

# Aplicación del método de Montecarlo al análisis de falla de placas laminadas, bajo carga puntual constante en su centro

Luis Miguel Pérez Pértuz

Universidad Tecnológica de Bolívar  
Facultad de Ingeniería Mecánica  
Cartagena, Colombia  
2015-2016



# Aplicación del método de Montecarlo al análisis de falla de placas laminadas, bajo carga puntual constante en su centro

Luis Miguel Pérez Pértuz

Tesis o trabajo de grado presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:  
**Ingeniero Mecánico**

Director(a):

Ph.D.Ingeniero Mecánico Jairo Francisco Useche Vivero

Universidad Tecnológica de Bolívar

Facultad de Ingeniería Mecánica

Cartagena, Colombia

2015-2016



## Dedicatoria

La constancia es la virtud por la que todas las cosas dan su fruto.

**Arturo Graf**



# Agradecimientos

Primero y como mas importante, me gustaría agradecer sinceramente a mi asesor de tesis, **Dr. Jairo Useche**, su esfuerzo y dedicación.

Su conocimientos, sus orientaciones, su manera de trabajar, su persistencia, su paciencia y su motivación han sido fundamentales para mi formación como investigador.

Él ha inculcado en mí un sentimiento de seriedad, responsabilidad y rigor académico sin los cuales no podría tener formación completa como investigador.

A su manera, ha sido capaz de ganarse mi lealtad y admiración, así como sentirme en deuda con él por todo lo recibido durante el periodo de tiempo que ha durado esta Tesis de grado.





## Resumen

El trabajo propone la utilización de un abordaje probabilístico basado en simulación de Montecarlo para el estudio de resistencia a la falla de placas de materiales compuestos laminados con agujeros. Las placas fueron fabricadas con layers de fibra de vidrio y matriz de poliéster. La resistencia a la rotura de las fibras fué determinada mediante ensayos de tracción y a partir de los ensayos se construyó una función de distribución de probabilidad tipo Weibull. Igualmente, las propiedades mecánicas de la matriz fué caracterizada mediante ensayos de tracción. Igualmente, la resistencia ultima a la tracción de matriz fué modelada mediante una función de distribución de probabilidad tipo Weibull. Se utilizan modelos micromecánicos establecidos en la literatura para determinar las propiedades mecánicas de cada layer. La distribución de esfuerzos alrededor de un agujero en una placa laminada sometida a cargas en su plano fueron determinados mediante la utilización de modelos analíticos. Son utilizados los criterios de falla reportados en la literatura para evaluar la falla por delaminación, desprendimiento de fibra, rotura de matriz y rotura de fibra. Se desarrolló un programa en MATLAB(R) para el desarrollo de experimentos numéricos basados en el método de Montecarlo. De esta manera se obtuvo la probabilidad de falla de las placas.

**Palabras clave:** Distribución de Weibull, Layers, Matriz de poliéster, Fibra de vidrio, Distribucion de esfuerzos, Simulacion de Montecarlo, Rotura, Agujero.

## Abstract

Micromechanics is the analysis of materials composite or heterogeneous (more than one phase), which explores the mechanical properties of the materials that make up the composite material. Heterogeneous materials, such as solid foams, plastic reinforced fiberglass, or concrete, consist of clearly distinguishable components that show different mechanical and physical properties of materials it is necessary the study of micromecanicos models, since through these we can determine the macroscopic properties of materials either pure or composite characteristics such as flexibility , mechanical strength, thermal expansion coefficient, among others, from the distribution of the microstructure of the materials. Development of Micromechanics has led if breakthroughs in the development of new materials, at the same time the improvement of mechanical properties which are very important when selecting a material according to the needs of work, whereby the interest for the industrial sector, such as the sector digital, since at the time the development of new technologies is increasingly small which must know precisely as it is the behavior of materials at a microscopic level, at the same time is also important for companies that are looking for lighter materials are used in their manufacturing processes but also have excellent mechanical properties, is the case of the shipbuilding industry.

**Keywords:** Weibull Distribution, Layers, Array of polyester, Glass fiber, Distribution of efforts, Monte Carlo simulation, Breakage, Agujer

# Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
1.1. Planteamiento y Formulación del problema . . . . .	3
1.1.1. Formulación del problema . . . . .	3
1.2. Objetivo de la investigación . . . . .	3
1.2.1. Objetivo general . . . . .	3
1.2.2. Objetivos específicos . . . . .	3
1.3. Justificación de la investigación . . . . .	4
<b>2. Marco teórico</b>	<b>5</b>
2.1. Variable aleatoria . . . . .	5
2.1.1. Función de probabilidad . . . . .	5
2.2. Distribución de probabilidad . . . . .	5
2.2.1. Distribución de Weibull . . . . .	5
2.3. Análisis unidimensional de placas de compuestos laminados . . . . .	8
2.4. Criterios de falla para compuestos laminados . . . . .	13
2.4.1. Modos de Falla . . . . .	13
2.4.2. Criterios de Falla . . . . .	14
2.5. Concentradores de esfuerzo en placas laminadas . . . . .	16
2.5.1. Concentradores tensión alrededor de los agujeros . . . . .	16
2.6. Modelo paralelo y serie para determinar la resistencia de la fibra a partir del mazo de fibras . . . . .	18
2.7. Simulación de MonteCarlo . . . . .	19
<b>3. Análisis y procesamiento de resultados obtenidos mediante las pruebas de tracción</b>	<b>21</b>
3.1. Materiales utilizados para las pruebas de ensayos . . . . .	21
3.1.1. Ensayos mecánicos aplicados a mechones de fibra de vidrio . . . . .	22
3.1.2. Consideraciones para el análisis de la fibra de vidrio en la prueba de tracción utilizando programa CAD (Solid Edge) . . . . .	23

---

<b>4. Evaluación de la probabilidad de falla de una lamina de material compuesto</b>	<b>27</b>
4.1. Resultados de la simulación de Montecarlo aplicada a compuestos laminados.	28
4.2. Diagrama de perfiles de esfuerzo en el espesor, en el centro de la placa . . . .	32
4.3. Análisis de esfuerzos alrededor de el agujero . . . . .	33
<b>5. Resumen de la metodología, conclusiones, recomendaciones y Aportes a la linea de investigación</b>	<b>35</b>
5.1. Resumen de la metodología . . . . .	35
5.2. Conclusiones . . . . .	36
5.3. Recomendaciones . . . . .	37
5.4. Aportes a la linea de investigación . . . . .	37
<b>6. Referencias Bibliográficas</b>	<b>38</b>
<b>A. Anexos</b>	<b>40</b>

# 1. Introducción

Los Materiales Compuestos se obtienen al unir dos o más materiales distintos sin que se produzca reacción química entre ellos, pero que combinan sus propiedades, imposibles de obtener en un material original.<sup>[1]</sup>

Estos materiales compuestos tienen un requisito principal, garantizar las mismas cualidades de resistencia mecánica y/o química, de los materiales originales, pero cumpliendo unos objetivos fundamentales, según la prestación que deben realizar, como son disminuir peso, mejorar propiedades anticorrosivas, dieléctricas, rigidez, rendimiento a altas temperaturas, dureza, etc.<sup>[1]</sup>

La mayoría de las tecnologías modernas requiere de materiales con una combinación inusual de propiedades, imposible de conseguir con los metales, las cerámicas y los polímeros convencionales. Esta necesidad es muy evidente en aplicaciones espaciales, subacuáticas y en los transportes. En la aeronáutica se solicitan materiales de baja densidad y que sean resistentes y rígidos, y también resistentes al impacto, corrosión y a la abrasión. Esta combinación de propiedades es algo muy extraordinario, porque frecuentemente los materiales más densos son los más resistentes, además que un incremento de la resistencia y de la rigidez, se traduce generalmente en una disminución de la resistencia al impacto. Estas características físico-químicas deseadas se han logrado con el surgimiento y desarrollo de los materiales compuestos.<sup>[1]</sup>

Las combinaciones de propiedades de materiales y la gama de sus valores han ido en aumento mediante el desarrollo de los materiales compuestos, los cuales se obtienen al unir dos o más materiales de propiedades diferentes, que se combinan al nivel macroscópico, no siendo solubles entre sí, para conseguir una combinación de propiedades que no es posible obtener en los materiales originales.<sup>[1]</sup>

Determinar el comportamiento de los materiales compuestos nos llevan a la utilización de modelos estadísticos, en los cuales se encuentran inmersos muchos análisis ya sea estocásticos o determinísticos.

La importancia de utilizar en este trabajo análisis estocástico sobre el determinístico en las propiedades de resistencia del material compuesto, es tener esa aleatoriedad, ya que como se

sabe, por mucho que se intente copiar un producto, siempre va a existir un factor que lo va a ser diferente. Con relación al análisis determinístico en este trabajo se fijaron parámetros como los de carga aplicada, considerarlo un valor constante a lo largo del tiempo.

## **1.1. Planteamiento y Formulación del problema**

### **Descripción del problema**

El problema a abordar en el siguiente proyecto es el de determinar la probabilidad de falla de los materiales compuestos laminados con agujeros (Fibra de vidrio - Matriz) para el estudio de la resistencia a la falla y confiabilidad de los mismos, utilizando como herramientas estadísticas la simulación de MonteCarlo.

#### **1.1.1. Formulación del problema**

¿Cómo puede determinarse la confiabilidad estructural de placas con agujeros fabricada con materiales compuestos laminados, aplicando una carga puntual y constante en su centro?.

## **1.2. Objetivo de la investigación**

Esta investigación tiene como objetivo estimar la probabilidad de falla de los materiales compuestos laminados (Fibra de vidrio - Matriz), por medio de análisis estadístico como distribución de Weibull y simulación de Montecarlo.

#### **1.2.1. Objetivo general**

Estimar por medio de modelos estadísticos y simulación de Montecarlo la probabilidad de falla de compuestos laminados, aplicando una carga puntual y constante en su centro.

#### **1.2.2. Objetivos específicos**

- Realizar pruebas de tracción para conocer el comportamiento estocástico de la fibra de vidrio Woven roving.
- Utilizar la distribución de Weibull para modelar los resultados obtenidos en la prueba de tracción de la fibra de vidrio Woven roving.

- Utilizar Montecarlo para repetir  $N$  veces el análisis de una placa de compuesto laminado bajo condiciones de carga fijas y considerando la resistencia de la fibra de vidrio como estocástica.

### **1.3. Justificación de la investigación**

Este trabajo se realizara con el fin de implementar nuevos métodos para el calculo de la probabilidad de falla de un material, en este caso un compuesto laminado, se observa que cuando nos referimos a calculo de probabilidad debemos saber que método es el adecuado para realizar dicho análisis, en el diseño tenemos dos consideraciones en base al comportamiento del material y a las cargas aplicadas, si es deterministico (que sus valores son fijos) o si es estocástico (que presenta incertidumbre). La utilización de metodología numérica nos a ayudado a comprender mucho mas los materiales compuestos ya que esta serie de métodos entre mas complejos son, mas presión obtenemos en su resultado, claro esta que es importante la validación de estos mediante diseño experimental.

## 2. Marco teórico

### 2.1. Variable aleatoria

Una variable estocástica es un número real asociado al resultado de un experimento o medición aleatoria, una cantidad variable, tal como: resistencia, tamaño o peso, cuyo valor depende del resultado de un experimento o medición hecha al azar. [11]

#### 2.1.1. Función de probabilidad

La función de probabilidad  $p = f(x)$  proveniente de un espacio muestral  $x$ , es la función asociada a cada punto de dicho espacio muestral.

La probabilidad de que  $x$  sea menor que o igual a cierto valor  $x$  se puede obtener de la función de probabilidad mediante la suma de las probabilidades de todas las  $x$  hasta e incluyendo  $x_i$  [11].

La suma de los valores de  $x$  se conoce como una distribución de probabilidad acumulativa. La función  $F(x)$  se denomina función de densidad acumulativa de  $x$ . En términos de  $f(x)$  se puede expresar matemáticamente de la forma general [11]:

$$F(x_i) = \sum_{x_j \leq x_i} f(x_j) \quad (2-1)$$

### 2.2. Distribución de probabilidad

Existe un número de distribuciones estándar discretas y continuas de probabilidad que se aplican comúnmente a problemas de ingeniería. En este trabajo nos enfocaremos en la distribución de Weibull.

#### 2.2.1. Distribución de Weibull

La estadística de Weibull ha sido usada en los últimos años para describir el comportamiento estadístico de algunos materiales como cerámicos avanzados, compuestos de matriz metálica, compuestos de matriz cerámica y otros compuestos de matriz polimérica. La distribución



de Weibull también describe la fatiga de algunos materiales y la dispersión de la tendencia a la fractura.<sup>[3]</sup>

Los dos parámetros de la distribución de Weibull están dados por<sup>[3]</sup>:

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right] \quad (2-2)$$

**F**: Probabilidad de ruptura del material bajo tensión de tracción uniaxial  $\sigma$ .

**m**: Es el módulo de Weibull o parámetro de forma.

$\sigma_o$ : Es el parámetro de escala de la distribución.

Para el cálculo del módulo de Weibull **m** utilizamos la siguiente ecuación<sup>[3]</sup>:

$$m = \frac{(\sum W_i)(\sum W_i z_i y_i) - (\sum W_i z_i)(\sum W_i y_i)}{(\sum W_i)(\sum W_i z_i^2) - (\sum W_i z_i)^2} \quad (2-3)$$

Donde  $W_i$  según Bergman [Autor] en la realización de la regresión lineal, el factor peso del material está dada por la siguiente expresión<sup>[3]</sup>:

$$W_i = [(1 - F_i) * \ln(1 - F_i)]^2 \quad (2-4)$$

donde  $F_i$  se calcula de la siguiente manera<sup>[3]</sup>:

$$F_i = \frac{i - 0,3}{(n + 0,4)} \quad (2-5)$$

$i$ : Número de la muestra a evaluar en la  $i$ th posición.

$n$  = Número total de pruebas hechas.

Para el cálculo de  $z_i$ ,  $y_i$  y  $a$  que son parámetros para la regresión lineal se utilizan las siguientes expresiones<sup>[3]</sup>:

$$z_i = \ln(\sigma_i) \quad (2-6)$$

$\sigma_i$ : Esfuerzo obtenido experimentalmente.

$$y_i = \ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - F_i}\right)\right] \quad (2-7)$$

$$a = \frac{(\sum W_i y_i) - m(\sum W_i z_i)}{(\sum W_i)} \quad (2-8)$$

Para obtener el parámetro  $\sigma_o$  se utilizá la siguiente expresión en función del parámetro  $a$  y el módulo de Weibull<sup>[3]</sup>:

$$\sigma_o = \exp\left(-\frac{a}{m}\right) \quad (2-9)$$

Para la densidad de probabilidad de Weibull se utilizá la siguiente expresión<sup>[3]</sup>:

$$f(\sigma_o) = L \frac{m}{\sigma_o} \left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^{m-1} \exp\left[-L \left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right] \quad (2-10)$$

$L$ : Longitud de la zona de prueba de la probeta.

$m$ : Es el módulo de Weibull o parámetro de forma.

$\sigma_o$ : Es el parámetro de escala de la distribución.

$\sigma$ : Es el esfuerzo obtenido en la experimentación.

## 2.3. Análisis unidimensional de placas de compuestos laminados

Se considera una viga laminada empotrada en sus dos extremos sometida a una carga uniformemente distribuida actuando hacia abajo  $q = q_o$  (ver figura 2.1). La deflexión es simétrica en el punto  $x = \frac{a}{2}$ .

La ecuación general de la curva elástica de esta viga está dada por<sup>[2]</sup>:

$$E_{xx}^b I_{yy} W_o(x) = \frac{q_o b x^4}{24} + \frac{C1 x^3}{6} + \frac{C2 x^2}{2} + C3 x + C4 \quad (2-11)$$

Donde las constantes C1...C4 son evaluadas utilizando las condiciones de borde y de simetría en el punto  $x = a/2$ ; que son<sup>[2]</sup>:

$$W_o(0) = 0; W_o(a) = 0; \frac{dW_o(0)}{dx} \Big|_{x=0} = 0; \frac{dW_o(a)}{dx} = 0 \quad (2-12)$$

Ó:

$$W_o(0) = 0; \frac{dW_o(0)}{dx} \Big|_{x=0} = 0; \frac{dW_o(0)}{dx} \Big|_{x=\frac{a}{2}} = 0; a\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{dW}{dx} = -E_{xx} I_{yy} \frac{d^3 W}{dx^3} \Big|_{x=\frac{a}{2}} = 0 \quad (2-13)$$

Remplazando (2-11) y (2-12) en (2-10) y solucionando para C1...C4 se obtiene la ecuación de curva elástica<sup>[2]</sup>:

$$W_o(x) = \frac{q_o b a^4}{24 E_{xx}^b I_{yy}} \left[ \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{x}{a}\right) \right]^2 \quad (2-14)$$

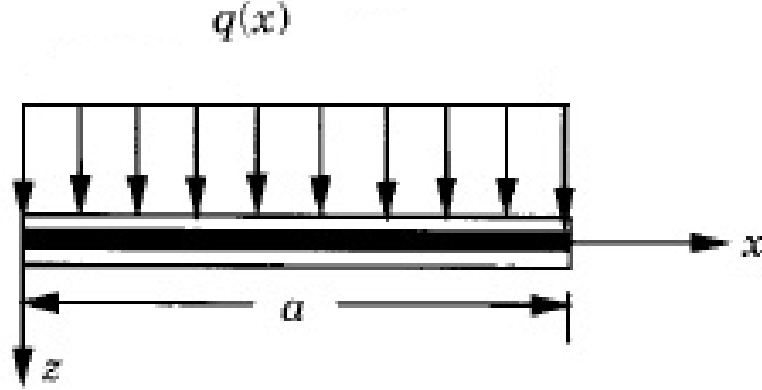


Figura 2-1.: Geometría de una viga laminada

La deflexión en  $x = \frac{a}{2}$  esta dada por<sup>[2]</sup>:

$$W_{Max} = \frac{q_o b a^4}{384 E_{xx}^b I_{yy}} \quad (2-15)$$

Igualmente el momento flector máximo y el máximo esfuerzo normal  $\sigma_{xx}$  ocurre en  $x = 0$  y  $x = a$  están dados por<sup>[2]</sup>:

$$M_x = -\frac{q_o b a^2}{12} \left[ 1 - 6\left(\frac{x}{a}\right) + 6\left(\frac{x}{a}\right)^2 \right]; M_{Max} = -\frac{q_o b a^2}{12} \quad (2-16)$$

$$\sigma_{xx}^{(k)}(0, z) = -\frac{q_o a^2 z}{12} (Q_{11}^{(-k)} D_{11}^* + Q_{12}^{(-k)} D_{12}^* + Q_{16}^{(-k)} D_{16}^*) \quad (2-17)$$

Donde  $k$  es la  $k$ -ésima capa del laminado.  $W_o$  es tomada positiva hacia arriba y  $M_{(x)}$  es positivo en sentido de las manecillas del reloj.

El modulo de rigidez  $E_{xx}^b I_{yy}$  puede calcularse a través de la expresión<sup>[2]</sup>:

$$E_{xx}^b I_{yy} = \frac{b}{D_{11}^*} \quad \text{con} \quad I_{yy}^{bh^3} = \frac{bh^3}{12} \quad (2-18)$$

Siendo  $b$  el espesor de la viga y  $h$  su altura. Las constantes  $D_{11}^*$ ,  $D_{12}^*$ ,  $D_{16}^*$  pueden ser calculadas a través de las expresiones<sup>[2]</sup>:

$$D_{11}^* = (D_{22}D_{66} - D_{26}D_{26})/D^* \quad (2-19)$$

$$D_{12}^* = (D_{16}D_{26} - D_{12}D_{66})/D^* \quad (2-20)$$

$$D_{16}^* = (D_{12}D_{26} - D_{22}D_{16})/D^* \quad (2-21)$$

Donde:

$$D^* = D_{11}D_1 + D_{12}D_2 + D_{16}D_3 \quad (2-22)$$

Y:

$$D_1 = D_{22}D_{66} - D_{26}D_{26} \quad (2-23)$$

$$D_2 = D_{16}D_{26} - D_{12}D_{66} \quad (2-24)$$

$$D_3 = D_{12}D_{26} - D_{22}D_{16} \quad (2-25)$$

Donde  $D_{ij}$  con  $i, j = 1, 2, 6$  son las componentes de la matriz de rigidez  $D$  <sup>[2]</sup>:

$$\begin{vmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} K_{xx} \\ K_{yy} \\ K_{xy} \end{vmatrix}. \quad (2-26)$$

Donde  $M_x, M_y, M_{xy}$  son los momentos flectores internos por unidad de longitud y  $K_x, K_y, K_{xy}$  son las curvaturas.  $D_{ij}$  esta dado por<sup>[3]</sup>:

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N Q_{ij}^{-k} (z_{k+1}^3 - z_k^3) \quad (2-27)$$

Donde  $N$  es el numero de laminas y  $Q_{ij}^{-k}$  está dado por<sup>[3]</sup>:

$$Q_{11}^{-k} = Q_{11}^k \cos^4 \theta_k + 2(Q_{12}^k + 2Q_{66}^k) * \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + Q_{22}^k \sin^4 \theta_k \quad (2-28)$$

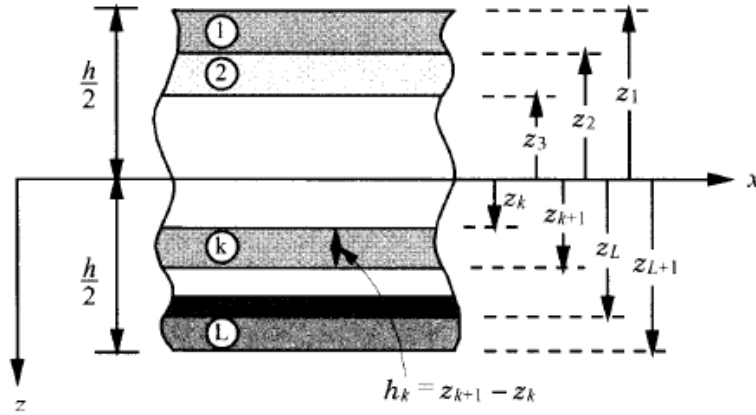
$$Q_{12}^{-k} = (Q_{11}^k - Q_{12}^k - 4Q_{66}^k) * \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + Q_{12}^k (\sin^4 \theta_k + \cos^4 \theta_k) \quad (2-29)$$

$$Q_{16}^{-k} = (Q_{11}^k - Q_{12}^k - 2Q_{66}^k) * \sin \theta_k \cos^2 \theta_k + (Q_{12}^k - Q_{22}^k - 2Q_{66}^k) * \sin^3 \theta_k \cos \theta_k \quad (2-30)$$

$$Q_{22}^{-k} = Q_{11}^k \sin^4 \theta_k + 2(Q_{12}^k + 2Q_{66}^k) * \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + Q_{22}^k \cos^4 \theta_k \quad (2-31)$$

$$Q_{26}^{-k} = (Q_{11}^k - Q_{12}^k - 2Q_{66}^k) * \sin^3 \theta_k \cos \theta_k + (Q_{12}^k - Q_{22}^k - 2Q_{66}^k) * \sin \theta_k \cos^3 \theta_k \quad (2-32)$$

$$Q_{66}^{-k} = (Q_{11}^k + Q_{22}^k - 2Q_{12}^k - 2Q_{66}^k) * \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + Q_{66}^k (\sin^4 \theta_k + \cos^4 \theta_k) \quad (2-33)$$



**Figura 2-2.:** Sistema de coordenadas y numeración de capas usando una placa laminada<sup>[3]</sup>

Donde  $Q_{ij}^k$  esta dado por<sup>[3]</sup>:

$$Q_{11}^k = \frac{E_1^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k} \quad (2-34)$$

$$Q_{12}^k = \frac{\nu_{12}^k E_2^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k} \quad (2-35)$$

$$Q_{22}^k = \frac{E_2^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k} \quad (2-36)$$

$$Q_{66}^k = G_{12}^k \quad (2-37)$$

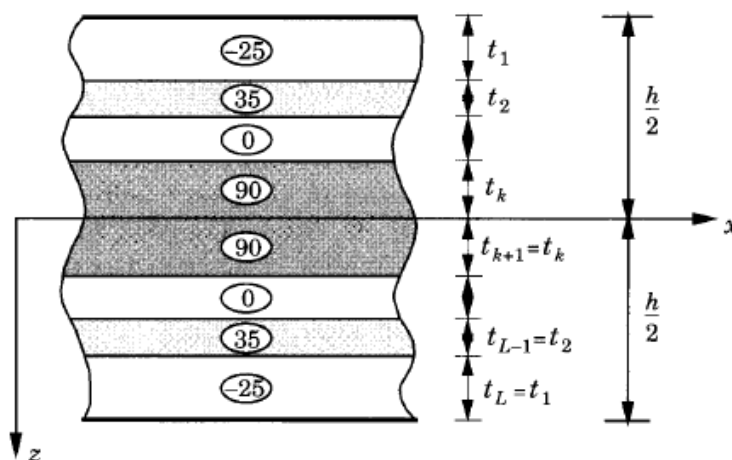


Figura 2-3.: Laminado Simétrico [3]

## 2.4. Criterios de falla para compuestos laminados

A continuación conoceremos las diferentes formas de analizar las fallas en los materiales compuestos laminados. Se definirán algunos criterios de falla, pero nos enfocaremos en el criterio de **Tsai-Hill**, el cual se utilizara para evaluar las fallas producidas en los compuestos laminados, simplemente apoyados y con carga puntual constante en su centro.

### 2.4.1. Modos de Falla

Es muy complejo el análisis de los materiales compuestos, ya que son materiales no homogéneos y son muy frágiles a la hora de manejar, por lo cual se estudia las fallas en los componentes del material o compuesto laminado, encontramos las fallas en las fibras, en la matriz, entre las fibras y la matriz, y entre laminas.

#### Falla en la fibras

La falla de las fibras es una de las mas complejas de identificar, pero básicamente puede ser producto de esfuerzos a tracción o compresión.

Cuando se analiza la falla de la fibra debemos tener en cuenta que no solo se esta evaluando un filamento de fibra, sino que se evalúa el mechón de fibra incrustado en el material compuesto. Como tal la fibra no muestra deformación plástica, por lo cual la falla presente en esta, se debe a la distribución de las cargas a lo largo de los filamentos, y el rose presente entre los filamentos, de esta manera se presenta rupturas en cadena en la fibra. con referente a la falla



por compresión, la fibra se pandea hasta que llega a su límite de pandeo, una vez pasa su límite, esta se fractura.

### **Falla en la matriz**

La falla en la matriz se presenta debido a las micro-fisuras propiciadas por los esfuerzos ya sea en la misma dirección o dirección contraria a la carga aplicada. estas micro-fisura aparecen tanto en esfuerzos a tracción como a compresión. las grietas presentes en la matriz hacen que esta pierda sus propiedades mecánicas.

### **Falla en la fibra-matriz**

Este falla es una falla que se presenta en el material cuando existe deslizamiento de la fibra en la matriz, no existe adherencia entre estas, esto es generado por la diferencia de esfuerzos cortantes entre la fibra y la matriz, haciendo que la energía que el material puede absorber se pierda por fricción.

### **Falla entre láminas**

Igual que en el modelo de falla anterior, se presenta una pérdida de adhesión, esta vez entre las laminas, por lo cual se presenta una incorrecta distribución de las cargas sobre el material y se pierde las propiedades mecánicas del mismo.

## **2.4.2. Criterios de Falla**

Los criterios de fallas son métodos polinomiales utilizado para predecir las fallas de la lamina. si bien predicen la falla, no son capaces de predecir el tipo de falla o el componente del material compuesto que falla.

Por lo cual se han generado diversos criterios de falla, teniendo en cuenta los modos de falla, entre los criterios básicos de falla encontramos el de máxima tensión y máxima deformación, estos tienen una limitación y es que no son precisos si la carga aplicada no es uniaxial, para lo cual se utilizan criterios polinomiales tales como: Criterio de Tsai - Hill o el criterio de Tsai-Wu entre otros.

En este trabajo se hará mención de los criterios de falla, pero se hará énfasis en el criterio polinomial de **Tsai - Hill** el cual se aplicara en el análisis de resultados.

Para mayor información sobre los criterios de falla en materiales compuestos, consultar la tesis: "ALGORITMO PARA CALCULAR ESFUERZOS Y CRITERIOS DE FALLA DE

TSAI-HILL, TSAI-WU, HASHIM Y HASHIM-ROTEM EN AGUJEROS CIRCULARES EN LAMINADOS DE FIBRA DE VIDRIO” del autor Augusto Tinoco Padaui.

### Criterio de la máxima deformación

Este criterio considera que la lamina falla cuando se supera cierto limite de deformación en una zona determinada. No se considera la interacción entre las deformaciones combinadas sobre la lámina analizada.

### Criterio de la máxima tensión

Considera que el material falla cuando el mismo supera una cierta tensión límite en una zona determinada.

## Criterios de falla polinomiales

### Criterio de fallo de Tsai-Hill

Este criterio de falla, es un criterio en el cual las tensiones presentadas en la lamina son evaluadas de manera iterativa, de esta forma se considera las tensiones multiaxiales y uniaxiales aplicadas en el material.

Este criterio tiene como base el criterio de Von Mises, el cual esta asociado a la energía de deformación del material.

La siguiente es la expresión general de el criterio de Tsai-Hill:

$$(G_2 + G_3)\sigma_1^2 + (G_1 + G_3)\sigma_2^2 + (G_1 + G_2)\sigma_3^2 - 2G_3\sigma_1\sigma_2 - 2G_2\sigma_1\sigma_3 - 2G_1\sigma_2\sigma_3 + 2G_4\tau_{23}^2 + 2G_5\tau_{13}^2 + 2G_6\tau_{12}^2 < 1 \quad (2-38)$$

Los factores G1, G2, G3, G4, G5 y G6 del criterio de resistencia dependen de las resistencias de rotura y se determinan de la siguiente manera:

$$G_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{[(\sigma_2^T)_{ULT}]^2} - \frac{1}{[(\sigma_1^T)_{ULT}]^2} \right) \quad (2-39)$$

$$G_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{[(\sigma_1^T)_{ULT}]^2} \right) \quad (2-40)$$

$$G_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{[(\sigma_1^T)_{ULT}]^2} \right) \quad (2-41)$$

$$G_6 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{[(\tau_{12}^T)_{ULT}]^2} \right) \quad (2-42)$$

Por medio de las tensiones globales en una lámina, se pueden hallar las tensiones locales en la lámina y aplicar el criterio de fallo anterior para determinar si la lámina falla o no.

## 2.5. Concentradores de esfuerzo en placas laminadas

### 2.5.1. Concentradores tensión alrededor de los agujeros

Los agujeros en los materiales compuestos han sido objeto de estudio durante mucho tiempo, debido a que los esfuerzos que se presentan al rededor de este, varia dependiendo el tipo de carga, dirección y la forma de como este construida el compuesto laminar, a lo largo del tiempo se han propuesto diversas ecuaciones para modelar el comportamiento de los esfuerzos al rededor de un agujero en un compuesto laminar, el modelo mas cercano al comportamiento real se puede ver en la ecuación de Green:

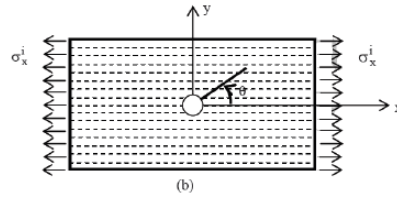
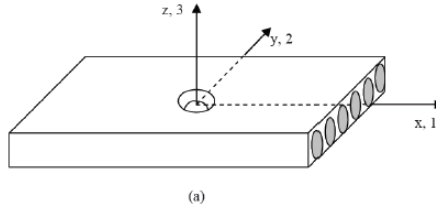
$$F = F_0 + A_0 \text{Log}(r_1) + B_0 \text{Log}(r_2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{A_{2n} \cos 2n\theta_1}{(1 + \gamma_1)^{2n} r_1^{2n}} + \frac{B_{2n} \cos 2n\theta_2}{(1 + \gamma_2)^{2n} r_2^{2n}} \right) \quad (2-43)$$

donde es la función de esfuerzo de  $A_{iry}$ ,  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $A_{2n}$  y  $B_{2n}$  son las constantes relacionadas con las condiciones de contorno.

Para la placa infinita ortotrópico (relación de las dimensiones de la placa con el diámetro del agujero circular superior a 4 con un agujero, como se muestra en la figura siguiente, cargado en la dirección X (tensión o compresión) de la tensión circunferencial alrededor del agujero.

$$\sigma_{\theta}^i = \frac{(1 + \gamma_1)(1 + \gamma_2)(1 + \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1\gamma_2 - 2\cos 2\theta)}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1 \cos 2\theta)(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2 \cos 2\theta)} \sigma_x^i \quad (2-44)$$

Donde  $\sigma_{xi}$  es el esfuerzo aplicado en la dirección X ,  $\theta$  es el ángulo que muestra la dirección en la que se calcula el valor de la tensión y es medido desde el eje X en sentido anti horario,



y  $Y_1$ ,  $Y_2$  están definidos como:

$$\gamma_1 = \frac{\sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right) + \sqrt{\left[\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right]^2 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right] - 1}}{\sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right) + \sqrt{\left[\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right]^2 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right] + 1}} \quad (2-45)$$

$$\gamma_2 = \frac{\sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right) - \sqrt{\left[\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right]^2 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right] - 1}}{\sqrt{\left[\left(\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right) - \sqrt{\left[\frac{E_2}{2G_{12}} - \nu_{21}\right]^2 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right] + 1}} \quad (2-46)$$

Uso del esfuerzo circunferencial, los esfuerzos en la dirección X , y dirección Y el esfuerzo cortante alrededor del agujero es calculado por:

$$\sigma_{\theta x}^i = \sigma_{\theta}^i \sin^2 \theta \quad (2-47)$$

$$\sigma_{\theta y}^i = \sigma_{\theta}^i \cos^2 \theta \quad (2-48)$$

$$\sigma_{\theta xy}^i = -\sigma_{\theta}^i \sin \theta \cos \theta \quad (2-49)$$

## 2.6. Modelo paralelo y serie para determinar la resistencia de la fibra a partir del mazo de fibras

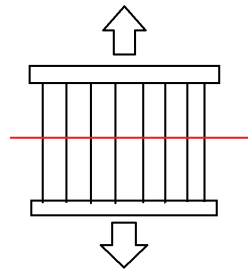
Basándose en el modelo de fibras paralelas que no interaccionan, la resistencia de una fibra puede obtenerse:

$$\sigma_f = \frac{F}{A_f * n_f} = \frac{F}{A_{eq}} \quad (2-50)$$

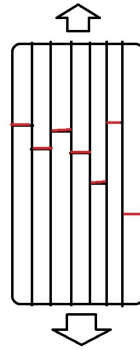
Suponiendo igual carga en los filamentos.

Yéndonos a la teoría de barra, tenemos que al aplicar una carga, a un delta de área, obtenemos un delta de esfuerzo en la barra, como las cargas se considera que son igual en cada delta de área, el comportamiento es el mismo cada delta de esfuerzo es igual, por lo cual la sumatoria de estas da como resultado un esfuerzo en la barra.

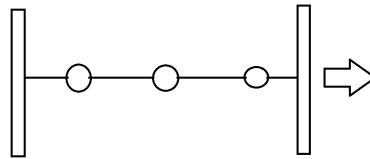
Pero para el análisis de la fibra de vidrio, vemos que los filamentos no se rompen de forma que se pueda considerar un delta de esfuerzo igual en cada fibra. Por lo cual basándose en el modelo en serie, donde se considera el área de una sola fibra sometida a esfuerzo y que estas se rompen una detrás de otra.



**Figura 2-4.:** Modelo de fractura en paralelo



**Figura 2-5.:** Modelo de fractura discontinuo



**Figura 2-6.:** Modelo de fractura en serie

Como vemos en las siguientes figuras, en el modelo de ruptura en paralelo, la línea roja, es la línea de fractura, vemos que todas se fracturan a la vez, para el modelo de fractura en serie, vemos que el rompimiento de las fibras es similar a una cadena de fracturas, este modelo es el mas acorde para explicar el comportamiento de la ruptura de mazos de fibra de vidrio, ya que el mazo como un todo no se rompe uniformemente sino que se ve que es una secuencia de fracturas generadas por cada filamento en el mazo.

## 2.7. Simulación de MonteCarlo

La técnica de la simulación de Monte Carlo se basa en simular la realidad a través del estudio de una muestra, que se ha generado de forma totalmente aleatoria. Resulta, por tanto, de gran utilidad en los casos en los que no es posible obtener información sobre la realidad a analizar, o cuando la experimentación no es posible, o es muy costosa. Así, permite tener en cuenta para el análisis un elevado número de escenarios aleatorios, por lo que, se puede decir que hace posible llevar la técnica del análisis de escenarios al infinito ampliando la perspectiva de los escenarios posibles. De esta forma, se pueden realizar análisis que se ajusten en mayor medida a la variabilidad real de las variables consideradas. La aplicación de esta técnica se basa en la identificación de las variables que se consideran más significativas, así como

las relaciones existentes entre ellas (aunque esto puede resultar realmente complejo), para explicar la realidad a estudiar mediante la sustitución del universo real, por un universo teórico utilizando números aleatorios [12].

### Diagrama de flujo de Programa para calculo de Matrices de esfuerzo en compuestos laminares

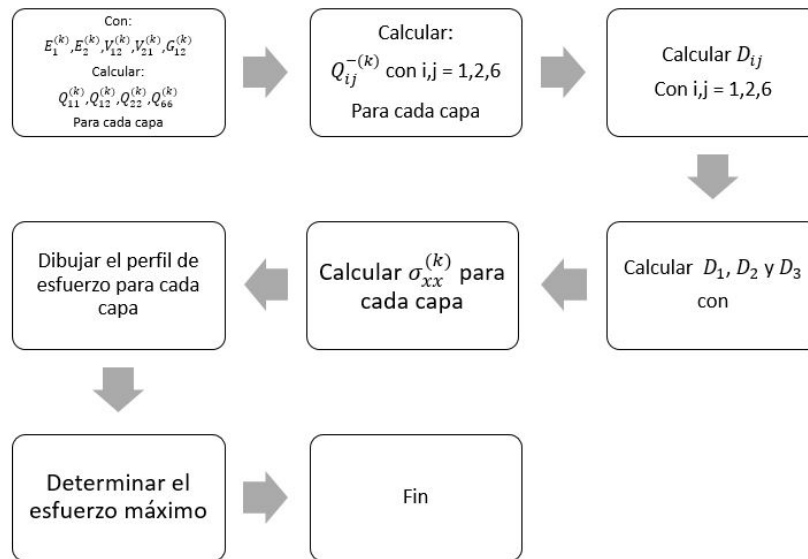


Figura 2-7.: Diagrama de flujo de calculo de Matrices de esfuerzo en compuestos laminares

### Diagrama de Flujo de la Simulación de MonteCarlo

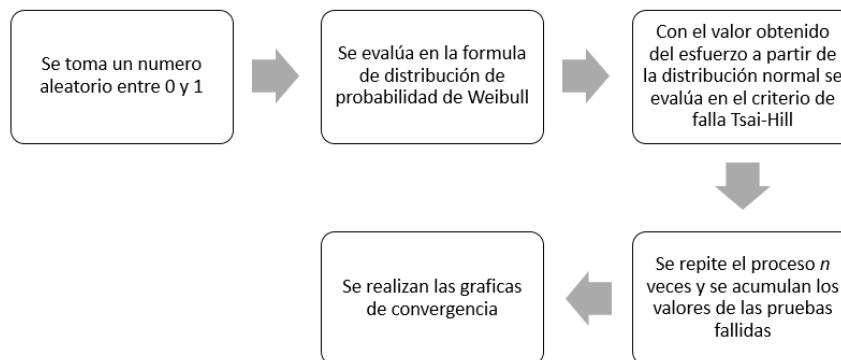


Figura 2-8.: Diagrama de flujo de la simulación de MonteCarlo utilizada

# 3. Análisis y procesamiento de resultados obtenidos mediante las pruebas de tracción

En el siguiente apartado pondremos en conocimiento los diferentes procedimientos utilizados para la obtención de resultados, así como los materiales, equipo, herramientas usadas, diseño de probetas y realización de ensayo.

## 3.1. Materiales utilizados para las pruebas de ensayos

Para la elaboración de este trabajo se utilizaron los siguientes materiales:

- Resina epoxi (Poliepoxico)
- Endurecedor (Catalizador)
- Fibra de vidrio Woven Roving
- Fibra de vidrio MAT

Propiedades mecánicas de la fibra de vidrio:

Tipo de Fibra de vidrio	Tensión a la Rotura (Mpa)	Esfuerzo de compresión (Mpa)
Vidrio Clase E*	3445	1080
Vidrio Clase S	4890	1600

1

Propiedades mecánicas de la resina epoxi:

---

<sup>1</sup>Wallenberg, Frederick T.; Bingham, Paul A. (Octubre de 2009). *Fiberglass and Glass Technology: Energy-Friendly Compositions and Applications*. Springer. p. 211-. ISBN 978-1-4419-0735-6.



Características	Valores Típicos
Resistencia máxima a la tracción (Mpa)	50
Resistencia a la flexión (Mpa)	125
Modulo elástico en flexión (Gpa)	3.4

2

### 3.1.1. Ensayos mecánicos aplicados a mechones de fibra de vidrio

Se realizaron pruebas de tracción a mechones de fibra de vidrio para conocer el comportamiento mecánico de la fibra de vidrio aplicando estadista de Weibull.

Para la realización de estas pruebas se utilizo la norma ASTM D4018-11, de esta norma tomamos parámetros para realizar dicha prueba de tracción, se definió una longitud de trabajo de 150 mm, y un mechón alrededor de 3000 filamentos, la cantidad de prueba definidas por la norma son mínimo cuatro ensayos. Se realizaron un numero de 20 pruebas para tener en cuenta los errores que se podian presentarse en la prueba, y a la hora de la cantidad de fibra en la probeta.

Diseño de probetas para la prueba: [Anexo Figura A-1]

Montaje de probeta en la maquina universal: [Anexo Figura A-2]

Luego de realizada las 20 pruebas a las diferentes probetas se obtuvieron resultados de fuerza de ruptura de dichos mechones

Fuerza (N)	1,19	1,59	1,82	1,57	1,47	1,51	1,61	1,79	1,26	1,48	1,51	1,14	1,3
Prueba	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Fuerza (N)	1,51	1,26	1,24	1,41	1,31	1,48	1,41						
Prueba	14	15	16	17	18	19	20						

Según norma ASTM C1557-03 y articulo [Axial Tensile Testing of Single Fibres] el diámetro de un filamento de fibra de vidrio es de aproximadamente 15.92  $\mu\text{m}$ .

<sup>2</sup>F. Segovia, A. Vicente, MD. Salvador y V. Amigó - VIII Congreso Nacional de Propiedades Mecánicas de Sólidos, Gandia 2002 - CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE COMPUESTOS EPOXY REFORZADOS 0-90 SOMETIDOS A IMPACTOS DE BAJA ENERGÍA

### 3.1.2. Consideraciones para el análisis de la fibra de vidrio en la prueba de tracción utilizando programa CAD (Solid Edge)

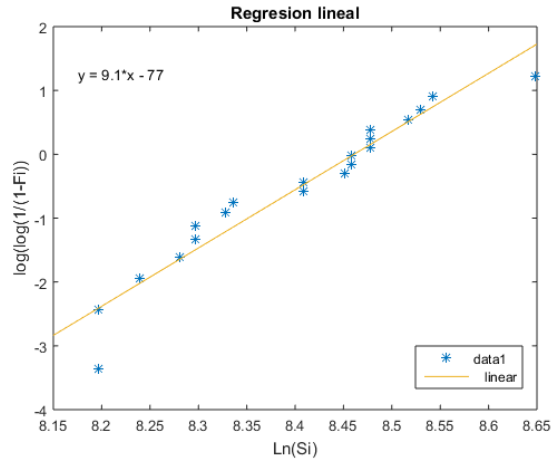
Para calcular un número de filamentos aproximados en un mechón de fibra de vidrio se tuvieron en cuenta diversas consideraciones de las cuales tenemos:

- Se obtuvo por medio de un artículo científico en diámetro aproximado de un filamento de fibra de vidrio, equivalente a 0.02 mm o 15,92 micrómetros
- Teniendo en cuenta esto se realizó en Solid Edge un modelo del filamento según el diámetro y la longitud que se analizara en la prueba de tracción. Se determinó que el peso en gramos aproximado es de 0,0001223 g
- Teniendo en cuenta esta relación del peso de un solo filamento, se pesó el mechón de fibra y se sacó un aproximado, recordando que la norma bajo la que se trabajó, recomendaba 15000 fibras de vidrio, tenemos que el peso de estas en un aproximado es de 1,8345 g (Peso del mechón de fibra).
- Analizando los resultados obtuvimos un baja resistencia a la tracción del mechón de fibra, esto es debido a que el rozamiento entre fibras influye en la resistencia a la tracción, comparando estos valores con los tabulados, vemos que la diferencia radica en que en los valores tabulados, la prueba se realiza con un solo filamento, para lo cual se realizó un programa en MATLAB, y se determinó el comportamiento de un solo filamento, y vemos que su valor se acerca al tabulado en los libros con relación a la resistencia a la tracción de la fibra de vidrio.

Se elaboro un programa en Matlab del cual se obtienen la regresión lineal de las fuerzas obtenidas en los ensayos, distribución de probabilidad y densidad de Weibull de la fibra de vidrio, se tiene en cuenta según norma ASTM C1557-03 que el valor de esfuerzo a tracción de la fibra de vidrio (un solo filamento) esta entre  $1 - 4 * 10^9$  Pa

Esfuerzos en MPa obtenidos a partir de las fuerzas de ruptura en los ensayos de tracción

Esfuerzo* $1x10^3$ (Mpa)	3.63	3.63	3.79	3.95	4.01	4.01	4.13	4.16	4.48	4.48
Prueba	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Esfuerzo* $1x10^3$ (Mpa)	4.68	4.71	4.71	4.80	4.80	4.80	4.90	5.06	5.12	5.69
Prueba	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



**Figura 3-1.:** Regresión Lineal - Fuerzas obtenidas en los ensayos de tracción

A partir de estas gráficas obtenidas, podemos interpretar el comportamiento estocástico de las propiedades relacionadas con la resistencia a la tracción de la fibra de vidrio. Las fibras en los materiales compuestos son las que tienen mayores propiedades mecánicas de resistencia a la tracción, por lo cual se realiza el análisis de esta propiedad a partir de la distribución de probabilidad de Weibull.

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right] \quad (3-1)$$

A partir de la ecuación (3-1), ecuación de distribución de Weibull, podemos conocer estas propiedades mecánicas de resistencia a la tracción estocásticas despejando  $\sigma$

$$\sigma = \sigma_o \left[ \frac{1}{1 - F(\sigma)} \right]^{1/m} \quad (3-2)$$

Sabemos que  $F(\sigma)$  son valores aleatorios entre 0 y 1, de esta manera garantizamos aleatoriedad en la obtención de la resistencia a la tracción para utilizar en el criterio de falla de Tsai-Hill.

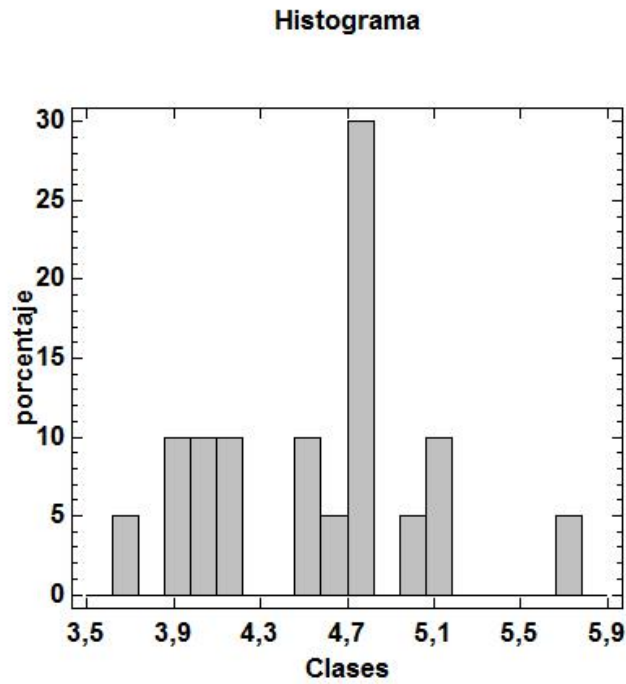


Figura 3-2.: Histograma - Esfuerzos obtenidos en la prueba de tracción

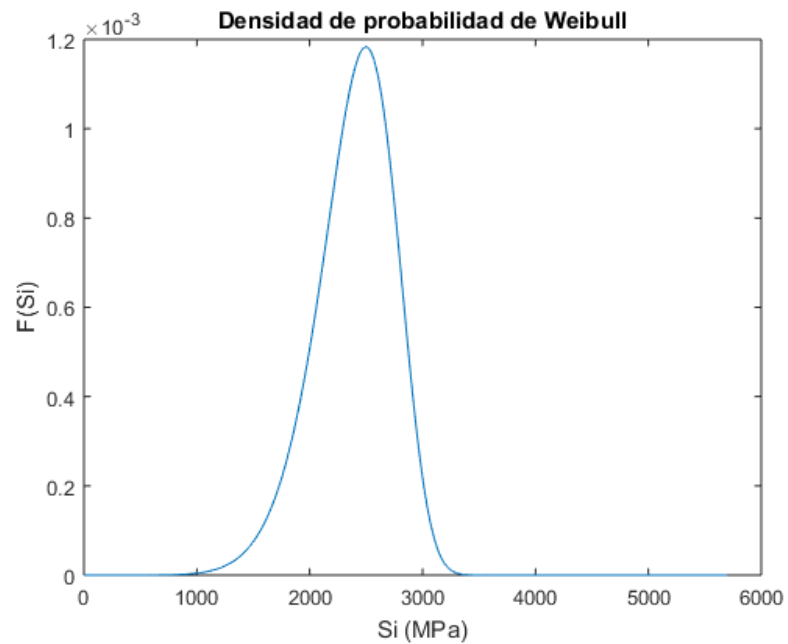
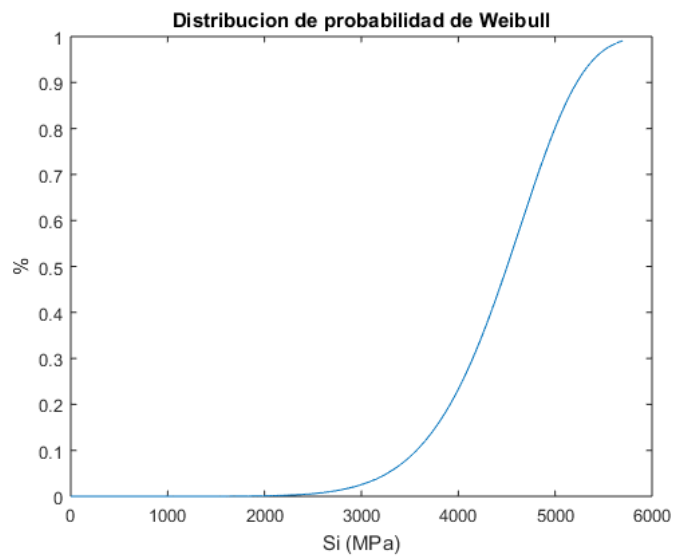


Figura 3-3.: Densidad de probabilidad de Weibull para fibra de vidrio Woven Roving



**Figura 3-4.:** Distribución de probabilidad de Weibull para fibra de vidrio Woven Roving

## 4. Evaluación de la probabilidad de falla de una lamina de material compuesto

Para realizar esta evaluación, definiremos a continuación las condiciones a las cuales se encuentra sometida la lamina de material compuesto a evaluar así como sus propiedades físicas.

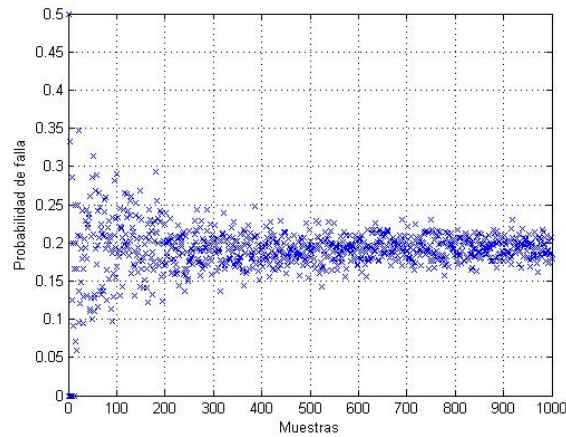
Propiedades de la lamina:

- $E_{12} = 2100000 \text{ Pa}$
- $E_{22} = 52500000 \text{ Pa}$
- $V_{12} = 0,25$
- $V_{21} = V_{12}$
- $G_{12} = 0.5 \cdot E_{22} \text{ Pa}$
- $G_{23} = 0.2 \cdot E_{22} \text{ Pa}$
- $G_{13} = 0.5 \cdot E_{22} \text{ Pa}$

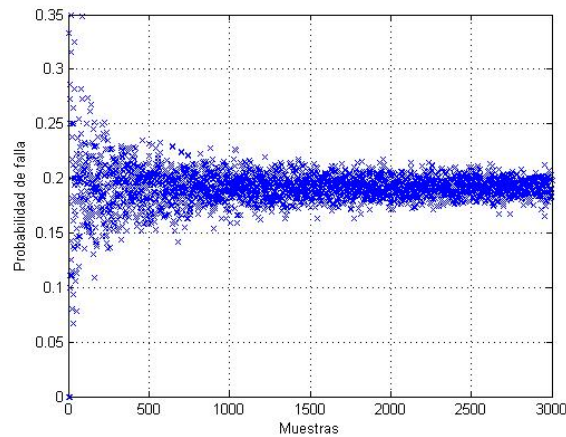
Con referente a la carga aplicada en el material, es una carga constante aplicada en el centro de la lamina con valor de 100 N. La configuración de las fibras del compuesto para esta evaluación es de  $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ .

Determinadas las condiciones, se utilizara un algoritmo en Matlab, el cual aplicara a este ensayo un numero  $n$  de repeticiones, teniendo en cuenta el comportamiento estocástico de la resistencia de la lamina, teniendo como base la distribución de probabilidad de Weibull obtenida en los ensayos en el laboratorio, este proceso se denomina simulación de Montecarlo. Aplicado este algoritmo, obtenemos los siguientes resultados donde se observa la convergencia de un numero  $n$  de pruebas simuladas, de esta manera podemos conocer la probabilidad de falla de un compuesto laminado observando la tendencia de las pruebas simuladas.

#### 4.1. Resultados de la simulación de Montecarlo aplicada a compuestos laminados.



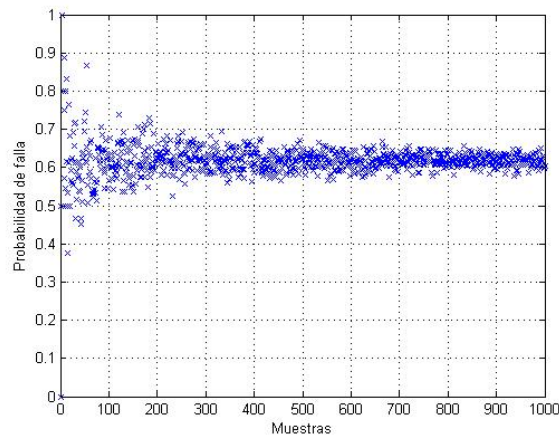
**Figura 4-1.:** Convergencia de 1000 pruebas a una lamina de material compuesto (Fibra de vidrio - Matriz epoxi). Secuencia de laminado  $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$



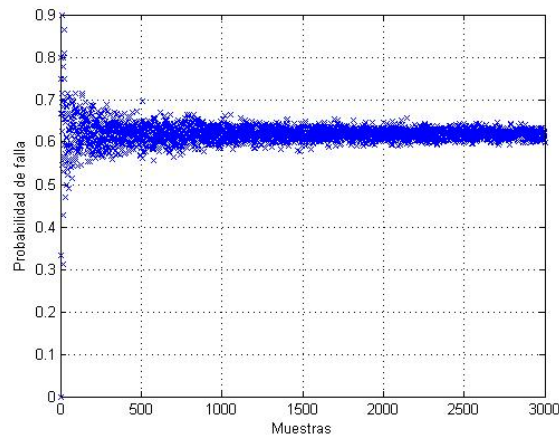
**Figura 4-2.:** Convergencia de 3000 pruebas a una lamina de material compuesto (Fibra de vidrio - Matriz epoxi). Secuencia de laminado  $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$

Observando esta convergencia podemos determinar que la probabilidad de falla de un material compuesto, de cuatro laminas, reforzado con fibra de vidrio y matriz epoxi es del dos por ciento 20%. Evaluados bajo el criterio de falla de Tsai-Hill para compuestos laminares.

Así mismo se analiza para una configuración de la fibra de vidrio en el compuesto de  $[0^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ]$  y se obtienen estos resultados:



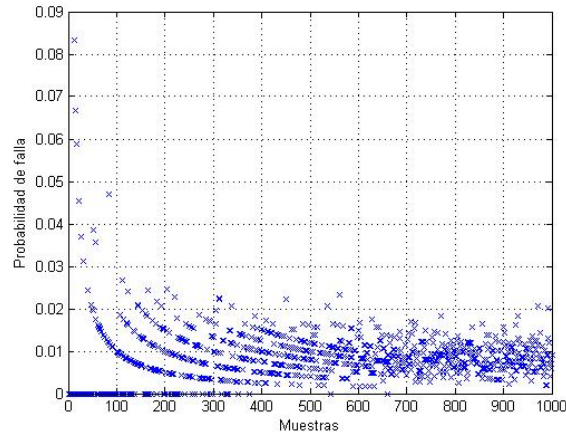
**Figura 4-3.:** Convergencia de 1000 pruebas a una lamina de material compuesto (Fibra de vidrio - Matriz epoxi). Secuencia de laminado  $[0^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ]$



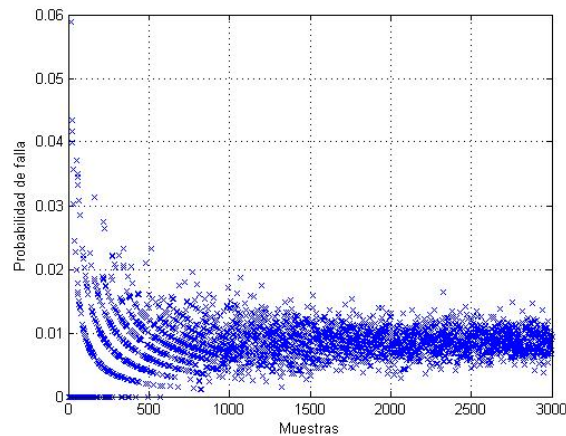
**Figura 4-4.:** Convergencia de 3000 pruebas a una lamina de material compuesto (Fibra de vidrio - Matriz epoxi). Secuencia de laminado  $[0^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ]$



También se analiza el compuesto teniendo la siguiente configuración  $[0^\circ/0^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ/0^\circ]$ :



**Figura 4-5.:** Convergencia de 1000 pruebas a una lamina de material compuesto (Fibra de vidrio - Matriz epoxi). Secuencia de laminado  $[0^\circ/0^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ/0^\circ]$



**Figura 4-6.:** Convergencia de 3000 pruebas a una lamina de material compuesto (Fibra de vidrio - Matriz epoxi). Secuencia de laminado  $[0^\circ/0^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ/0^\circ]$

Analizando estos resultados podemos observar la probabilidad de falla en diferentes orientaciones de la fibra de vidrio en la lamina de material compuesto, aquí se presenta la convergencia que se obtiene al utilizar la simulación de Montecarlo, suponiendo la incertidumbre en la resistencia de la fibra de vidrio en el material compuesto, se ve que al iniciar la simulación se presenta una dispersión, eso quiere decir que aleatoriamente se toman valores de resistencia de la fibra, por lo cual por no tener control sobre esa variable, puede tomar valores dispersos a los valores general de tendencia, para lo cual este proceso se repite un numero de veces, de

tal manera que cuando se observa una tendencia en los resultados, hay es donde podemos ver y seleccionar una probabilidad de falla acorde a la configuración del laminado.

En la siguiente tabla podemos ver la cantidad de pruebas las cuales no cumplen con el criterio, las gráficas anteriores muestran solo las pruebas que no pasan dicho criterio:

Numero total de prueba	N# de pruebas fallidas	% falla	Configuración de la lamina
1000	185	0.185	0/90/90/0
3000	600	0.20	0/90/90/0

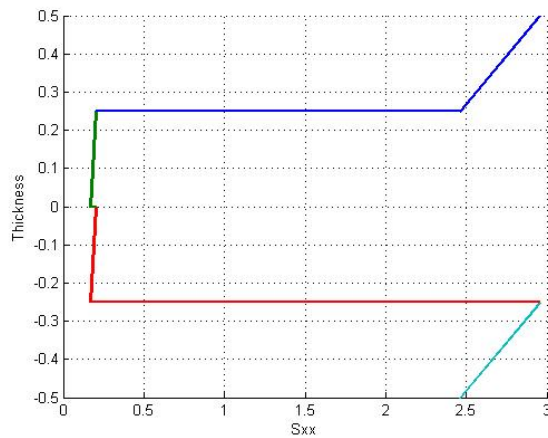
Numero total de prueba	N# de pruebas fallidas	% falla	Configuración de la lamina
1000	588	0.588	0/45/45/0
3000	1806	0.602	0/45/45/0

Numero total de prueba	N# de pruebas fallidas	% falla	Configuración de la lamina
1000	8	0.008	0/0/45/45/45/0/0
3000	35	0.0116	0/0/45/45/45/0/0

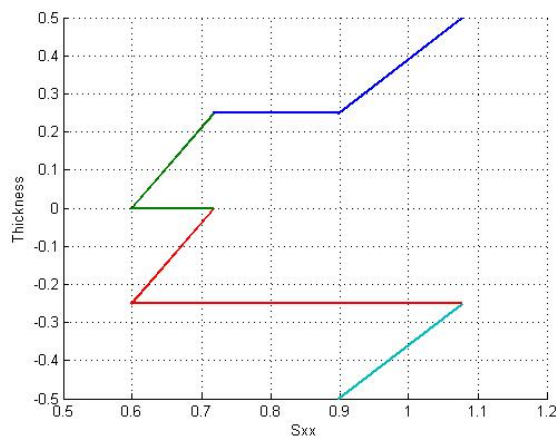
Se observa que las laminas que ofrecen mayor resistencia a una carga aplicada en su centro, es la configuración que posee mayor numero de lamina, es normal ya que entre mayor numero de lamina, mayor sera la resistencia de esta, pero es interesante ver el resultado cuando se evalúan las configuraciones que posen cuatro laminas con distinta orientación de la fibra, vemos que la mayor resistencia a una carga aplicada en el centro de un compuesto laminar se logra con la configuración de 0/90/90/0.

## 4.2. Diagrama de perfiles de esfuerzo en el espesor, en el centro de la placa

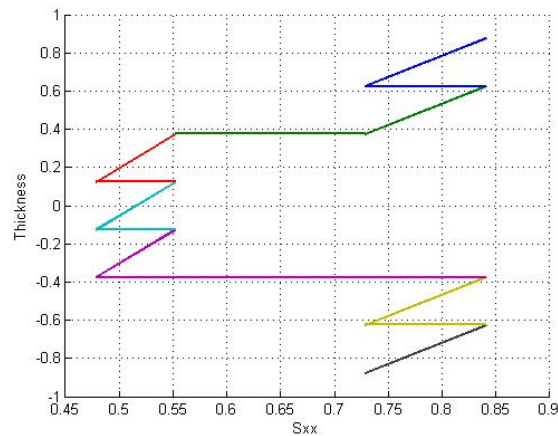
Conociendo los esfuerzos sobre el compuesto laminar, podemos conocer como se comportan dichos esfuerzos en el punto critico de la lamina, el punto critico es el centro de la lamina, aquí por medio de un diagrama de esfuerzo contra espesor del compuesto vemos que el esfuerzo en la dirección XX se comporta de la siguiente manera, para el caso de nuestro compuesto evaluado.



**Figura 4-7.:** Diagrama de perfiles de esfuerzo en el espesor, en el centro de la placa. Secuencia de laminado  $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$



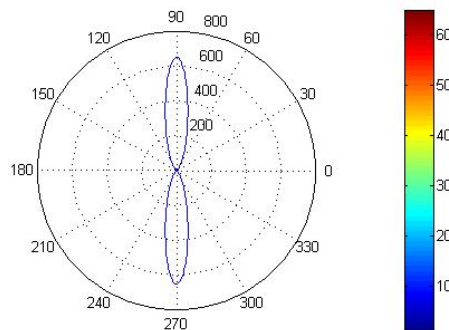
**Figura 4-8.:** Diagrama de perfiles de esfuerzo en el espesor, en el centro de la placa. Secuencia de laminado  $[0^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ]$



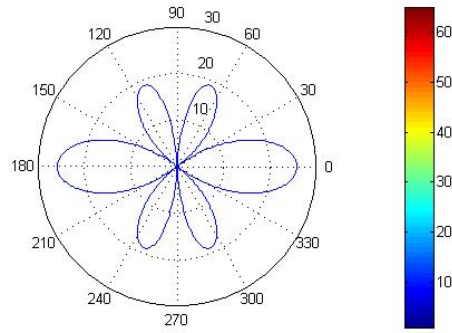
**Figura 4-9.:** Diagrama de perfiles de esfuerzo en el espesor, en el centro de la placa. Secuencia de laminado  $[0^\circ/0^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ/0^\circ]$

### 4.3. Análisis de esfuerzos alrededor de el agujero

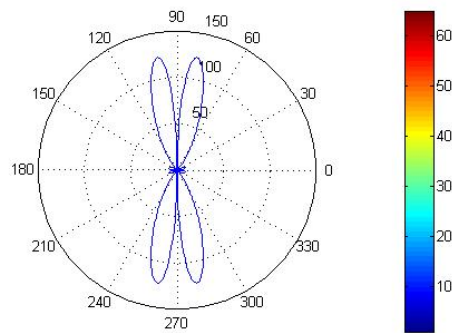
Podemos ver en la siguiente gráfica, el comportamiento de los esfuerzos alrededor de un agujero presente en el compuesto laminado, vemos para el esfuerzo  $S_{xx}$  que los valores mas altos de esfuerzo se presentan en la dirección en que se aplica la fuerza, si esta lamina esta sometida a tracción, vemos que los valores máximos se presentan en  $90^\circ$  y  $270^\circ$ , de igual forma se presenta el comportamiento tanto en el esfuerzo  $S_{yy}$  y  $S_{xy}$ .



**Figura 4-10.:** Gráfica de Esfuerzos alrededor de un agujero en el compuesto laminado en la dirección XX. Secuencia de laminado  $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ ,  $[0^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ]$  y  $[0^\circ/0^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ/0^\circ]$



**Figura 4-11.:** Gráfica de Esfuerzos alrededor de un agujero en el compuesto laminado en la dirección YY. Secuencia de laminado  $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ ,  $[0^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ]$  y  $[0^\circ/0^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ/0^\circ]$



**Figura 4-12.:** Gráfica de Esfuerzos alrededor de un agujero en el compuesto laminado en la dirección XY. Secuencia de laminado  $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ ,  $[0^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ]$  y  $[0^\circ/0^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ/0^\circ/0^\circ]$

# 5. Resumen de la metodología, conclusiones, recomendaciones y Aportes a la linea de investigación

## 5.1. Resumen de la metodología

Para estudiar y calcular la probabilidad de falla de un compuesto laminado se realizaron las siguientes actividades.

- Se realizaron pruebas de traccion de fibra de vidrio para poder determinar por medio de la distribucion de Weibull un comportamiento estocastico, este experimento se hizo con los propositos de ver de forma real como se presentaba la fractura de la fibra de vidrio y obtener los valores de fractura.
- Una vez obtenido estos valores se procede a calcular por medio de algoritmos la resistencia de una lamina de material compuesto, sabiendo que tenemos la resistencia de la matriz (deterministica) y la de la fibra (estocastica).
- Teniendo las propiedades mecanicas del compuesto laminado, se analiza el comportamiento de sus propiedades mecanicas cuando a dicha lamina se le aplica una carga puntual en su centro.
- Este proceso anteriormente mencionado se repite  $N$  veces sabiendo que lo que varia es la resistencia de la fibra de vidrio, la cual se considero estocástica.
- Una vez hecho este procedimiento por medio de la simulación de montecarlo, se grafican los resultados de las lamina que fallaron, se contabilizan y se dividen sobre el numero de probetas totales en la muestra. de esta manera se obtiene una probabilidad de falla del material bajo cierto tipo de configuración (orientación de la fibra de vidrio)

## 5.2. Conclusiones

El trabajo sobre “Aplicación del método de Montecarlo al análisis de falla de placas laminadas, bajo carga puntual constante en su centro” podemos resaltar que para calcular la probabilidad de falla de un material compuesto, podemos utilizar herramientas como los métodos numéricos y estadísticos, nos damos cuenta de que estos a lo largo de los años se han desarrollado de tal manera de que utilizándolos podemos predecir como se comportaran las propiedades mecánicas de un material bajo ciertas condiciones de carga.

La utilización de estas herramientas de computo son útiles para realizar este tipo de análisis ya que simplifican los cálculos, al mismo tiempo cuando se requiera hacer este tipo de análisis se tiene las bases en algoritmo, y simplemente se le cambian las propiedades del material.

En el caso de las pruebas de tracción realizadas a los mechones de fibra de vidrio pudimos ver el comportamiento que estos tienen a la hora de ser sometidos a tracción, vemos que no todos los filamentos se rompen al mismo tiempo, de esta forma se pudo plantear un modelo de ruptura en este tipo de materiales.

También con la realización de este trabajo se pudo aplicar un modelo de simulación de Montecarlo para realizar un análisis de probabilidad de falla, ya que este método, repite el problema  $n$  veces de esta forma podemos obtener la convergencia de esas repeticiones asociadas a una probabilidad estadística de falla.

Se observa que también la orientación de los filamentos y el número de laminas influyen al momento de ser sometidas a una carga puntual en su centro, se obtuvo que el compuesto con mayor laminado, tubo una baja probabilidad de falla, y que el compuesto con fibras orientadas a  $0/90/90/0$  obtuvo mayor resistencia a una carga aplicada en su centro que el compuesto de configuración  $0/45/45/0$

También observamos el comportamiento de los esfuerzos alrededor de un agujero ubicado en el centro de la lamina, vemos que estos van a ser máximo en la dirección en la que se aplica la carga, y el plano de referencia donde esta se aplique.

### 5.3. Recomendaciones

Estas recomendaciones aquí plasmadas buscan generar ideas para el mejoramiento del análisis de materiales compuestos laminares por medio de los métodos numéricos y estadísticos.

- Desarrollar ensayos mecánicos utilizando materiales compuestos con perforaciones en su centro.
- Validar estos ensayos con los análisis plasmados en este trabajo.
- Utilizar herramientas computacionales para comprobar de forma mucho mas asertiva los resultados obtenidos en los ensayos.

### 5.4. Aportes a la linea de investigación de análisis de materiales por medio de métodos numéricos

La realización de este trabajo tiene como finalidad aportar conocimientos al cálculo de probabilidad de falla de compuestos laminados a partir de la utilización de los métodos numéricos, es otra forma de analizar la confiabilidad de un material, aparte de de la elaboración de experimentos en un laboratorio, sino que también, un buen uso de los métodos numéricos nos ayudan cuando existe incertidumbre en la resistencia y carga en la estructura.

Para realizar estos análisis por medio de los métodos numéricos, se utilizan modelos basados en datos estadísticos obtenidos previamente. Una vez obtenidos estos datos se toman como base modelos probabilísticos y se le aplican métodos para cuantificar la probabilidad de que la estructura cumpla o no cumpla con la función para la que fue diseñada.



## 6. Referencias Bibliográficas

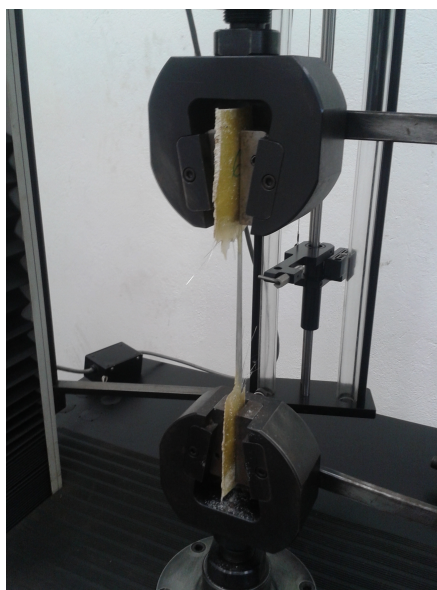
1. CALLISTER, WILLIAM D JR: INTRODUCCIÓN A LA CIENCIA E INGENIERIA DE LOS MATERIALES. EDITORIAL REVERTÉ S.A, AÑO 1995.
2. J.N REDDY , MECHANICS OF LAMINATED COMPOSITE PLATES AND SHELLS THEORY AND ANALYSIS, SECOND EDITION, PAG 165-176
3. J.N REDDY , MECHANICS OF LAMINATED COMPOSITE PLATES AND SHELLS THEORY AND ANALYSIS, SECOND EDITION, PAG 117-156
4. J.N REDDY , MECHANICS OF LAMINATED COMPOSITE PLATES AND SHELLS THEORY AND ANALYSIS, SECOND EDITION, PAG 449-467
5. E. BARBERO, J.FERNANDEZ-SAEZ, C. NAVARRO, STATICAL ANALYSIS OF THE MECHANICAL PROPERTIES OF COMPOSITE MATERIALS. DEPARTAMENT OF MECHANICAL ENGINEERING, CARLOS III UNIVERSITY OF MADRID, AVDA. DE LA UNIVERSIDAD 30, 28911 -LEGANES, MADRID, SPAIN, ACCEPTED 11 APRIL 2000
6. MATIAS MOLINIER, ANÁLISIS DE LOS CRITERIOS DE FALLA APLICADOS A LOS LAMINADOS COMPUESTOS, FACULTAD DE INGENIERIA DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES.
7. LUZ STELLA ARIAS MAYA, LIBARDO VANEGAS USECHE, FALLA DE LOS MATERIALES COMPUESTOS LAMINADOS, SCIENTIA ET TECHNICA AÑO X, NO 25, AGOSTO 2004.
8. AUGUSTI TINOCO PADAUI, ALGORITMO PARA CALCULAR ESFUERZOS Y CRITERIOS DE FALLA DE TSAI-HILL, TSAI-WU. HASHIM Y HASHIM-ROTEM EN AGUJEROS CIRCULARES EN LAMINADOS DE FIBRA DE VIDRIO, UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR, 2013
9. MARIO W. TOLEDO; LIZ GRACIELA NALLIN; BIBIANA M. LUCCIONI, ANÁLISIS MICROMECAÍNICO DE COMPUESTOS LAMINADOS, CONICET, ARGENTINA-NOVIEMBRE 2005

10. YASAR KALTAKCI, M AND ARSLAN, H.M. (2006) STRESS CONCENTRATIONS OF SYMMETRICALLY LAMINATED COMPOSITE PLATES CONTAINING CIRCULAR HOLES.
11. RICHARD G. BUDYNAS Y J. KEITH NISBETT - DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA DE SHYGLE - OCTAVA EDICIÓN - MCGRAW HILL 1999
12. MARTIN LOPEZ SONIA - SIMULACION DE MONTECARLO -  
*http : //www.expansion.com/diccionario – economico/simulacion – de – monte – carlo.html* (ACCESO 16/12/2015)

## **A. Anexos**



**Figura A-1.:** Probetas utilizadas para prueba de tracción



**Figura A-2.:** Montaje de probetas en la maquina de tracción

## Gráficos de esfuerzo deformación obtenidos en los ensayos de tracción

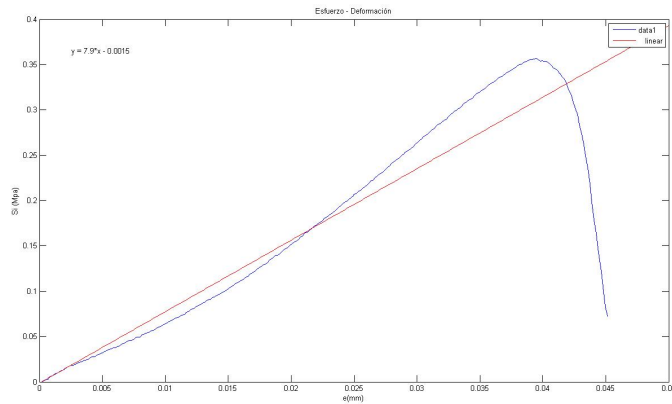


Figura A-3.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 1

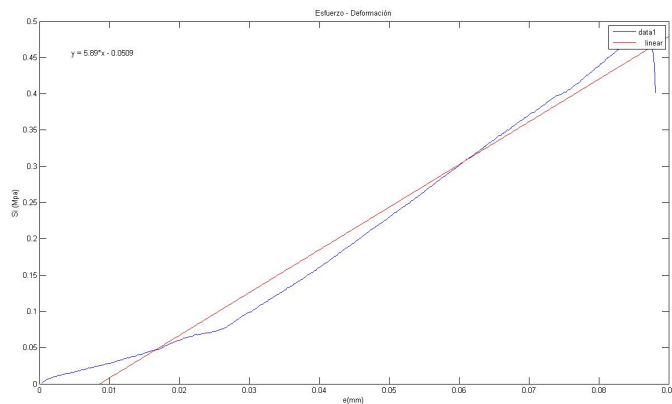


Figura A-4.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 2

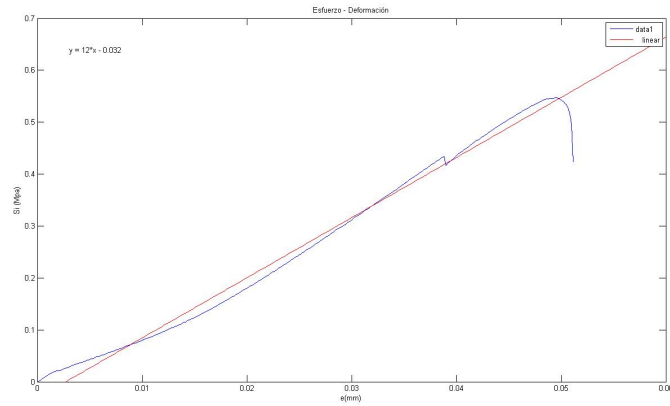


Figura A-5.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 3

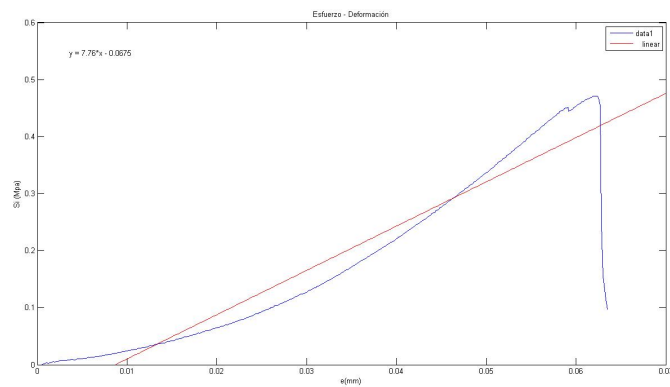


Figura A-6.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 4

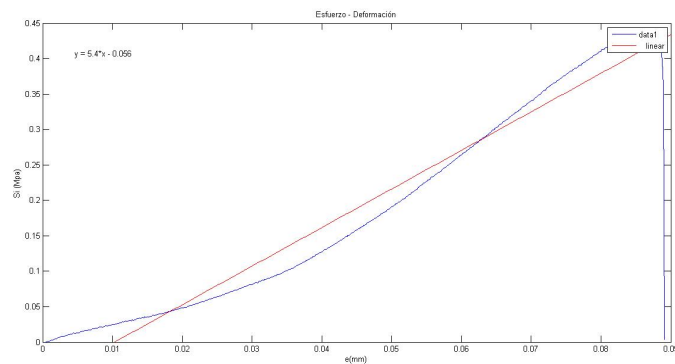


Figura A-7.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 5

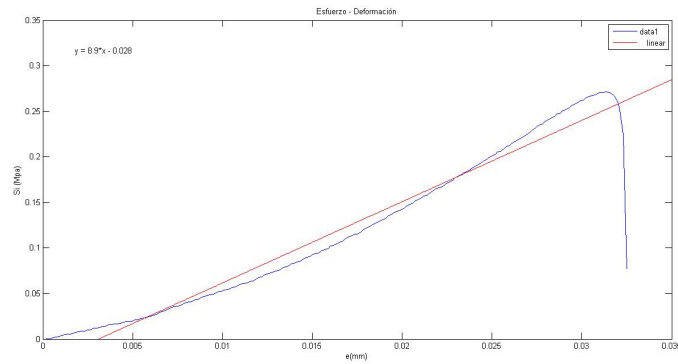


Figura A-8.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 6

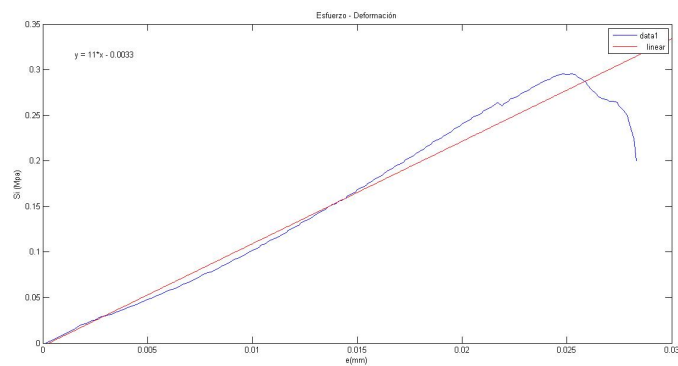


Figura A-9.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 7

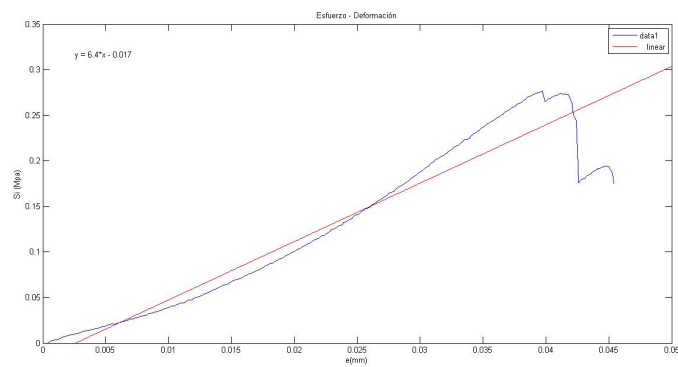


Figura A-10.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 8

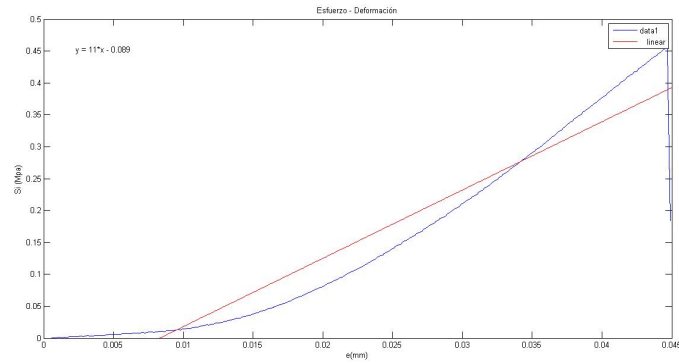


Figura A-11.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 9

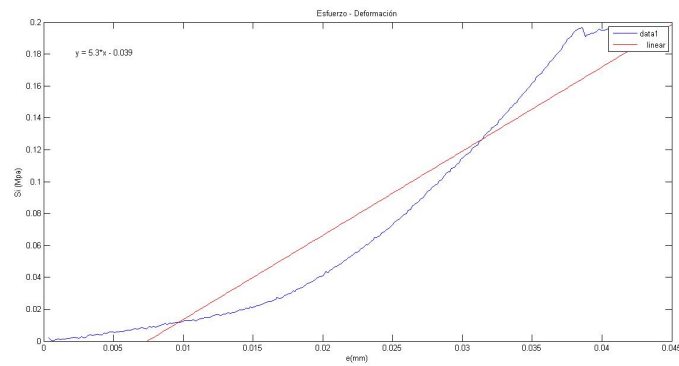


Figura A-12.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 10

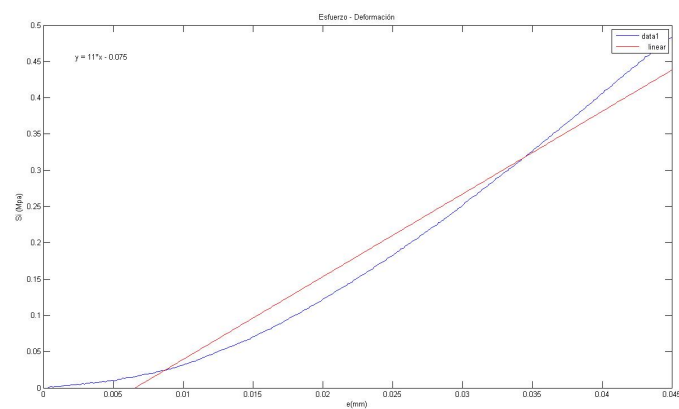


Figura A-13.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 11



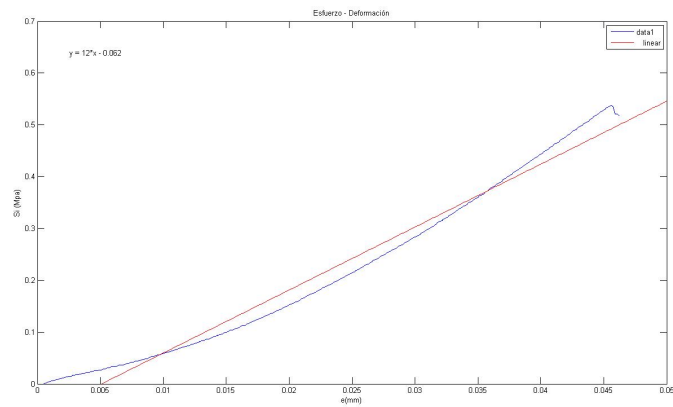


Figura A-14.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 12

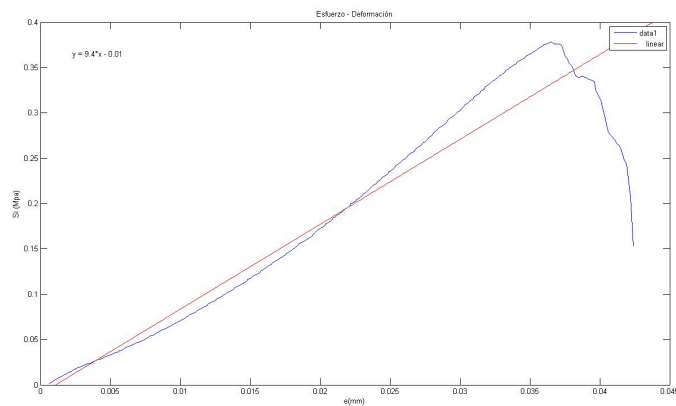


Figura A-15.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 13

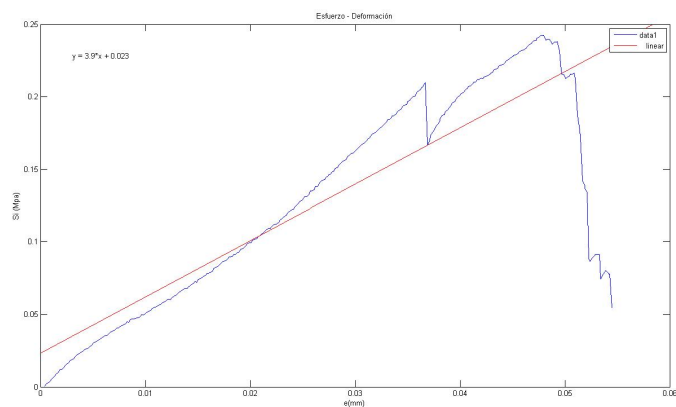


Figura A-16.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 14

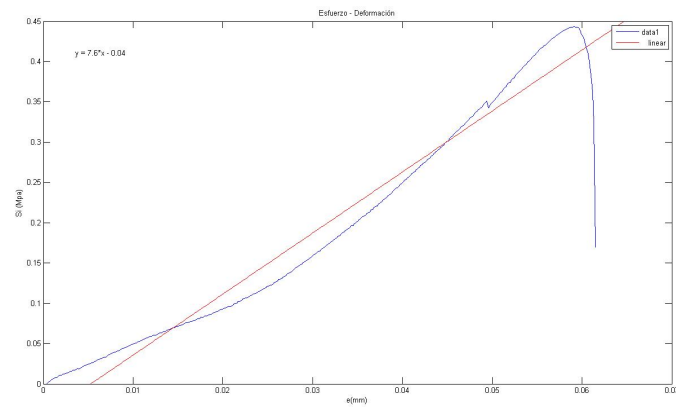


Figura A-17.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 15

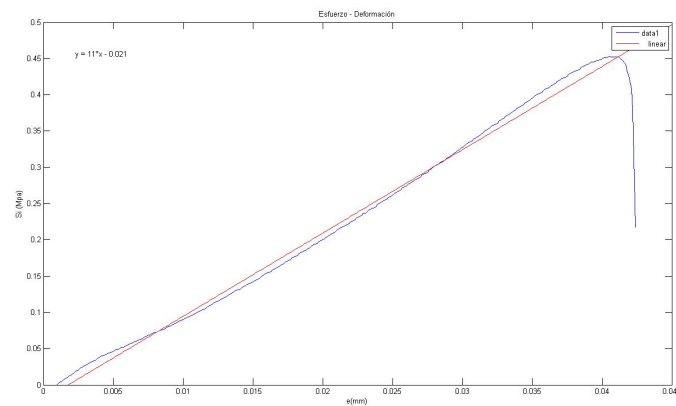


Figura A-18.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 16

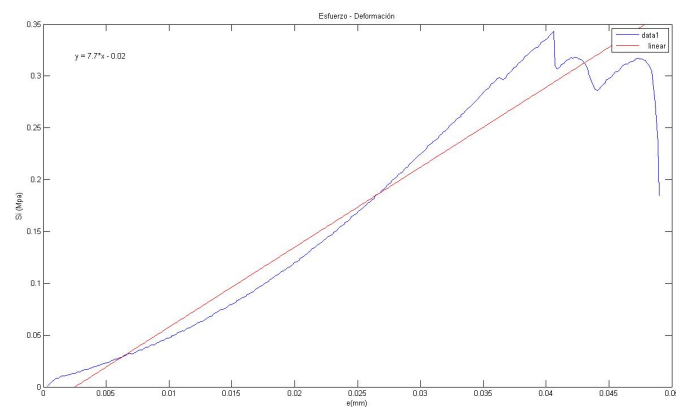


Figura A-19.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 17

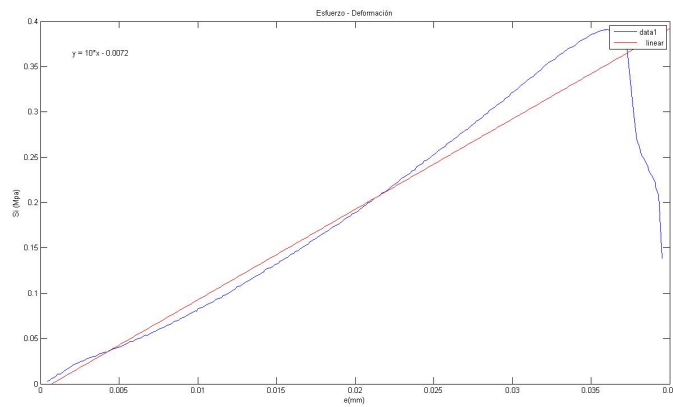


Figura A-20.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 18

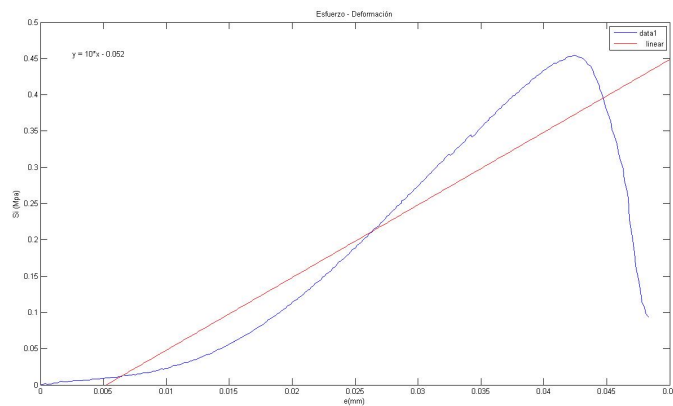


Figura A-21.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 19

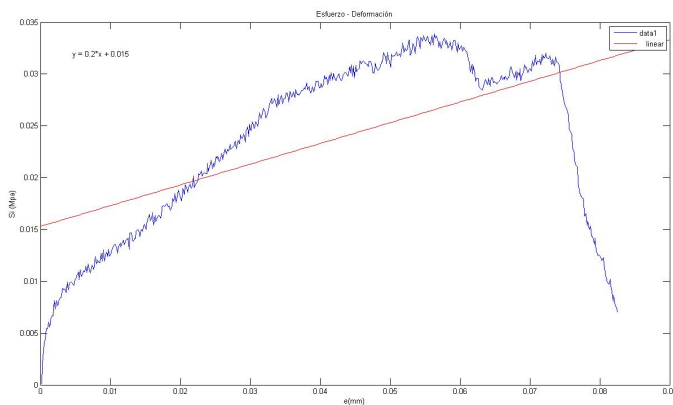


Figura A-22.: Diagrama esfuerzo vs deformación Prueba N# 20