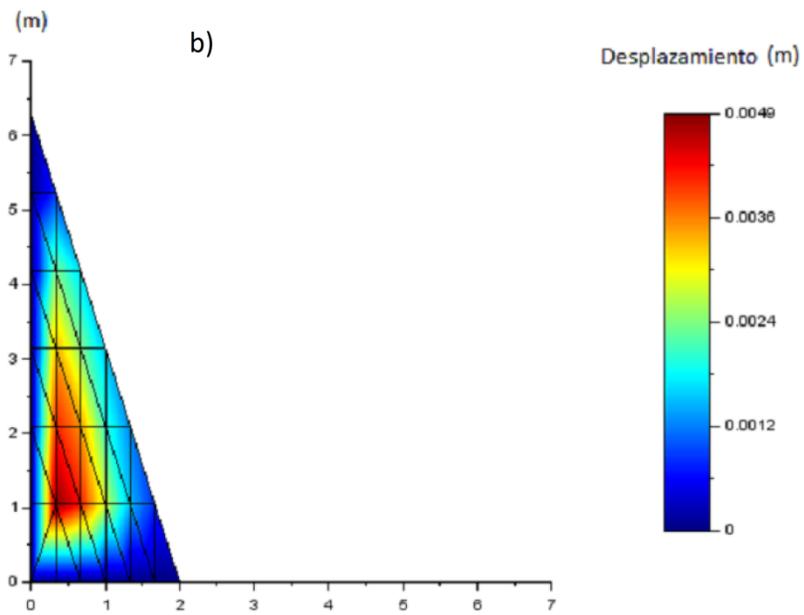
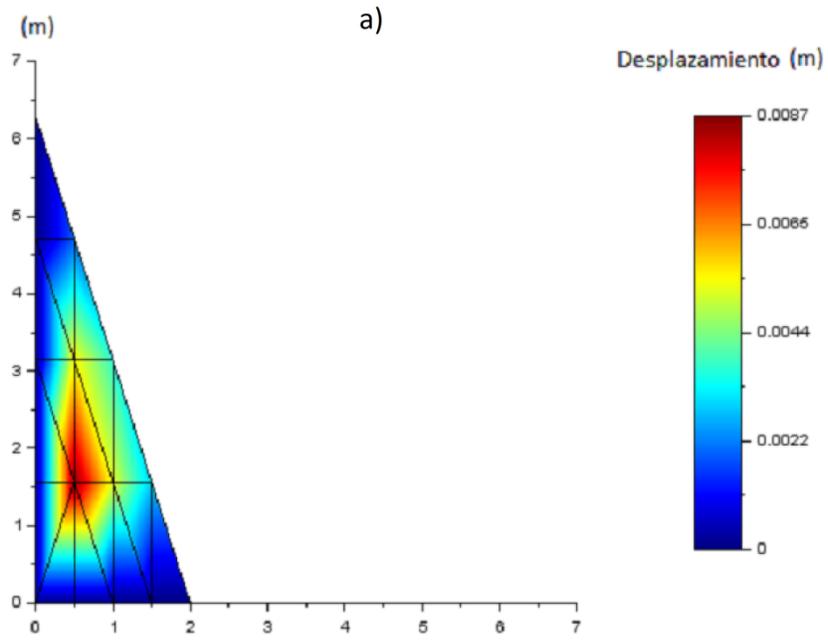
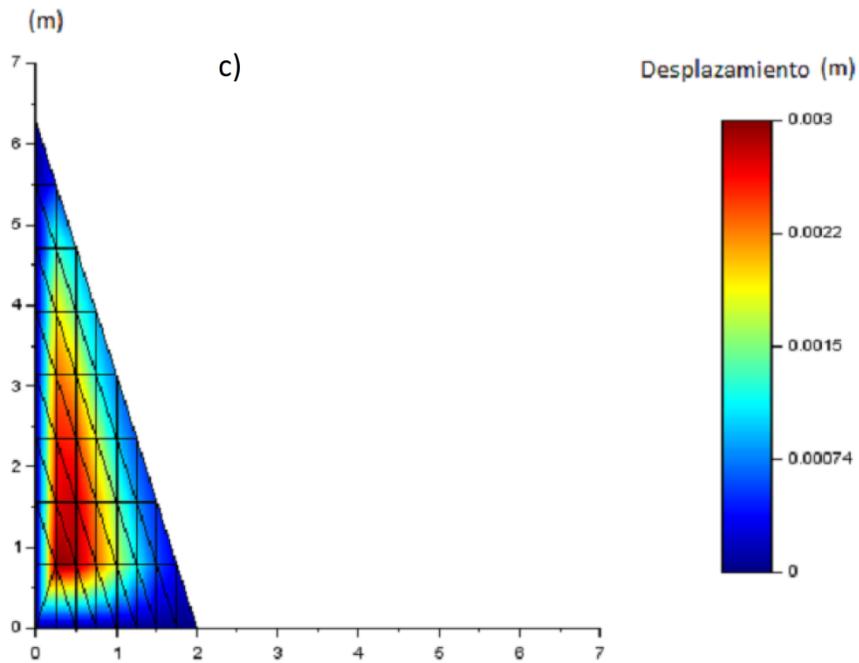


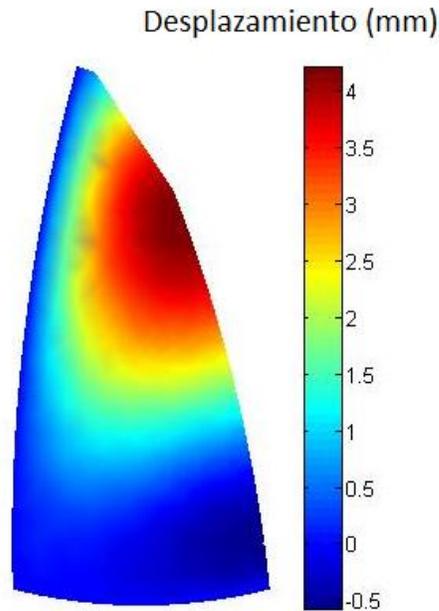
Figura 41: Resultados Pos-procesamiento en scilab, mallas con: a) 16, b) 32 y c) 64 elementos triangulares





Los resultados arrojados por el programa realizado en matlab con una malla elaborada en GID de 851 nodos y 1534 elementos (figura 34, 35 y 42) muestran un desplazamiento mayor en la baluma, teniendo en cuenta que para este caso la presión en la vela aumenta con respecto a la altura del grátil y la distancia del pujamen. En este caso los desplazamientos presentan una distribución parecida a la investigación realizada por (Trimarachi & Rizzo, 2009) donde los desplazamientos están ubicados en la baluma.

Figura 42: Resultados programa MATLAB malla con 851 y 1534 elementos



Análisis experimental

Para el análisis experimental se construyó una caja de madera destapada en su parte superior (figura 43), con una válvula de neumático de bicicleta en uno de sus lados (figura 44), en la parte superior se colocó un pedazo de mylar marcado con la ubicación de cada nodo de las mallas de 16, 36 y 64 elementos (figura 45). Se selló la caja usando resina epoxi. Se llenó de aire la caja usando un compresor de carro y con la ayuda de un metro laser colocado a 37 cm de altura de la caja. Los desplazamientos (en metros) fueron obtenidos mediante la siguiente expresión:

$$\text{Desplazamiento del nodo} = 0.37 - \text{lectura del metro laser}$$

Figura 43: Caja de deformación



Figura 44: Válvula



Figura 45: vela de mylar para el experimento





Análisis computacional vs experimental

Las deformaciones de la membrana de mylar fueron comparadas con los resultados para cada malla en el programa de scilab. Las curvas con las mallas de 16 elementos tienen desplazamientos parecidos, mientras que los desplazamientos de las mallas de 36 y 64 elementos del experimento con la caja presentan mayores desplazamientos en el centro de la membrana. Mientras que los resultados del programa evidencian el desplazamiento cerca al grátil.

Tabla 2: Comparación de los desplazamientos para una malla de 16 elementos

| Experimento con malla de 16 elementos | | | |
|---------------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------|
| Nodo | Desplazamiento real (m) | Desplazamiento programa scilab (m) | Posición nodo (x) |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0,5 |
| 3 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 1,5 |
| 5 | 0 | 0 | 2 |
| 6 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0,014 | 0,008721247 | 0,5 |
| 8 | 0,013 | 0,005219006 | 1 |
| 9 | 0,007 | 0,002831698 | 1,5 |
| 10 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0,006 | 0,005482542 | 0,5 |
| 12 | 0,004 | 0,003663166 | 1 |
| 13 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 0,002 | 0,001892326 | 0,5 |
| 15 | 0 | 0 | 0 |

Figura 46: Curvas de desplazamiento malla de 16 elementos

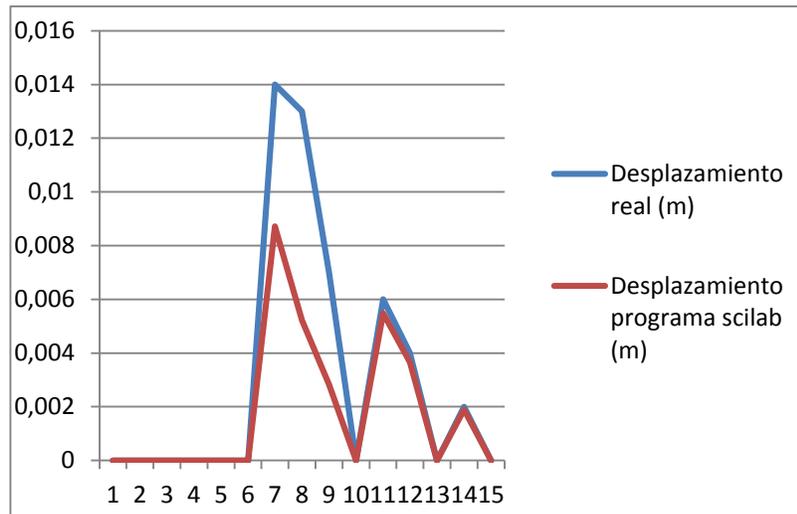


Tabla 3: Comparación de desplazamientos para una malla de 36 elementos

| Experimento con malla 36 de elementos | | | |
|---------------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------|
| Nodo | Desplazamiento real (m) | Desplazamiento programa scilab (m) | Posición nodo (x) |
| 1 | 0 | 0,00000 | 0,00 |
| 2 | 0 | 0,00000 | 0,33 |
| 3 | 0 | 0,00000 | 0,67 |
| 4 | 0 | 0,00000 | 1,00 |
| 5 | 0 | 0,00000 | 1,33 |
| 6 | 0 | 0,00000 | 1,67 |
| 7 | 0 | 0,00000 | 2,00 |
| 8 | 0 | 0,00000 | 0,00 |
| 9 | 0,01 | 0,00485 | 0,33 |
| 10 | 0,012 | 0,00417 | 0,67 |
| 11 | 0,013 | 0,00281 | 1,00 |
| 12 | 0,01 | 0,00148 | 1,33 |
| 13 | 0,005 | 0,00079 | 1,67 |
| 14 | 0 | 0,00000 | 0,00 |
| 15 | 0,011 | 0,00412 | 0,33 |
| 16 | 0,015 | 0,00356 | 0,67 |

| | | | |
|----|-------|---------|------|
| 17 | 0,013 | 0,00205 | 1,00 |
| 18 | 0,007 | 0,00122 | 1,33 |
| 19 | 0 | 0,00000 | 0,00 |
| 20 | 0,009 | 0,00348 | 0,33 |
| 21 | 0,01 | 0,00245 | 0,67 |
| 22 | 0,005 | 0,00151 | 1,00 |
| 23 | 0 | 0,00000 | 0,00 |
| 24 | 0,007 | 0,00242 | 0,33 |
| 25 | 0,002 | 0,00163 | 0,67 |
| 26 | 0 | 0,00000 | 0,00 |
| 27 | 0,002 | 0,00084 | 0,33 |
| 28 | 0 | 0,00000 | 0,00 |

Figura 47: Curvas de desplazamiento malla de 36 elementos

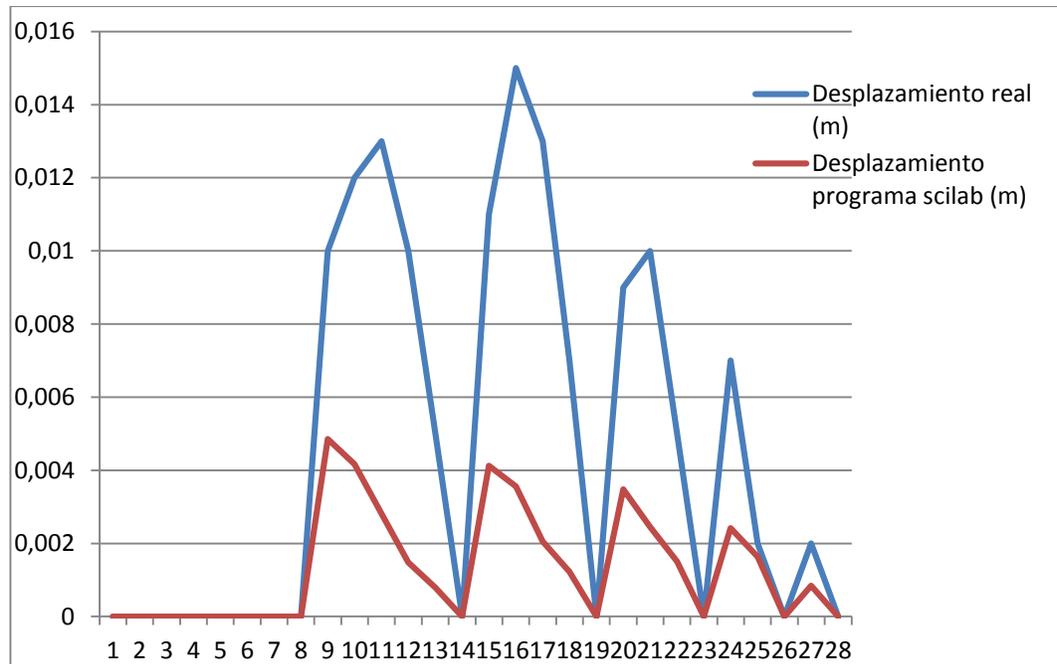
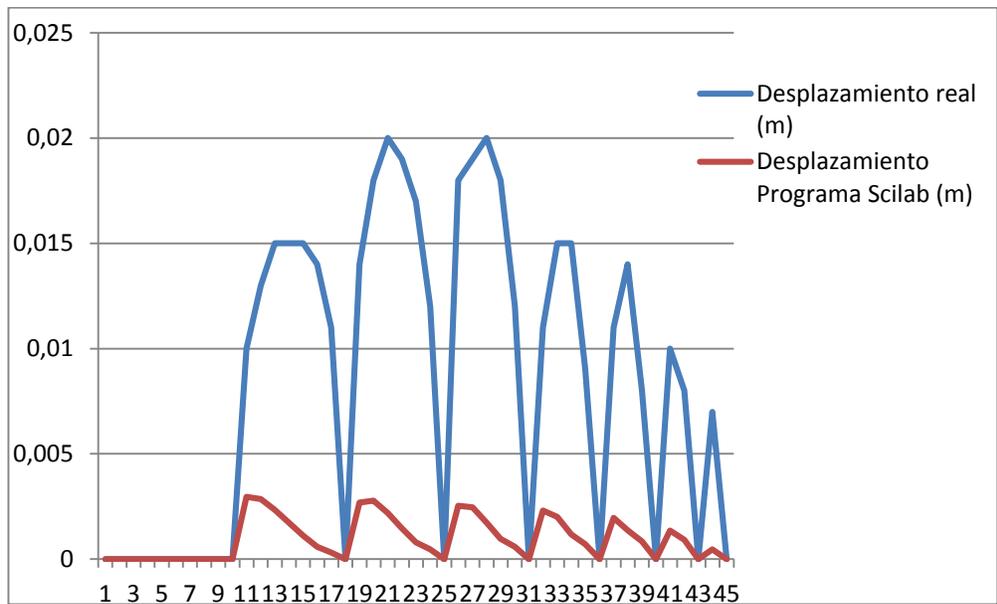


Tabla 4: Comparación de desplazamientos para una malla de 64 elementos.

| Experimento con malla 64 de elementos | | | |
|---------------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------|
| Nodo | Desplazamiento real (m) | Desplazamiento Programa Scilab (m) | Posición nodo (x) |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0,25 |
| 3 | 0 | 0 | 0,5 |
| 4 | 0 | 0 | 0,75 |
| 5 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 1,25 |
| 7 | 0 | 0 | 1,5 |
| 8 | 0 | 0 | 1,75 |
| 9 | 0 | 0 | 2 |
| 10 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0,01 | 0,002964746 | 0,25 |
| 12 | 0,013 | 0,002856473 | 0,5 |
| 13 | 0,015 | 0,002344187 | 0,75 |
| 14 | 0,015 | 0,001733016 | 1 |
| 15 | 0,015 | 0,001119619 | 1,25 |
| 16 | 0,014 | 0,000582509 | 1,5 |
| 17 | 0,011 | 0,000313987 | 1,75 |
| 18 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | 0,014 | 0,002686438 | 0,25 |
| 20 | 0,018 | 0,002773941 | 0,5 |
| 21 | 0,02 | 0,002189771 | 0,75 |
| 22 | 0,019 | 0,001460601 | 1 |
| 23 | 0,017 | 0,000794447 | 1,25 |
| 24 | 0,012 | 0,000472096 | 1,5 |
| 25 | 0 | 0 | 0 |
| 26 | 0,018 | 0,002532433 | 0,25 |
| 27 | 0,019 | 0,00246448 | 0,5 |
| 28 | 0,02 | 0,001739395 | 0,75 |
| 29 | 0,018 | 0,000964488 | 1 |
| 30 | 0,012 | 0,000580367 | 1,25 |
| 31 | 0 | 0 | 0 |
| 32 | 0,011 | 0,00230984 | 0,25 |
| 33 | 0,015 | 0,002007061 | 0,5 |
| 34 | 0,015 | 0,001168568 | 0,75 |

| | | | |
|----|-------|-------------|------|
| 35 | 0,009 | 0,000706012 | 1 |
| 36 | 0 | 0 | 0 |
| 37 | 0,011 | 0,001956053 | 0,25 |
| 38 | 0,014 | 0,001378376 | 0,5 |
| 39 | 0,008 | 0,000848954 | 0,75 |
| 40 | 0 | 0 | 0 |
| 41 | 0,01 | 0,001360793 | 0,25 |
| 42 | 0,008 | 0,000918103 | 0,5 |
| 43 | 0 | 0 | 0 |
| 44 | 0,007 | 0,000472175 | 0,25 |
| 45 | 0 | 0 | 0 |

Figura 48: Curvas de desplazamiento malla de 64 elementos.



El análisis de tensión ubicó el mayor esfuerzo de la vela en la parte superior cerca del puño de driza de la vela donde el viento ejerce la mayor presión. A diferencia del trabajo de (Trimarachi & Rizzo, 2009) la vela tiene una precarga para un viento de 15 a 20 nudos de intensidad.

Figura 49: Análisis de Tensión, mayores esfuerzos concentrados en el grátil cerca al puño de driza de la vela.

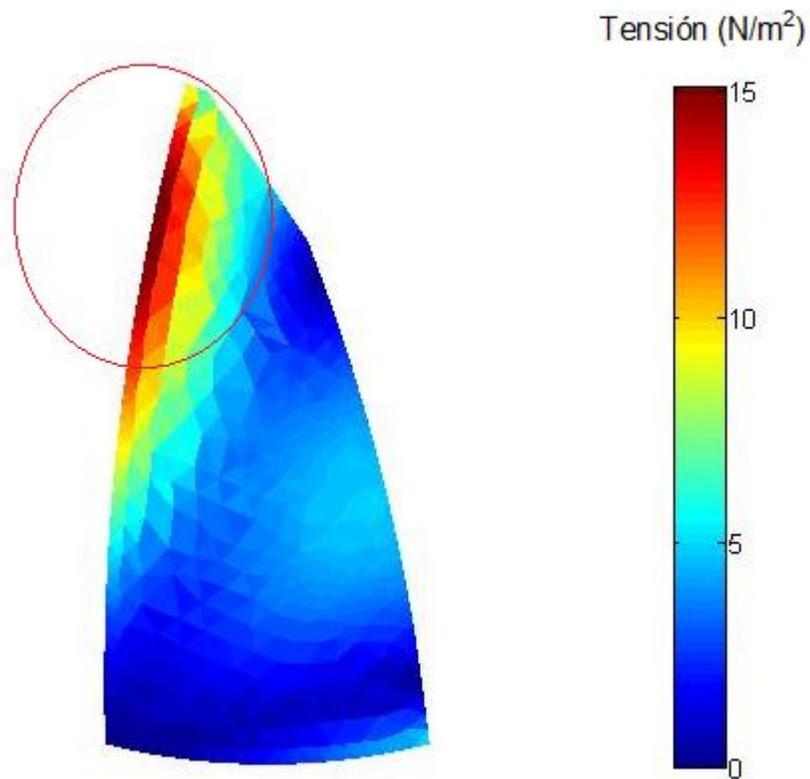


Figura 50: Análisis de desplazamiento sin precarga

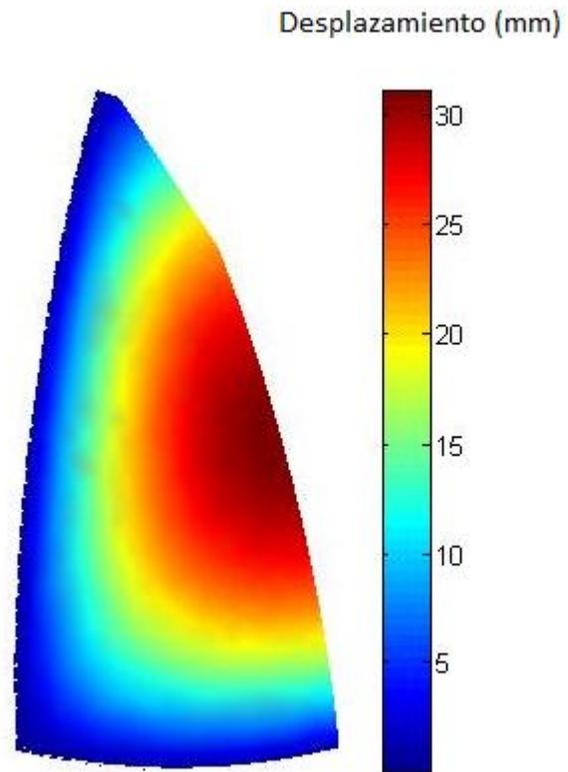
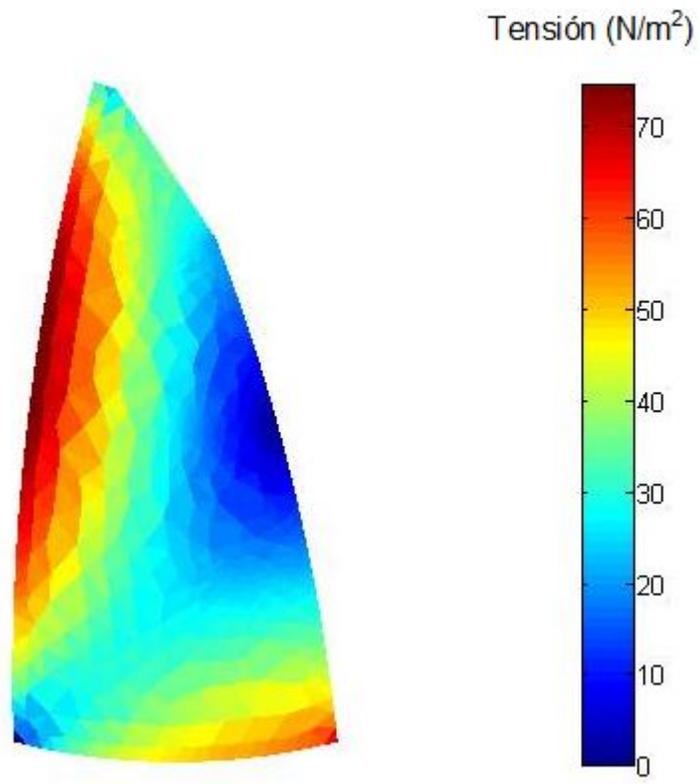


Figura 51: Análisis de tensión sin precarga



7. CONCLUSIONES

El método de los elementos finitos aplicado tiene ciertas consideraciones como el peso de la vela y arboladura, la flexión debida a estos, el comportamiento del fluido con la estructura de la embarcación, flujos ascendentes, temperatura, y otros fenómenos, que se tomaron como un punto de partida para futuras investigaciones. Se propone incluir en un próximo programa la dinámica de fluidos computacional y mejorar el pre-procesamiento para poder simular el entorno de una vela de competencia y compararla con un modelo experimental real, ya sea en un túnel de viento o en tiempo real.

El código diseñado arrojó un patrón de curvas muy similar al experimento de la caja de madera. La propiedad del material no fue considerada en este caso para mantener la linealidad en el sistema de ecuaciones, este factor de gran importancia junto con los elementos que conforman la vela como los cables y las costuras que unen los paños tiene que ser incluido para lograr una mayor precisión en los desplazamientos.

Los Análisis mecánicos revelaron que la precarga de una vela es muy importante, ya que cambia la localización e intensidad de los esfuerzos, por ende sus deformaciones, disminuyendo también el esfuerzo en la arboladura (mástil y botavara) y jarcia del velero. La distribución de presiones se ve afectada en gran manera, al no tener la tensión justa la vela no está orientada correctamente para el tipo de viento, al igual que un ala de avión no dará el rendimiento para el cual está diseñada.

El programa realizado no permite calcular un comportamiento mecánico real de las velas de competencia, debido a las consideraciones mencionadas anteriormente. El problema toma dichas consideraciones debido a la complejidad de abordar los fenómenos de manera conjunta. Debido a esto no es posible determinar una distribución de presiones de manera real en la vela usando este modelo

8. BIBLIOGRAFÍA

1. *Deportes Extremos*. (2007). Recuperado el 23 de Junio de 2013, de Deportes Extremos: <http://www.deportesextremos.net/vela/historia-de-la-navegacion.php>
2. *United States Snipe Sailing*. (2007). Recuperado el 9 de 8 de 2013, de <http://www.snipeus.org/join-the-class.asp?scp=28>
3. *Science Direct*. (6 de 6 de 2009). Recuperado el 28 de 4 de 2013, de Science Direct.
4. *Seattlepi*. (10 de 12 de 2010). Recuperado el 24 de 2 de 2014, de Seattlepi: <http://www.seattlepi.com/news/article/Gliding-high-Flitting-across-the-water-on-a-moth-1294162.php>
5. *El mundo*. (20 de 11 de 2011). Recuperado el 24 de 02 de 2014, de El mundo: <http://www.elmundo.es/elmundo/2010/11/20/nautica/1290282778.html>
6. *Navegar.com*. (8 de 7 de 2013). Recuperado el 15 de 01 de 2014, de Navegar.com: <http://www.navegar.com/copa-america-2013-primera-regata-louis-vuitton-cup/>
7. Chéret, B. (2010). *VELA LIGERA TÉCNICAS Y SENSACIONES*. Barcelona: Juventud,S.A.
8. Dale, M. (2011). *Derivation of Forces on a Sail using Pressure and Shape Measurements at Full-Scale*. Gothenburg: Chalmers Reproservice.
9. *El vuelo de las cometas*. (s.f.). Recuperado el 15 de 01 de 2014, de El vuelo de las cometas: <http://fluidos.eia.edu.co/hidraulica/articulosos/interesantes/cometas/cometas.htm>
10. FONDEAR. (2007). *Fondear S.L.* Recuperado el 23 de 6 de 2013, de Fondear: http://www.fondear.org/infonautic/barco/Velas_Aparejos/Historia_Vela/Historia_Vela.htm
11. FONDEAR. (2007). *Fondear S.L.* Recuperado el 23 de 6 de 2013, de Fondear: http://www.fondear.org/infonautic/barco/Velas_Aparejos/Tejidos/Tejidos_Vela.htm
12. *FUNDACION HISTARMAR "Historia y Arqueología Marítima"*. (s.f.). Recuperado el 20 de 03 de 2013, de FUNDACION HISTARMAR "Historia y Arqueología Marítima".
13. Lebedev, L., & Grossi, R. (2003). La ecuación de Poisson desde el punto de vista de la mecánica. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 383-394.
14. *SkySails*. (s.f.). Recuperado el 15 de 01 de 2014, de SkySails: <http://www.skysails.info/index.php?L=1>

15. Spalatelu Lazar, M., Léné, F., & Turbé, N. (29 de Junio de 2007). *Science Direct*. Recuperado el 28 de 04 de 2013, de Science Direct.
16. Trimarachi, D., & Rizzo, C. M. (12 de Octubre de 2009). *University of South Hapmton*. Recuperado el 20 de Julio de 2013, de University of South Hapmton: http://eprints.soton.ac.uk/69831/1/Trima_Rizzo_21-05-09.pdf
17. UK. (s.f.). *North Sails UK*. Recuperado el 15 de 01 de 2014, de North Sails UK: <http://www.uk.northsails.com/TECHNOLOGY/NorthDesignSuite/Flow/tabid/17308/language/en-US/Default.aspx>
18. Useche Vivero, J. F. (2012). En J. F. Useche Vivero, *Curso de Mecánica computacional* (pág. 27). Cartagena.

9. ANEXOS

9.1 CODIGO SCILAB

```
//Programa para análisis de la Ecuación de Poisson 2D utilizando el
Método de Elementos Finitos
//Juan Pablo Correal Vargas T00018659
//
-----

clear; clc; close

//-----
-----

// MODULO DE PREPROCESAMIENTO

//datos de entrada

gratil=input("ingrese un numero impar de nodos en el gratil")

stacksize('max')

cont=1
pujamen=gratil
x=linspace(0,2,gratil)
y=linspace(0,6.28,gratil)
nodos=(ceil(gratil/2))*gratil
v1=[1:nodos]'

//Generación de la matriz de coordenadas
for i=1:gratil

    for k=1:pujamen
        v2(cont,:)=x(k),y(i)
        if k==1 & cont>=pujamen then
            TBC(cont)=1//vector "flag" BC (condiciones de borde)
            T(cont)=0// Desplazamiento 0 en los nodos del gratil y
pujamen
        end
        if cont<=pujamen then
            TBC(cont)=1//vector "flag" BC (condiciones de borde)
            T(cont)=0
        end
        cont=cont+1
    end
    pujamen=pujamen-1
end
v3=zeros(nodos,1)
coord=[v1,v2,v3]//Coordendas de los nodos en un elemento Triangular
```

```

#E=(gratil-1)^2

#NXF=gratil

ve1=[1:#E]'

ve6([1:#E])=1

valo=#NXF-1
knots=#NXF// nodos por fila
ni=0 // es el nodo en el que inicia en cada fila de elementos
cont1=1
z=0
#EXF=(#NXF*2)-3
Cd=0.09
vel=11.83//velocidad (m/s)
den=1.223//densidad (kg/m^3)
P=(Cd*den*(vel^2))/2//presion ejercida por el viento sobre la vela
ten=105//fuerza de pretension de la vela

//Generación de la matriz de conectividad
p=linspace((P/ten),0,#EXF) //vector de presión de viento
cont2=1
while valo>=1
for k=1:valo
if k==1 & cont1==1 then
ve234(((2*(cont1))-1)-z,:)= [k+ni,k+ni+knots+1,k+ni+knots]
ve234((2*(cont1))-z,:)= [k,(k+ni+1),k+ni+knots+1]
else

if k==valo then
ve234(((2*(cont1))-1)-z,:)= [k+ni,k+ni+1,k+ni+knots]
else

ve234(((2*(cont1))-1)-z,:)= [k+ni,k+ni+1,k+ni+knots]
ve234((2*(cont1))-z,:)= [k+ni+1,(k+ni+knots)+1,k+ni+knots]

end
end

cont1=cont1+1

end

for j=1:#EXF
ve5(cont2)=p(j)
cont2=cont2+1
end
#EXF=#EXF-2
p=linspace((P/ten),0,#EXF)

z=z+1
ni=knots+ni

```

```

knots=knots-1
valo=valo-1
end

conex=[ve1,ve234,ve5,ve6]//Matriz de conectividad

npoin = length (coord(:,1));           //numero de nodos en el
modelo
nelem = length(conex(:,1));           //numero de elementos en
el modelo

Q = zeros (npoin,1);                 // vector de flujo nodal
aplicado

//Q([1,gratil,nodos])= 0;             //flujos externos
aplicados
T([nodos]) = 0;                       //desplazamientos nodales
conocidos

//-----
//MODULO DE PROCESAMIENTO DE DATOS

//armado del sistema global de ecuaciones
KGLB = zeros(npoin,npoin);
QGLB = zeros (npoin,1);
for el = 1 : nelem                    //lee todos los
elementos
    ke = conex (el,6);                 //lee propiedad del
elemento
    qe = conex (el,5);                 //lee fuente flujo
del elemento
    ndi = conex(el,2);                 //nodo "i" del
elemento
    ndj = conex(el,3);                 //nodo "j" del
elemento
    ndk = conex(el,4);                 //nodo "k" del
elemento
    //Obtiene coordenadas nodales
    xi = coord (ndi,2);
    xj = coord (ndj,2);
    xk = coord (ndk,2);
    yi = coord (ndi,3);
    yj = coord (ndj,3);
    yk = coord (ndk,3);
    //Calcula area del elemento
    ai= xj*yk - xk*yj;
    aj= xk*yi - xi*yk;
    ak= xi*yj - xj*yi;
    Ae= 0.5*(ai + aj + ak);
    //Calcula constantes BCEFHJ
    Bi = yj - yk;
    Bj = yk - yi;

```

```

Bk = yi - yj;
Gi = -(xj - xk);
Gj = -(xk-xi);
Gk = -(xi-xj);
// calcula Ke del elemeto
Ke(1,1) = Bi^2 + Gi^2;
Ke(1,2) = Bi*Bj + Gi*Gj;
Ke(1,3) = Bi*Bk + Gi*Gk;
Ke(2,2) = Bj^2 + Gj^2 ;
Ke(2,3) = Bi*Bk + Gj*Gk ;
Ke(3,3) = Bk^2 + Gk^2;
Ke(2,1) = Ke (1,2);
Ke(3,1) = Ke (1,3);
Ke(3,2) = Ke (2,3);
Ke = ke/(4 *Ae)*Ke;

//calcula vector flujo equivalente
Qe = (1/3)*qe*Ae*[1;1;1];
//Construye la matriz global del sistema
for i = 1 : 3 //lee cada fila de Ke
    IG = conex (el, i+1); //indice global "i"
    QGLB (IG) = QGLB (IG) + Qe(i); //vector nodal de flijos
nadales
for j = 1 : 3 //lee cada columna de Ke
    JG = conex (el, j+1); //indice global "j"
    KGLB(IG, JG) = KGLB(IG, JG) + Ke(i, j);
end
end

end

KTMP = KGLB;
//-----
//Calcula vector de términos independientes por T diferente de cero
for i = 1 : npoin
    if (TBC (i)==1) then
        QGLB = QGLB - KGLB(:,i)*T(i);
    end
end

QGLB = QGLB + Q;
//-----

//Solucion del sistema de ecuaciones

for i = npoin : -1 : 1 //barrido de
matrices
    if (TBC(i)==1) then
        KGLB (:,i) = []; //elimina
columna i

```

```

        KGLB (i,:) = [];
columna j
        QGLB (i) = [];
termino en QGLB
        end

end
TSOL = KGLB\QGLB
sistema
disp(TSOL)
//-----
//arma el vector completo de solucion

T (find(TBC==0)) = TSOL
disp(T)
//-----

////POSTPROCESAMIENTO DE DATOS

grafic=get("current_axes")
grafic.isoview="on"
grafic.data_bounds = [0,0,0;6.28,4,0.9]
xset("colormap", jetcolormap (250))
colorbar(min(T),max(T))

fec(coord(:,2),coord(:,3),conex(:,1:5),T, mesh=%t) //dibuja
solucion

```

9.2 CODIGO MATLAB

```

%solucion a la ecuacion de poisson utilizando
%elementos finitos triangulares (tres nodos) aplicado a la vela de
un
%velero
%

clear, clc, close all
%=====
%=====
%===== NOMBRE DEL MODELO
%=====
%=====
disp('1. carga modelo FEM de archivo de datos')
coordenadasyconectividadsnipe;

```

```

%=====
=====
%=====
=====
%=====
=====
disp('2. inicializa variables')
esc=abs(max(max(coord(:,2:3))))*0.01;
nnodes = length(coord(:,1));
nelem = length(conex(:,1));
FC = zeros(nnodes,1);
WC = zeros(nnodes,1);
FLAG = zeros(nnodes,1);
FLAG(bc(:,1)) = 1; %indica DOF conocidos
%-----
-----
if ~isempty(fc) FC(fc(:,1)) = fc(:,2); end
WC(bc(:,1)) = bc(:,2);
KGLB = zeros(nnodes,nnodes);
QGLB = zeros(nnodes,1);
WSOL = zeros(nnodes,1);
Xe = [coord(conex(:,2),2),coord(conex(:,3),2),coord(conex(:,4),2)];
Ye = [coord(conex(:,2),3),coord(conex(:,3),3),coord(conex(:,4),3)];
fill(Xe',Ye',[0,1,1]) %dibuja malla
hold on
text(coord(:,2),coord(:,3),num2str(coord(:,1)));
axis off
axis equal
%----- construye sistema global de ecuaciones -----
-----
disp('3. construye sistema global de ecuaciones')
for i = 1 : nelem
    ke = conex(i,5);
    qe = conex(i,6);
    %obtiene coordenadas nodales
    xi = coord(conex(i,2),2); xj = coord(conex(i,3),2); xk =
coord(conex(i,4),2);
    yi = coord(conex(i,2),3); yj = coord(conex(i,3),3); yk =
coord(conex(i,4),3);
    %calcula area del elemento
    ai = xj*yk - xk*yj;
    aj = xk*yi - xi*yk;
    ak = xi*yj - xj*yi;
    Ae = 0.5*(ai + aj + ak);
    %calcula constantes BCEFHJ
    bi = yj - yk;
    gi = xk - xj;
    bj = yk - yi;
    gj = xi - xk;
    bk = yi - yj;
    gk = xj - xi;
    %define matriz de rigidez del elemento
    Ke(1,1) = bi^2 + gi^2; Ke(1,2) = bi*bj + gi*gj; Ke(1,3) = bi*bk
+ gi*gk;

```

```

    Ke(2,2) = bj^2 + gj^2; Ke(2,3) = bj*bk + gj*gk; Ke(3,3) = bk^2
+   gk^2;
    Ke(2,1) = Ke(1,2);   Ke(3,1) = Ke(1,3);   Ke(3,2) = Ke(2,3);
    Ke = ke/(4*Ae)*Ke;
    %calcula vector flujo equivalente
    Qe = 1/3*qe*Ae*[1;1;1];
    %arma matriz de rigidez global y vector Q global
    for mm = 2 : 4
        for nn = 2 : 4
            ii = conex(i,mm);
            jj = conex(i,nn);
            KGLB(ii,jj) = KGLB(ii,jj) + Ke(mm-1,nn-1);
            FC(ii) = FC(ii) + Qe(mm-1);
        end
    end
end
%construye vector global
if ~isempty(bc)
    FF = FC + QGLB - KGLB(:,bc(:,1))*WC(bc(:,1));
else
    FF = FC + QGLB;
end

%----- solucion del sistema de ecuaciones -----
disp('4. soluciona sistema de ecuaciones')
bcc = sort(bc(:,1), 'descend');
if ~isempty(bcc)
    for i = 1 : length(bcc);
        KGLB(:,bcc(i)) = [];
        KGLB(bcc(i),:) = [];
        FF(bcc(i)) = [];
    end
end

Wtmp = inv(KGLB)*FF;

%arma el vector de solucion
disp('5. reconstruye vector de soluciÃ³n')
k = 0;
for i = 1 : nnodes
    if FLAG(i)==0
        k = k + 1;
        WC(i) = Wtmp(k);
    end
end

%----- grafica solucion -----
disp('6. grafica desplazamiento')
figure(2)
title('deflexion')
Wsol = [WC(conex(:,2)),WC(conex(:,3)),WC(conex(:,4))];
h=fill3(Xe',Ye',Wsol'*esc,Wsol');

```

```

set(h,'LineStyle','none')
colorbar
axis off
axis equal
hold on
view(0,90)

%----- calcula flujos -----
-----
disp('7. grafica tension')
figure(3)
for i = 1 : nelem
    ke = conex(i,5);
    %obtiene coordenadas nodales
    xi = coord(conex(i,2),2);
    xj = coord(conex(i,3),2);
    xk = coord(conex(i,4),2);
    yi = coord(conex(i,2),3);
    yj = coord(conex(i,3),3);
    yk = coord(conex(i,4),3);
    xcg = (xi + xj + xk)/3;
    ycg = (yi + yj + yk)/3;
    ai = xj*yk - xk*yj;
    aj = xk*yi - xi*yk;
    ak = xi*yj - xj*yi;
    Ae = 0.5*(ai + aj + ak);
    %calcula constantes BCEFHJ
    bi = yj - yk;
    gi = xk - xj;
    bj = yk - yi;
    gj = xi - xk;
    bk = yi - yj;
    gk = xj - xi;
    Wsol = [WC(conex(i,2)),WC(conex(i,3)),WC(conex(i,4))];
    qx = -ke/Ae*[bi,bj,bk]*Wsol;
    qy = -ke/Ae*[gi,gj,gk]*Wsol;
    q = sqrt(qx^2 +qy^2);
    flux(i,:) = [q,q,q];
    %x(i,:) =[xcg,xcg+qx];
    %y(i,:) =[ycg,ycg+qy];
end
%arrowline(x,y,'color',[0,0,0]);
title('Distribucion de tension')
h=fill(Xe',Ye',flux');
set(h,'LineStyle','none')
colorbar
axis off
axis equal

```

9.3 DEFINICIÓN DE NODOS, ELEMENTOS Y VECTOR DE DESPLAZAMIENTOS MATLAB

Para ver la matriz de coordenadas y conectividad dirigirse al programa realizado en matlab “mayorsnipefebrero11”

```
Cd=0.09;%coeficiente de arrastre de la vela
vel=11.83;%velocidad (m/s)
den=1.223;%densidad (kg/m^3)
P=(Cd*den*(vel^2))/2;%presion ejercida por el viento sobre la vela
t=1
nelem=size(c1);

for i = 1 : nelem
    nodo_i = c1(i,2);
    nodo_j = c1(i,3);
    nodo_k = c1(i,4);
    xi = coord(nodo_i,2);
    xj = coord(nodo_j,2);
    xk = coord(nodo_k,2);
    yi = coord(nodo_i,3);
    yj = coord(nodo_j,3);
    yk = coord(nodo_k,3);
    xcg = (xi+xj+xk)/3;
    ycg = (yi+yj+yk)/3;
    press = (P/t)-abs(xcg)+abs(ycg);
    c3(i) = press;
end

c2([1:nelem])=1;
conex=[c1,c2',c3'];

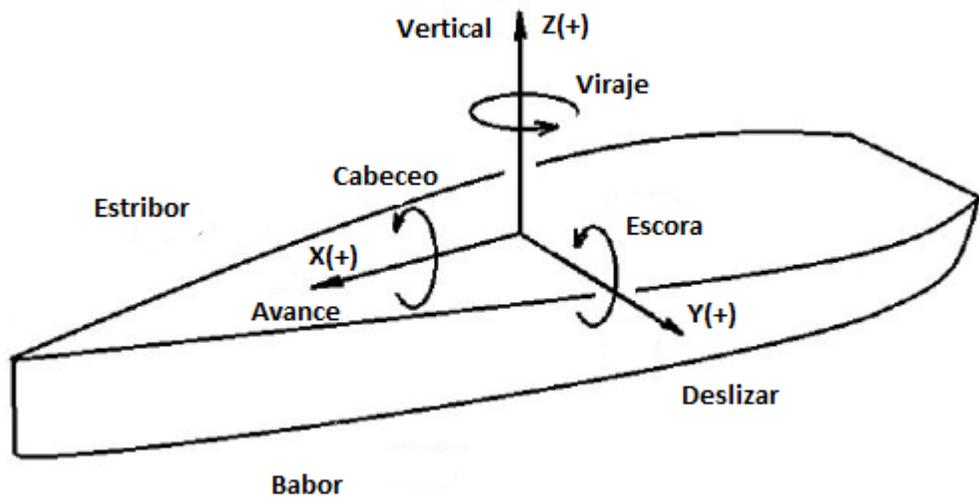
ax=1/2*0-(13.278/100)+1/2*(59.229/100);
bx=-1/2*0+1/2*(59.229/100);
cx=13.278/100;
ee=[-1:0.01:+1];
xx=ax*ee.^2 +bx*ee+cx;
ay=0.5*0.0 -(257.38/100)+0.5*(482.38/100);
by=-0.5*0+0.5*(482.38/100);
cy=(257.38/100);
yy=ay*ee.^2 +by*ee+cy;
dmin=1E30;
nn=0;
nodbc=zeros(length(coord(:,1)),1);
for j = 1 : length(xx)
    dmin = sqrt((coord(:,2)-xx(j)).^2 + (coord(:,3)-yy(j)).^2);
    [dmin, nnd] = min(dmin);
    if (dmin<=2.0 & nodbc(nnd)==0)
        nodbc(nnd) = 1;
    end
end
```

```

        end
    end
    n = find(nodbc==1);
    nxbc=[815;find(coord(:,3)<=-0.04);850;851]
    nzeros=[n;nxbc]
    %plot(coord(nzeros,2),coord(nzeros,3),'ro')
    hold on
    %plot(coord(:,2),coord(:,3),'b.')
    axis equal
    desp=zeros(size(nzeros));
    bc=[nzeros,desp];%nodos con desplazamiento conocido
    fc = [];

```

9.4 GRADOS DE LIBERTAD DE UN VELERO



Fuente: (Dale, 2011)