

GUÍA DE CURSO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMAS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

# MÁQUINAS ELÉCTRICAS

LUIS EDUARDO RUEDA

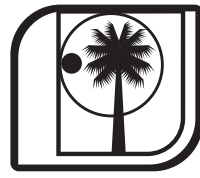
ISBN: 978-958-8862-23-1



Universidad  
Tecnológica  
de Bolívar

CARTAGENA DE INDIAS





Universidad  
Tecnológica  
de Bolívar

CARTAGENA DE INDIAS

**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
PROGRAMAS DE INGENIERÍA AMBIENTAL, CIVIL,  
MECÁNICA Y MECATRÓNICA

# **GUÍA DE CURSO**

## **MÁQUINAS ELÉCTRICAS**

**PROFESOR:**  
LUIS EDUARDO RUEDA

RECTOR

**Jaime Eduardo Bernal Villegas**

SECRETARIA GENERAL

**Irina García Cáliz**

VICERRECTOR ACADÉMICO

**William Arellano Cartagena**

VICERRECTORA ADMINISTRATIVA

**María del Rosario Gutiérrez de Piñeres Perdomo**

DIRECTORA DE PLANEACIÓN Y GESTIÓN DE LA CALIDAD

**Patricia Velázquez Rodríguez**

DIRECTOR DE EXTENSIÓN Y PROMOCIÓN INSTITUCIONAL

**Juan Carlos Robledo Fernández**

DIRECCIÓN DE INVESTIGACIONES,  
EMPRENDIMIENTO E INNOVACIÓN

**Jorge Del Río Cortina**

DIRECCIÓN DE INTERNACIONALIZACIÓN

**Ericka Duncan Ortega**

DECANO FACULTAD DE INGENIERÍA

**Jairo Useche Vivero**

**ISBN: 978-958-8862-23-1**

**Editorial Universidad Tecnológica de Bolívar**

**Diagramación**

Dirección de Investigaciones, Emprendimiento e Innovación

Campus Casa Lemaitre: Calle del Bouquet  
Cra 21 No 25-92 PBX (5) 6606041 -42- 43 Fax: (5) 6604317

Campus Tecnológico:  
Parque Industrial y Tecnológico Carlos Vélez Pombo  
PBX (5) 6535331 Fax: (5) 6619240

Cartagena de Indias, D. T. y C., - Colombia  
[www.unitecnologica.edu.co](http://www.unitecnologica.edu.co)

# Contenido

	<b>Página</b>
<b>MÁQUINAS ELÉCTRICAS</b>	7
<b>1. PRINCIPIOS GENERALES DE LA MÁQUINA ELÉCTRICA</b>	8
1.1 Circuitos Magnéticos	8
1.2 Leyes Generales de los Circuitos Magnéticos	10
1.3 Operación y Pérdidas en Corriente Alterna	11
1.4 Factor de Apilamiento	12
1.5 Efecto de Borde o Fleco	12
1.6 Energía Almacenada en un Campo Magnético	12
1.7 Cálculo de la Inductancia	13
1.8 Ejercicio	14
<b>2. EL TRANSFORMADOR DE POTENCIA</b>	21
2.1 Partes del Transformador	21
2.2. Tipos de Transformadores	26
2.3 Principio de Funcionamiento de un Transformador en Vacío	28
2.4 Transformador con Carga	30
2.5 Polaridad de un Transformador	33
2.6 Rendimiento de un Transformador	35
2.7 Circuito Equivalente del Transformador	38
2.8 Máximo Rendimiento de un Transformador	40
2.9 Valores de Resistencia y Reactancia Equivalentes Expresadas en Porcentaje	43
2.10 Regulación de Tensión del Transformador	43
2.11 El Autotransformador	46
2.12 Transformador Tridevanado	49
2.13 Transformador Trifásico	50
2.14 Conexiones Trifásicas	54
2.15 Otras Conexiones Trifásicas	61
2.16 Determinación del Grupo de Conexiones	64
2.17 Acoplamiento en Paralelo de Transformadores	65
<b>3. DEVANADOS</b>	71
3.1. Generalidades	71
3.2. Tipos de Devanados	72
3.3. Fuerza Electromotriz Inducida en una Espira con Flujo Senoidal	73
3.4. Fuerza Magnetomotriz en un Devanado (F.M.M.)	76
3.5. Fuerza Magnetomotriz de un Devanado Trifásico	78
3.6. Efecto de los Armónicos en la Distribución del Flujo	79
3.7. Devanados Polifásico	80

	<b>Página</b>
<b>4. MÁQUINAS DE INDUCCIÓN</b>	87
4.1 Partes principales	87
4.2 Principio de funcionamiento	88
4.3 Potencia normalizada	89
4.4 Deslizamiento	90
4.5 Circuito equivalente del motor de inducción (parámetros concentrados)	91
4.6 Diagrama Fasorial	93
4.7 Balance Energético	94
4.8 Influencia de los Parámetros de la Red en el Comportamiento de la Maquina de Inducción	95
4.9 Curva Par Velocidad	95
4.10 Operación de la Maquina de Inducción	97
4.11 Diagrama Circular del Motor de Inducción	97
4.12 Arranque de Motores de Inducción	101
<b>5. MAQUINAS SÍNCRONAS</b>	115
5.1. Clasificación de las Maquinas Síncronas	116
5.2. Principio de Funcionamiento	116
5.3. Sistema Inductor	117
5.4. Corriente de Excitación	118
5.5. Funcionamiento en Vacío y Característica de Vacío	119
5.6. Característica del Corto Circuito	124
5.7. Curvas del Generador Síncrono	126
5.8. Circuito Equivalente y Diagrama Fasorial del Generador de Rotor Cilindrico	128
5.9. Métodos para Calcular la Regulación	130
5.10. Generador de Rotor Cilíndrico Conectado a una Barra Infinita	133
5.11. Máquina de Polos Salientes – Teoría de las Dos Reacciones	133
5.12. Potencia en la Máquina de Polos Salientes	135
5.13. Transitorios Mecánicos de la Máquina Síncrona	136
5.14. Relación Entre Velocidad y Potencia en la Maquina Síncrona	137
5.14. Generadores Sincronos en Paralelo	139
5.15 Maquinas Scincronas Como Motor	142
<b>6. MAQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA</b>	147
6.1 Acción del Conmutador	149
6.2 Devanados de Armaduras y Partes Físicas	150
6.3 Ecuación de la (F.E.M)	152
6.4 Ecuación del Par	153
6.5 Ecuación de la Velocidad y de la Fuerza Contra Electromotriz (F.C.E.M)	153
6.6 Clasificación de las Maquinas de Acuerdo con la Forma de Excitación	154
6.7 Reacción de Armadura	158
6.8 Voltaje de Reactancia y Conmutación	160
6.9 Efecto de Saturación Sobre el Voltaje de un Generador en Derivación	161
6.10 Características como Generador	163
6.11 Características como Motor	165
6.12 Pérdidas y Eficiencia	166

# Máquinas Eléctricas

Una máquina eléctrica es un dispositivo que transforma la energía cinética en otra energía, o bien, en energía potencial pero con una presentación distinta, pasando esta energía por una etapa de almacenamiento en un campo magnético. En otras palabras las máquinas eléctricas se pueden definir como convertidores de energía. Están constituidas por un circuito magnético y dos circuitos eléctricos. Normalmente uno de los circuitos eléctricos se llama excitación.

## CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Desde el punto de vista mecánico se clasifican en:

- Rotativas: Dinamos, alternadores y motores.
- Estáticas: Transformadores.

Según la conversión de energía que realizan

- **Generadores:** Transforma la energía mecánica en eléctrica. La acción se desarrolla por el movimiento de una bobina en un campo magnético, resultando una f.e.m. inducida que al aplicarla a un circuito externo produce una corriente que interacciona con el campo y desarrolla una fuerza mecánica que se opone al movimiento. En consecuencia, el generador necesita una energía mecánica de entrada para producir la energía eléctrica correspondiente.
- **Motores:** Transforma la energía eléctrica en mecánica. La acción se desarrolla introduciendo una corriente en la máquina por medio de una fuente externa, que interacciona con el campo produciendo un movimiento de la máquina; aparece entonces una f.e.m. inducida que se opone a la corriente y que por ello se denomina fuerza contra electromotriz. En consecuencia, el motor necesita una energía eléctrica de entrada para producir la energía mecánica correspondiente.
- **Transformadores:** Transforma una energía eléctrica de entrada (C.A.) con determinadas magnitudes de tensión y corriente en otra energía eléctrica de salida (C.A.) con magnitudes diferentes.

Según el tipo de excitación

- **Máquinas de corriente continua (Conmutación):** Se distinguen por el dispositivo de conmutación mecánico conocido como conmutador. Se utilizan en tracción, aplicaciones industriales y servo-contróles.
- **Máquinas de corriente alterna:** Entre estas tenemos el transformador, las máquinas asíncronas o de inducción y las máquinas síncronas o sincrónicas.

# 1. PRINCIPIOS GENERALES DE LA MÁQUINA ELÉCTRICA

## 1.1 CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Por circuitos magnéticos entendemos como una trayectoria del flujo magnético, tal como un circuito proporciona el camino para la corriente eléctrica. En las máquinas, los conductores que llevan la corriente interactúan con los campos magnéticos (provenientes, ellos mismos de las corriente en los conductores o los magnetos-imanen permanentes), produciendo una conversación electromecánica de energía.

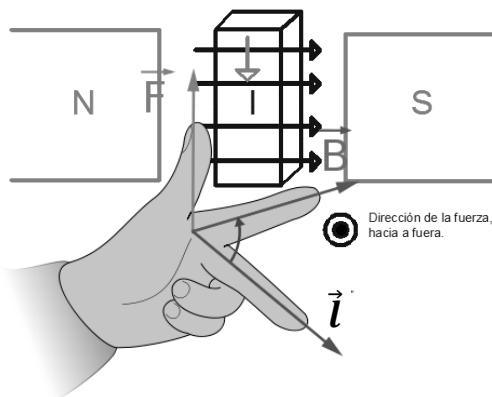
Consideremos un conductor de longitud “ $l$ ”, colocando entre los polos de un imán. Supongamos que el conductor lleva una corriente  $I$ , que se forma un ángulo recto con las líneas de flujo magnético, como se ve en la figura, se encuentra experimentalmente que sobre el conductor actúa una fuerza  $F$ , cuya dirección y magnitud está dada por:

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \text{ LEY DE AMPERE}$$

Dónde:

$\vec{B}$ : Densidad del flujo magnético, cuya dirección está dada por las líneas de flujo, [T]

$\vec{l}$ : Vector de magnitud “ $l$ ” en la dirección de la corriente.

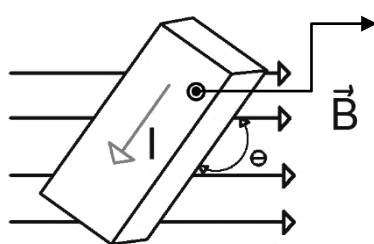


*Regla de la mano izquierda*

Dedo índice: Indica la línea de flujo

Dedo pulgar: indica el movimiento del conductor

Dedo corazón: indica si entra o sale la corriente



Dirección de la fuerza

$$F = IlB \sin \theta$$

La ley de Ampere, respecto al desarrollo de la fuerza, o par, proporciona la base de operación de los motores eléctricos.

El flujo magnético,  $\varphi$ , a través de una superficie dada (abierta o cerrada) es el flujo de  $\vec{B}$  a través de esa superficie; esto es:



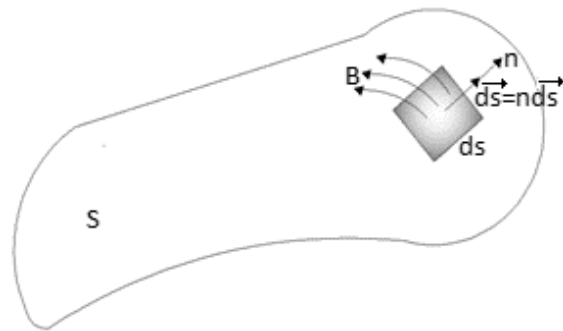
$$\varphi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} ds$$

Donde “n” es la perpendicular hacia fuera del elemento unitario del diferencial de superficie  $ds$  que pertenece a esa superficie. En el caso que  $\vec{B}$  sea constante en magnitud y perpendicular en cualquier punto a la superficie, del área  $A$ , se tiene:

$$\varphi = BA$$

$$[\varphi] = [Wb] \text{ Weber}$$

$$1T = 1Wb/m^2$$



La mutua relación entre la corriente eléctrica y un campo magnético está dada por la ley de Ampere por circuitos:

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = I$$

$\vec{H}$ : Intensidad de campo magnética [A/m]

Cuando la trayectoria cerrada es atravesada N veces por la corriente, se tiene:

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = NI \equiv \mathcal{F}$$

$\mathcal{F}$ : Fuerza magnetomotriz (f.m.m)

$$[\mathcal{F}] = [A/m] = \text{Ampere-vueltas} = (A \cdot V)$$

### Permeabilidad y saturación

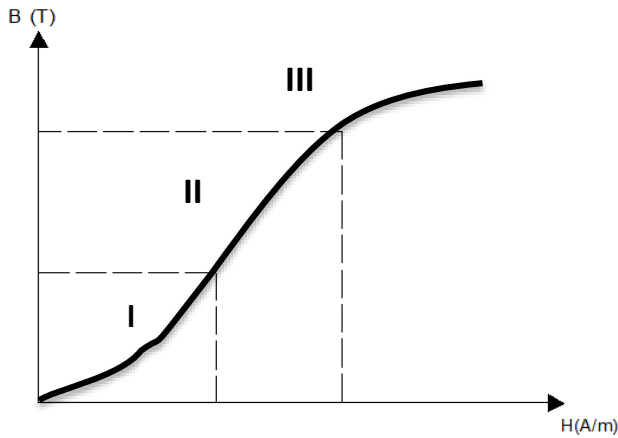
En un medio material isotrópico,  $\vec{H}$  que está determinada por cargas en movimiento (corrientes) y  $\vec{B}$  que también depende de las propiedades del medio, están relacionadas por:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$\mu$ : Permeabilidad del medio;  $[\mu] = [H/m]$

Para el vacío se tiene  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  donde  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H/m$  (vacío)

El material del núcleo de una máquina eléctrica es generalmente ferromagnético, y la variación del  $\vec{B}$  respecto a  $\vec{H}$  no es lineal, como se puede apreciar en una curva de saturación típica.



La pendiente de la curva depende de la densidad d flujo, como se clasifica en las regiones I, II, y III.

Por lo tanto podemos hablar de diferentes tipos de permeabilidades.

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} = \mu_r\mu_0\mathbf{H} \rightarrow \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$\mu_r$ : Permeabilidad relativa

Tanto  $\mu$  como  $\mu_r$  varían  $\vec{H}$  a lo largo de la curva  $\vec{H} - \vec{B}$ .

## 1.2 LEYES GENERALES DE LOS CIRCUITOS MAGNÉTICOS

En algunos aspectos, un circuito magnético es análogo a un circuito resistivo de corriente continua.

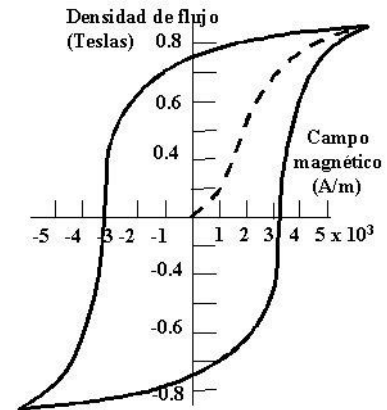
Circuito	Ley de ohm	Resistencia	Corriente	Voltaje	conductividad	Conductancia
Eléctrico	$I = \frac{V}{R}$	$R = \frac{l}{\sigma A}$	$I$	$V$	$\sigma$	$G$
Magnético		Reluctancia	Flujo	F.m.m.	Permeabilidad	Permeancia
	$\varphi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}}$	$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A}$	$\varphi$	$\mathcal{F}$	$\mu$	$P$

Debido a que  $\varphi$  es análogo a  $I$  y  $\mathcal{R}$  es análogo a  $R$ , las leyes de las resistencias en serie y en paralelo son válidas también para las reluctancias. La diferencia básica entre la resistencia eléctrica,  $R$ , y la resistencia magnética,  $\mathcal{R}$ , es que la primera se relaciona con una pérdida de energía ( $RI^2$ ), mientras que la segunda no. Además, los flujos magnéticos toman trayectorias de dispersión, en tanto que los circuitos eléctricos normalmente no lo hacen.

### 1.3 OPERACIÓN Y PÉRDIDAS EN CORRIENTE ALTERNA

Si la f.m.m es en corriente alterna, entonces la curva  $\vec{H} - \vec{B}$  se hace cerrada y la simetría (histéresis). El área dentro de la curva es proporcional a las pérdidas de energía en forma de calor por ciclo, las cuales se conocen como pérdidas por histéresis. Esta área varía con la temperatura y la frecuencia de inversión de  $\vec{H}$  en un material dado.

Una característica de los materiales magnéticos con gran importancia para la eficiencia en energía de un dispositivo electromagnético es la pérdida de energía dentro del mismo material. La razón con la que cambia el campo externo, tiene fuerte influencia sobre la magnitud de la pérdida, ejemplo ésta, por lo general, proporcional a cierta función de la frecuencia de variación del campo magnético. La estructura metalúrgica del material magnético, incluso su conductividad eléctrica, tiene también marcado efecto sobre la magnitud de la pérdida. En las máquinas eléctricas esta pérdida se denomina comúnmente, pérdida de núcleo o algunas veces pérdidas magnéticas o pérdidas por excitación.



Las pérdidas en el núcleo se dividen en dos componentes:

Pérdidas por histéresis: las cuales son iguales al producto del área del ciclo de histéresis en baja frecuencia, por la frecuencia de la fuerza magnetizante en sistemas sinusoidales.

Pérdidas por corrientes parásitas: Se originan por corrientes eléctricas inducidas, llamadas corrientes de Eddy (torbellinos), dado que tienden a fluir en trayectorias cerradas dentro del propio material magnético.

Las pérdidas del núcleo están dados en forma aproximada por las siguientes expresiones:

Pérdidas por corrientes parásitas,  $P_e = K_e f^2 B_m^2 t^2$  (W/Kg)

Pérdidas por histéresis,  $P_h = K_h f^2 B_m^{1.5 a 2.5}$  (W/Kg)

$B_m$ : Densidad máxima de flujo

$f$ : Frecuencia de la corriente alterna

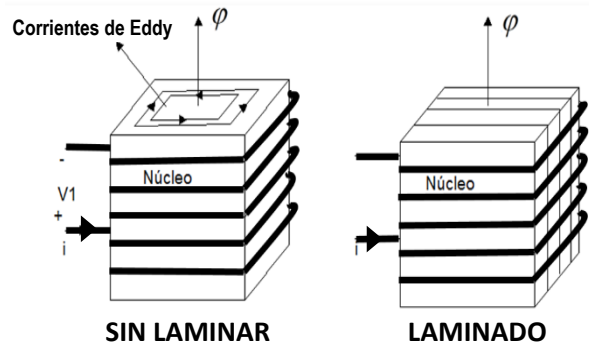
$K_e$ : Constante que depende de la conductividad del material

$K_h$ : Es otra constante de proporcionalidad

$t$ : es el espesor de las láminas

### 1. 4 FACTOR DE APILAMIENTO

Para reducir las pérdidas por corrientes parasitas, el núcleo puede construirse con láminas u hojas delgadas de asilamiento alternados con láminas. Las láminas se orientan en forma paralela a la dirección del flujo. Las pérdidas por corrientes parasitas son proporcionales al cuadrado del espesor de las láminas, que varía desde alrededor de 0.5 hasta 5mm en la mayoría de las maquinas eléctricas. La laminación de un núcleo aumenta su volumen. La relación del volumen realmente ocupado por el material magnético al volumen total del núcleo se conoce como factor de apilamiento.



Debido a que las pérdidas por histéresis es proporcional al área de la curva de histéresis, el núcleo de una maquina se construye con acero silicio con buena calidad (alta) permeabilidad magnética, que tenga una curva de histéresis angosta. Núcleos devanados con cintas también tienen perdidas bajas.

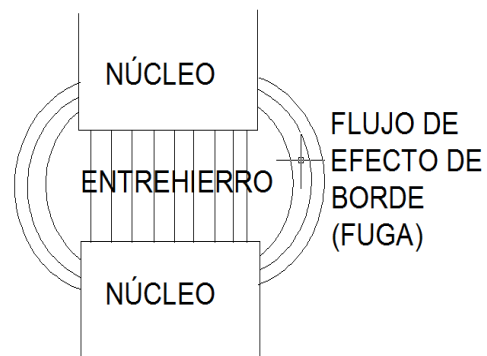
### 1.5 EFECTO DE BORDE O FLECO

El efecto de borde resulta de las líneas del flujo que aparecen a los lados y en los bordes de las partes del núcleo magnético separados por el aire. El efecto de borde aumenta con la longitud del entrehierro. Es casi imposible calcular analíticamente la dispersión por efecto de borde, excepto en las simple de las configuraciones.

### 1.6 ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAMPO MAGNÉTICO

La energía potencial  $W_m$ , almacenada en un campo magnético dentro de un volumen, "V", dado está definida por la integral de volumen

$$W_m = \frac{1}{2} \int_v \mathbf{B} \mathbf{H} dv = \frac{1}{2} \mu \int_v H^2 dv = \frac{1}{2\mu} \int_v B^2 dv$$



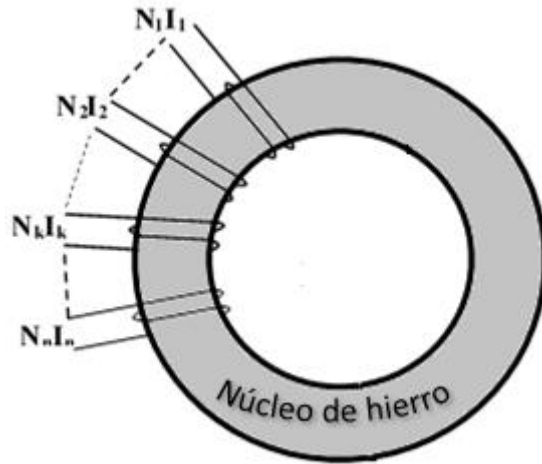
### 1.7 CÁLCULO DE LA INDUCTANCIA

La inductancia se define como flujo concentrado por unidad e corriente:

$$L \equiv \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i}$$

$$[L] = [H] = [Wb/A]$$

Para un devanado magnético toroidal con “n” bobinas distintas, se pueden definir  $n^2$  inductancias:



$$L_{pq} = \frac{\text{Flujo que enlaza la bobina "p" debido a "i" en "q"}}{\text{corriente en la bobina q}} = \frac{N_p(K_{pq}\phi_q)}{i_q}$$

$K_{pq}$  es la fracción del flujo debido a la bobina q, que concatena a la espira p, y se denomina coeficiente de acoplamiento entre las dos bobinas.  $K_{pq} \leq 1$ .

Cuando los dos subíndices son iguales, es decir,  $p = p$  se tiene que  $L_{pp}$  lo cual se denomina autoinductancia. Y cuando  $p \neq q$ , la inductancia se conoce como inductancia mutua.

$$K_{pq} = K_{qp} \Rightarrow L_{pq} = L_{qp}$$

Ahora como:  $\phi = \frac{N_q i_q}{\mathfrak{R}}$ , entonces:

$$L_{pq} = \frac{K_{pq} N_p N_q i_q}{\mathfrak{R} i_q} = \frac{K_{pq} N_p N_q}{\mathfrak{R}} = K_{pq} N_p N_q \rho$$

Ahora como  $\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A}$ , se tiene  $L_{pq} = \frac{\mu A}{l} K_{pq} N_p N_q$

La energía almacenada en una inductancia L, se puede expresar como

$$W_m = \frac{1}{2} Li^2$$

Para un sistema de “n” bobinas se tiene que

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n L_{pq} i_p i_q = \frac{1}{2} \int_v \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dv$$

### 1.8 EJERCICIO

Un anillo de acero fundido, tiene una sección transversal circular de 3cm de diámetro y una circunferencia media de 80 cm. El anillo es enrollado uniformemente con una bobina de 600 vueltas.

Cuál es la corriente necesaria en la bobina para producir un flujo de 0.5mWb en el anillo?

Si con un corte de sierra se crea un espacio de aire de 2mm en el anillo, encontrar aproximadamente el flujo en el entrehierro por la corriente obtenida en a)

Cuál es la corriente que producirá el mismo flujo en el entrehierro como a)

Desprecie el efecto de borde y las fugas.

#### Solución

La sección transversal del anillo es:  $A = \pi \left(\frac{0.03}{2}\right)^2 m^2 = 7.07 \times 10^{-4} m^2$

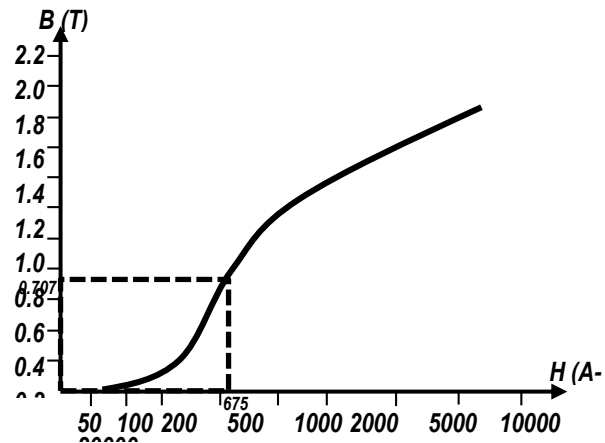
Densidad de flujo del núcleo

$$B = \frac{\varphi}{A} = \frac{0.5 \times 10^{-3} Wb}{7.07 \times 10^{-4} m^2} = 0.707 T$$

De la figura se tiene que para 0.707T se tiene  $H \approx 675 A/m$

$$F = Hl = (675 A/m) * 0.8m = 540 A \cdot m$$

$$F = NI \text{ entonces se tiene que } I = (540/600) = 0.9 A$$



$$R_{total} = R_{nucleo} + R_{aire}$$

$$R_{nucleo} = \frac{F}{\varphi} = \frac{540}{0.5 \times 10^{-3}} = 1.08 \times 10^6 H^{-1}$$

$$R_{nucleo} = \frac{l}{\mu_0 A} = \frac{2 \times 10^{-3} m}{4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m} \times 7.07 \times 10^{-4} m^2} = 1.08 \times 10^6 H^{-1}$$

$$R_{total} = 3.33 \times 10^6 H^{-1}$$

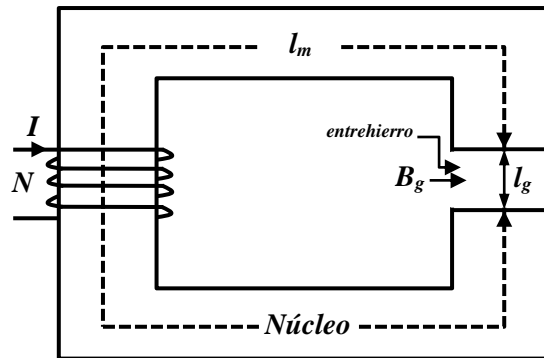
$$\varphi_{aire} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = \frac{540}{3.33 \times 10^6 H^{-1}} = 0.162 mWb$$

Al mantener

$$\varphi = 0.5 mWb \rightarrow F = R\varphi = (3.33 \times 10^6 H^{-1}) \times (0.5 mWb)$$

$$F = 1.665.79 A \cdot v = NI \rightarrow I = 2.775 A$$

Para el circuito magnético mostrado en la figura,  $N=10$  vueltas,  $l_g = 0.1 mm$ ,  $l_m = 100 mm$ , factor de apilamiento = 0.9, el material del núcleo es el M-19 (Ver figura). Calcular la  $I$  requerida para establecer una densidad de flujo de 1T en el entrehierro. Despreciar el efecto de borde y de dispersión.



**Solución**

Para el entrehierro

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = \frac{1 \frac{Wb}{m^2}}{4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m}} = 7.95 \times 10^5 \frac{A}{m}$$

$$\mathcal{F}_g = H_g l_g = 7.95 \times 10^5 \frac{A}{m} \times 0.1 \times 10^{-3} = 79.57 A \cdot v$$

Para el núcleo se tiene

$$B_m = \frac{B_g}{\text{factor de apilamiento}} = \frac{1 \frac{Wb}{m^2}}{0.9} = 1.1 T$$

En la figura tenemos que para 1.1T,  $H_m = 130 A/m$

$$F_m = (130 A/m) \times (0.1 m) = 13 A \cdot v$$

$$F_T = F_g + F_m = 79.57 A \cdot v + 13 A \cdot v = 92.57 A \cdot v$$

$$\text{Luego } I = \frac{\mathcal{F}}{N} = \frac{92.57 A \cdot v}{10 v} = 9.257 A$$

Characteristics of Magnetic Materials and Permanent Magnets

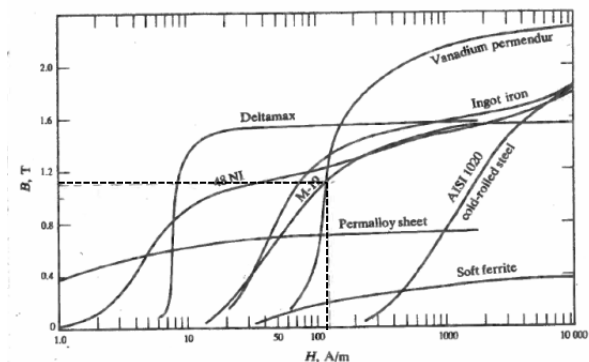


Fig. C-1. B-H curves of selected soft magnetic materials.

Un circuito magnético compuesto en el que varía la sección transversal, tal como se muestra en la figura. El núcleo de hierro tiene las características mostradas.

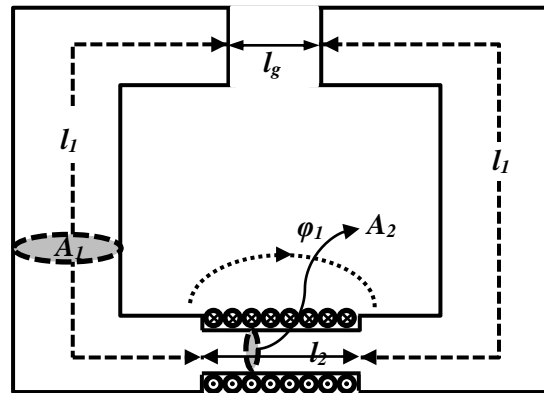
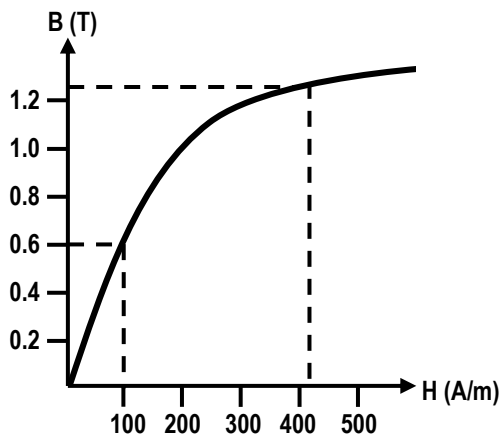
Si  $N=100$  vueltas,  $l_1 = 4l_2 = 40\text{cm}$ ;  $A_1 = 2A_2 = 10\text{cm}^2$ ,  $l_g = 2\text{mm}$ ,  $\varphi_1(\text{dispersión}) = 0.01\text{ mWb}$ .

Calcular la  $I$  necesaria para establecer una densidad de flujo en el entrehierro de  $0.6\text{ T}$

$$B_g = 0.6\text{ T}$$

$$H_g = \frac{0.6\text{ T}}{\mu_0} = 477.46 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

$$\mathcal{F}_g = \left(477.46 \frac{\text{kA}}{\text{m}}\right) \times 0.002\text{ m} = 954.93\text{ A}\cdot\text{v}$$



$$B_{l1} = B_g = 0.6\text{ T}$$

De la figura para  $0.6\text{T}$  se tiene  $H = 100\text{ A/m}$ , luego para las dos  $l_1$  se tiene:

$$\mathcal{F}_{l1} = (100) \times (0.4 + 0.4) = 80\text{ A}\cdot\text{v}$$

$$\Phi_g = B_g A_1 = (0.6) \times (10 \times 10^{-4}) = 0.6\text{ mWb}$$

El flujo total producido por la bobina,  $\varphi_T$  es la suma del flujo del entrehierro y el flujo de dispersión:

$$\varphi_T = \varphi_g + \varphi_1 = 0.6 + 0.01 = 0.61\text{ mWb}$$

Luego  $B_2$  (en el tramo  $l_2$ ) es:

$$B_2 = \frac{\varphi_T}{A_2} = \frac{0.61\text{ mWb}}{5 \times 10^{-4}\text{ m}^2} = 1.22\text{ T}$$

Para esta densidad de flujo se tiene de la curva que  $H = 410\text{ A/m}$ , entonces

$$\mathcal{F}_{l2} = (410\text{ A/m})(0.1\text{ m}) = 41\text{ A}\cdot\text{v}, \text{ por lo tanto la } \mathcal{F}_{\text{total}} \text{ es}$$

$$\mathcal{F}_T = \mathcal{F}_g + \mathcal{F}_{l1} + \mathcal{F}_{l2} = 954.93 + 80 + 41 = 1075.93\text{ A}\cdot\text{v}$$



Entonces para  $N=100$  vueltas, la corriente deseada es:

$$I = \frac{1075.93A - v}{100v} = 10.76 A$$

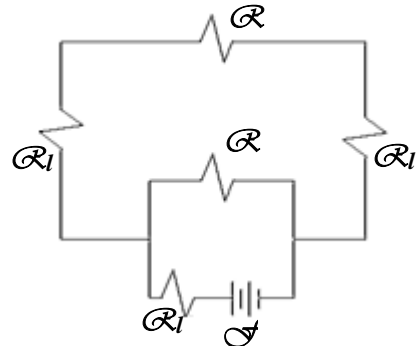
El circuito eléctrico análogo correspondiente sería

$$\mathcal{R}_g = \frac{\mathcal{F}_g}{\varphi_g} = \frac{954.93A - v}{0.6mWb} = 1.59 \times 10^6 H^{-1}$$

$$\mathcal{R}_{l_1} = \frac{\frac{1}{2}\mathcal{F}_{l_1}}{\varphi_{l_1}} = \frac{80A - v}{0.6mWb} = 0.133 \times 10^6 H^{-1}$$

$$\mathcal{R}_{l_2} = \frac{\mathcal{F}_{l_2}}{\varphi_{l_2}} = \frac{41A - v}{0.6mWb} = 0.067 \times 10^6 H^{-1}$$

$$\mathcal{R}_1 = \frac{l_2}{\mu_0 A} = \frac{0.1m}{4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m} \times 5 \times 10^{-4} m^2} = 159.154 \times 10^6 H^{-1}$$



Para el cálculo de las inductancias se tiene

$$L_T = \frac{N\varphi_T}{I} = \frac{100 \times 0.61mWb}{10.76A} = 5.67mH$$

$$L_1 = \frac{N\varphi_1}{I} = \frac{100 \times 0.01mWb}{10.76A} = 92.94mH$$

Cuál es la energía magnética almacenada en el hierro y en el entrehierro?

$$W_{aire} = \frac{1}{2\mu_0} \int_v B^2 dv = \frac{1}{2\mu_0} B^2 Vol_g = \frac{1}{2 \times 4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m}} \left(0.6 \frac{Wb}{m^2}\right)^2 (10 \times 10^{-4} m^2)(0.02m)$$

$$W_{aire} = 286.479 mJ$$

$$W_{hierro} = \frac{1}{2} Li^2 - W_{aire} = \frac{1}{2} \times 5.67mH \times (10.76A)^2 - 0.286J = 41.75mJ$$

Si el factor de apilamiento es de 0.8 y  $B_g$  permanece en 0.6T. ¿Cuál son las densidades de flujo en las diferentes partes del circuito magnético?

$$B_{l_1} = \frac{B_g}{K_p} \text{ donde } K_p: \text{ Factor de apilamiento}$$

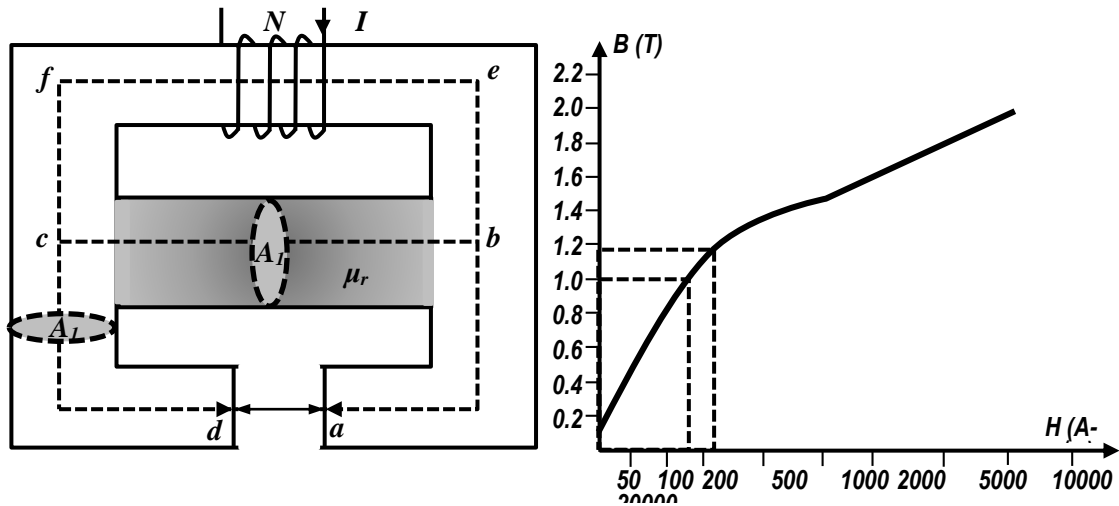
$$B_{l_1} = \frac{0.6}{0.8} = 0.75T$$

$$B_{l_2} = \frac{B_2}{K_p} = \frac{1.22}{0.8} = 1.525T$$

El circuito magnético de la figura, está hecho de placas de acero para transformador, que tiene las características B-H de la curva mostrada. La derivación del circuito magnético tiene una permeabilidad relativa de 18. El circuito magnético entero tiene una sección transversal uniforme de  $10 \text{ cm}^2$ . Las otras dimensiones son  $ab = cd = 10 \text{ cm}$ ;  $befc = 20 \text{ cm}$ ;  $bc = 10 \text{ cm}$ ;  $ad = \text{entrehierro} = 0.1 \text{ cm}$ . Calcular:

La  $F$  de la bobina de  $N$ -vueltas para establecer  $1\text{T}$  de densidad de flujo en el entrehierro

La inductancia de la bobina si  $N=1000$



**Solución**

$$l_1 = ab = cd = 10 \text{ cm}; l_2 = bfc = 20 \text{ cm}; l_3 = bc = 10 \text{ cm}$$

Como  $B_g$  es igual a  $1\text{T}$ , se tiene:

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = 795774.71 \text{ A/m}$$

$$F_g = H_g l_g = 795.77 \text{ A-v}$$

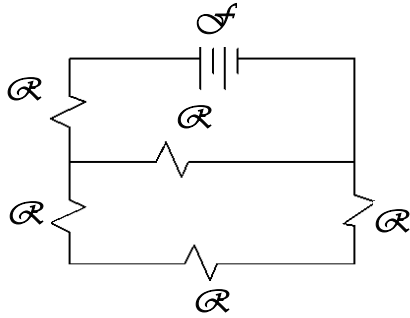
$$B_{II} = B_g = 1\text{T}$$

De la figura se tiene que para  $B=1\text{T}$ ,  $H \approx 160 \text{ A/m}$

$$F_{ab} = F_{cd} = H \times l_1 = 16 \text{ A-v}$$

$$\text{Ahora el } \varphi_g = B_g A_1 = 1 \times (10 \times 10^{-4}) = 1 \text{ mWb}$$

El circuito análogo correspondiente es:



Por lo tanto

$$H_1 l_1 + H_{gg} l_g + H_1 l_1 = H_3 l_3$$

$$H_3 = \frac{16 + 795.77 + 16}{0.1} = 8277.75 A/m$$

$$B_3 = \mu H_3 \text{ pero } \mu = \mu_0 \mu_r$$

$$B_3 = 0.1872 T$$

Como el área de todo el circuito magnético es uniforme, podemos decir que

$$B_2 = B_1 + B_3 = 1.1872 T$$

Para este valor de  $B_2$  en la curva se tiene que  $B_2 = 260 A/m$

Luego

$$F_T = F_2 + F_3 = H_3 l_3 + H_2 l_2 = 879.77 A \cdot v H_3 l_3$$

$$F = NI \rightarrow I = 0.879 A$$

$$\varphi_T = B_2 \times A = (1.1872 T) \times (10 \times 10^{-4} m^2) = 1.1872 mWb$$

$$L_T = \frac{N\varphi}{I} = \frac{(1.187 \times 10^{-3}) \times 1000}{0.879} = 1.35 H$$



## 2. EL TRANSFORMADOR DE POTENCIA

El transformador es un dispositivo eléctrico sin movimiento, que por inducción electromagnética caída los niveles de tensión y de corriente de la energía eléctrica. Básicamente consiste de dos o más bobinas acopladas por un circuito magnético común a través del cual se establece un flujo magnético.

Las funciones más comunes de los transformadores son:

- Cambiar los niveles de tensión y corriente en sistema eléctrico.
- Acoplar impedancias, el cual se utiliza en muchos circuitos de comunicación y se usa para acoplar una carga a una línea, transferir óptimamente la potencia y reducir al mínimo las ondas estacionarias.
- Aislar eléctricamente, el cual se utiliza para eliminar el ruido electromagnético, para bloquear señales de c.c. y para seguridad al usuario e instrumentos.

El más sencillo de los transformadores consta de un devanado primario conectado a la fuente de corriente alterna de una nivel de tensión determinado, cuyo flujo liga un segundo devanado, llamado secundario, resultando en éste, otro nivel de tensión, dado por la relación de transformación, la cual depende del número de espiras de cada devanado.

El circuito magnético puede ser un núcleo de material ferromagnético (núcleo de hierro), en el cual la frecuencia de trabajo es fija, o con núcleo de aire, cuya frecuencia puede ser variable para uso principal en comunicaciones.

### 2.1 PARTES DEL TRANSFORMADOR

**Núcleo o circuito magnético:** Con el fin de disminuir las pérdidas por corriente parásitas, los núcleos están constituidas por chapas o laminas ferromagnéticas aisladas entre sí. La chapa utilizada es de acero con aleaciones en silicio (del orden del 3% al 5%). La finalidad de agregar silicio es aumentar la vida útil del acero, disminuyendo la rapidez de envejecimiento que produce la acción continuada de calor.

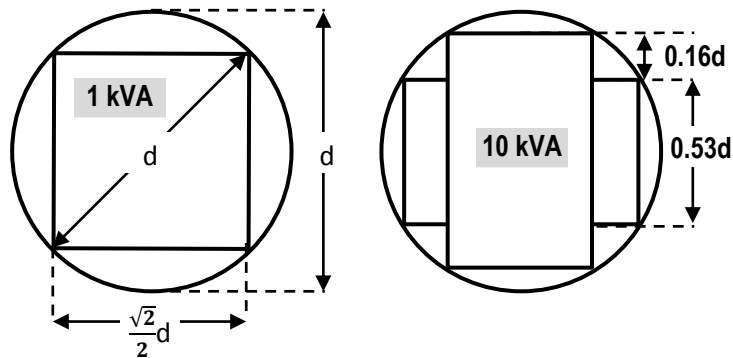
Para la fabricación de núcleos, se emplea con carácter casi exclusivo, la chapa magnética de gramo orientado o laminada en frío, de un espesor de aproximadamente 0.35mm. Estas chapas orientadas reducen las pérdidas en el núcleo debido a la histéresis. Las láminas son sometidas a un tratamiento químico especial denominado comercialmente carlite, que las reduce de una copa aislante muy delgada 0.01 mm.

El circuito magnético está compuesto por las columnas, que son las partes donde se montan los devanados y las culatas, que son las partes que realizan la unión entre las columnas. Los espacios entre las columnas y las culatas, por los cuales pasan los devanados se llaman ventanas del núcleo. Según sea la posición relativa entre el núcleo y los devanados, los transformadores se clasifican en acorazados (los devanados están en su mayor parte abrazados por el núcleo magnético), y de columnas (son los devanados los que rodean casi por completo el núcleo magnético)

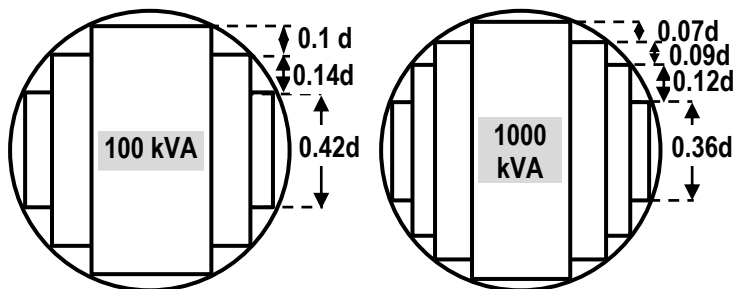


Los de tipo acorazados las espiras quedan más sujetas, pero los de tipo columna son de construcción más sencilla y se adapta mejor a las altas tensiones con que la superficie que ha de aislarse es reducida, por ello se utilizan generalmente en la práctica (excepto en transformadores monofásico de baja potencia y tensión).

Las uniones de las columnas con culatas se denominan juntas y deben tener un espesor lo más pequeño posible con objeto de reducir al máximo la reluctancia del circuito magnético. Las uniones o juntas pueden realizarse a tope (plana) o bien al solape (entrelazadas).



Las laminaciones se disponen de tal forma que las secciones transversales de las columnas en los transformadores se construyen en forma cuadrada.



Sin embargo, es la mayoría de los casos para obtener un mejor aprovechamiento del área interior de los devanados (de sección circular), la sección transversal de cada rama, tiene forma de polígono, escalonados, con un número de escalones que tanto mayor se la potencia del transformador. Se dice entonces que la sección es de tipo cruciforme.

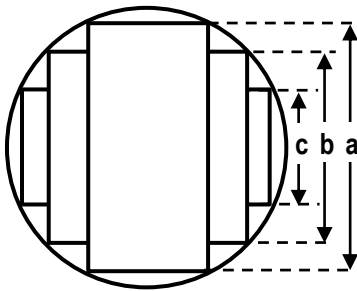
En los transformadores de gran potencia, para mejorar la evacuación de calor se internaban canales de ventilación entre los paquetes de chapas.

Se define como factor de utilización

$$Fu = \frac{\text{Área útil}}{\text{Área disponible}}$$

Siempre se trata de disponer del área máxima posible, siendo lo ideal que  $Fu = 1$ .

Para el caso de una sección con tres escalones, el área del hierro es



$$A = b^2 + 2ac - 2bc$$

$$d^2 = a^2 + c^2$$

Luego se tiene

$$A = \frac{d^2}{2} + 2a\sqrt{d^2 + a^2} - d\sqrt{2(d^2 - a^2)}$$

Para un determinado “d”, el valor de “a” para conseguir la máxima sección, se deriva S con respecto a “a”

$$\frac{dA}{da} = 2\sqrt{d^2 - a^2} + 2a\left(\frac{1}{2} \frac{-2a}{\sqrt{d^2 - a^2}}\right) - \sqrt{2}d\left(\frac{1}{2} \frac{-2a}{\sqrt{d^2 - a^2}}\right)$$

$$2(d^2 - a^2) - 2a^2 + \sqrt{2}ad = 0 \rightarrow 2d^2 + \sqrt{2}ad - 4a^2$$

$$a = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{34}}{8} d \approx 0.906d$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} d = 0.707d$$

Este cálculo puede extenderse para cualquier número de escalones de la sección cruciforme.

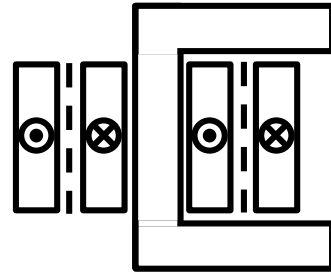
**Arrollamientos o devanados:** Los devanados son los elementos que se encargan específicamente de las conversiones de energía, constituyendo el circuito eléctrico del transformador. Los devanados se construyen con conductores de calor o aluminio, en forma de hilos redondos (para diámetros inferiores a 4 mm) o de sección rectangular (pletinas de cobre) cuando se requieren secciones mayores. Los conductores están cubiertos por una capa aislante, que suele ser de barniz en las pequeños transformadores; en el caso de las pletinas este aislante está formado por una o varias capas de flota de algodón o cinta de papel.

Según se la disposición relativa entre los arrollamientos de A.T y de B.T los devanados puede ser:

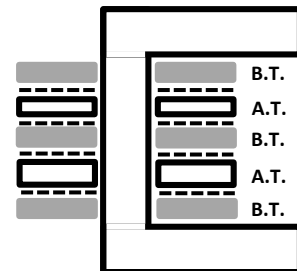
- **Concéntrico:** Tienen forma de cilindros coaxiales. Generalmente se coloca más cerca de la columna el arrollamiento de baja tensión, ya que es más fácil de aislar que el de alta tensión y entre ambos bobinados se intercala un cilindro aislante de cartón papel baquelizado.

Los principales tipos de devanados concéntricos son:

- Devanados cilíndrico de capas
- Devanado helicoidal y sus modificaciones
- Devanado continuo



- **Alternados:** Los arrollamientos se subdividen en secciones o “galletas”, de tal forma que las partes de los devanados de A.T y B.T. se suceden alternativamente a lo largo de la columna. Para disminuir el flujo de dispersión, es frecuente que en cada extremo se coloque media bobina, que por razones obvias de aislamiento pertenecen al arrollamiento de B.T.



- **Sistemas de refrigeración:** Aunque el refrigerante no es una parte esencial para la función del transformador, se considera muy importante ya que mantiene una temperatura adecuada, toda vez que el proceso de magnetización y la vibración producen calor excesivo en el núcleo y en los arrollamientos.

Los principales medios refrigerantes que se utilizan, en contacto inmediato con los arrollamientos, son el aire, el agua y el aceite mineral mezclados con sustancias que reducen el peligro de inflamación.

Flujo de aceite es más conveniente por sus mejores características térmicas y dieléctricas (aislante). De esta forma que para transformadores pequeños se acostumbra a una



refrigeración de aire (transformadores secos). Para transformadores grandes además se utiliza la refrigeración forzada (con ventiladores y bombas de aceite). Una de las principales ventajas del aceite como aislante es su propiedad de auto regenerarse después de una descarga disruptiva o perforación dieléctrica.

El aceite mineral empleado con el tiempo puede experimentar un proceso de envejecimiento, lo que indica que se oxida y polimeriza formando lodos, proceso que es activado por la temperatura, la humedad y el contacto con el oxígeno del aire; con ellos, el aceite presenta una disminución de sus propiedades refrigerantes y aislantes. Para atenuar este efecto suele añadirse al aceite productos químicos inhibidores y también se dota a la cuba de un depósito de expansión o conservador colocado en la parte alta del transformador.

### **Aisladores pasantes y otros elementos**

Los bornes de los transformadores se llevan al exterior de la cuba mediante unos aisladores pasantes de porcelana, llenos de aire o aceite. Cuando se utilizan altas tensiones aparece un fuerte campo eléctrico entre el conductor terminal y el borde del orificio en el a tapa superior de la cuba, y para evitar la perforación del aislador, este realiza con una serie de cilindros que rodean el borne metálico dentro del espacio cerrado que contiene el aceite.

Los aisladores o boquillas permiten el paso de la corriente a través del transformador y evita que haya un escape indebido de corriente. Tiene la función de conectar las guías de los devanados hacia el exterior manteniendo la hermeticidad y aislamiento eléctrico. Son los elementos más susceptibles de falla de un transformador, debido a que están sometidas a grandes esfuerzos dieléctricos al tener que soportar grandes diferencias de potencial en espacios físicos reducidos.

Las boquillas pueden ser de baja tensión (porcelana con perno de ojo y brida) o de alta tensión (conector, perno o brida interior y exterior).

Otro elemento que suelen llevar los transformadores de gran potencia es el llamado relé de gas o relé Buchholz, que protege al transformador de sobrecargar peligrosas, fallas de aislamientos, entre otras.

### **Placa de características de un transformador**

Todos los todos los transformadores deben llevar una placa característica, constituida por un material resistente a la intemperie (acero inoxidable) y todas las inscripciones deben estar grabadas (no se admiten placas con inscripciones pintadas).

Las placas deben tener las siguientes indicaciones:

- Nombre de fabricante
- Numero de fabricación
- Año de fabricación
- Potencia aparente nominal

- Tensiones nominales
- Corrientes nominales
- Símbolos del grupo de conexión (o del grupo de conexiones)
- Tensión de cortocircuito a corriente nominal y de 75°C
- Tipos de refrigeración
- Nivel de aislamiento
- Peso total
- Peso del aceite aislante
- Calentamiento
- Sobrepresión y vacío que es capaz de soportar la cuba del transformador
- Frecuencia
- Impedancia equivalente en %  $\rightarrow Z_H = \hat{Z}_N * \frac{V_H^2}{S_N}; Z_X = \hat{Z}_N \frac{V_X^2}{Z_N}$
- Datos de tomas (tap) distintas de la principal
- Potencia
- Tensiones de vacío
- Corriente
- Fecha de vencimiento de la garantía

## 2.2. TIPOS DE TRANSFORMADORES

Los transformadores ya sean trifásicos o monofásicos se pueden clasificar en:

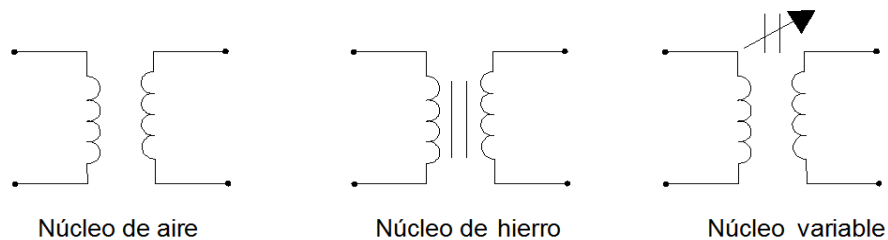
### Según su uso

- **Transformadores de potencia:** Están destinados a transferir potencia, están alimentados por tensión y frecuencias fijas. Son el 90% de los transformadores que se construyen y sus potencia oscila entre los VA y los MVA. Dentro de este grupo se tienen los transformadores con taps y los desfasadores.
- **Reguladores de tensión y autotransformadores:** Los cuales se usan para controlar la regulación de tensión en los circuitos de distribución, a la vez que funcionan como transformadores de potencia. También se usa en laboratorios, en especial los autotransformadores de contacto deslizante, el cual permite variar a voluntad la relación de espiras y obtener tensión variable en el secundario, desde cero hasta el valor de la tensión de alimentación o superior.
- **Transformadores de medida o protección:** Se utilizan para facilitar la conexión adecuada, de instrumentos de medida y/o protección. Además permite en el secundario el uso de tensiones y corrientes normalizadas las cuales son 110V, 220V y 5A.
- **Transformadores de comunicación:** Se usan en circuitos de equipos de comunicación previstos para trabajar con tensiones y frecuencias variables. Se diferencian de los anteriores en que su núcleo es de aire en lugar de hierro.

### Según la forma del núcleo

- **De columna:** Los devanados rodean casi por completo el núcleo magnético.
- **Acorazados:** Los devanados están alcanzados por el circuito magnético.
- **Toroidal:** Representan el diseño ideal sobre cómo debe ser un transformador: Son de alto rendimiento, bajo nivel de ruido, menor calentamiento, peso y tamaño reducido, facilidad de montaje.

### Según el tipo de núcleo

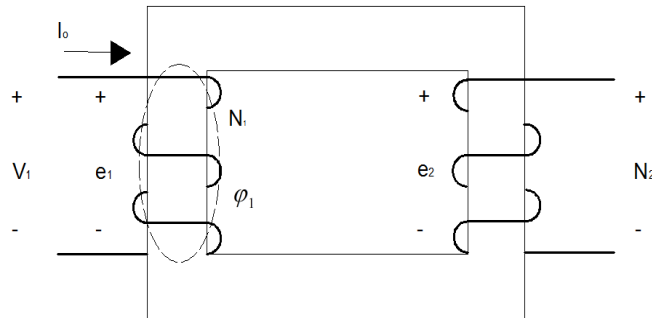


### Según el tipo de refrigeración

- **Tipo seco:** los devanados y el núcleo están expuestos al ambiente y requiere de una estructura para protegerlos contra el contacto de cuerpos extraños. Pueden ser:
  - **AA:** Enfriamiento propio. Baja potencia
  - **AFA:** Enfriamiento por el aire forzado. Se disipa el calor por medio de ventiladores o sopladores.
  - **AA/FA:** Con enfriamiento natural y con enfriamiento por aire forzado.
- **Tipo abierto:** También llamado de respiración libre a la atmosfera, son transformadores sumergidos en aceite, con un espacio libre entre el nivel de aceite y la tapa del tanque, el cual permite el paso del aire.
- **Tipo sellado:** Están en aceite, con un sello de gas, generalmente de nitrógeno, por encima del nivel del aceite. Poseen válvulas de alivio para evitar problemas por dilatación de aceite.
- **OA:** Sumergido en aceite con enfriamiento propio.
- **Refrigeración forzada de aceite:** El aceite se hace circular a través de enfriadores externos por medio de bombas especiales. La refrigeración del aceite generalmente se hace por circulación de agua en los enfriadores.
- **Refrigerados por agua:** Posee ductos internos por donde circula agua de refrigeración.
- **OA/FA:** sumergido en aceite con enfriamiento propio y con enfriamiento de aire forzado.
- **OA/FOA/FOA:** Sumergido en aceite con enfriamiento por aceite forzado con enfriadores de aire forzado.
- **OW:** Sumergidos en aceite, con enfriamiento por agua.
- **FOW:** Sumergido en aceite, con enfriamiento de aceite forzado con enfriadores de agua forzada.

### 2.3 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE UN TRANSFORMADOR EN VACIO

El transformador básicamente consta de dos circuitos eléctricos acoplados por un circuito magnético. El arrollamiento que recibe la energía se denomina primario y el que la entrega secundario.



Al aplicar una tensión alterna en un arrollamiento (primario), fluye una corriente  $I_o$  por éste arrollamiento, produciendo un flujo magnético  $\varphi$  (Ley de Ampere).

La corriente  $I_o$ , se denomina corriente de vacío y está atrasada de la tensión aplicada  $V_1$  en un ángulo  $\theta_o$  cercano a  $90^\circ$ .

$I_o \cos \theta_o$ , es la componente activa de  $I_o$  y es la que produce las pérdidas de histéresis y corriente de Foucault en el núcleo y las pérdidas en el cobre del arrollamiento primario.

$I_o \sin \theta_o$ , es la componente reactiva de  $I_o$ , que es mucho mayor que la componente activa, y es la encargada de mantener el flujo alterno, el cual tiene la misma frecuencia que la corriente e induce una fem de autoinducción en el arrollamiento primario (Ley de Faraday), cuyo valor eficaz es:

$$E_1 = 4.44 f N_1 \varphi_{\max}$$

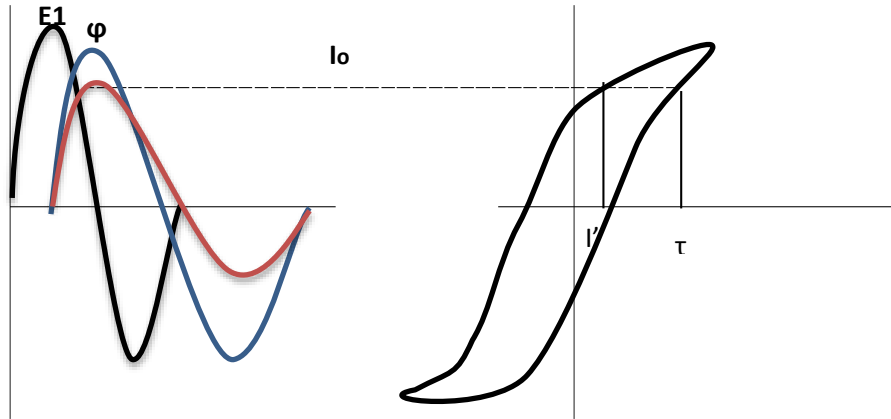
$$\varphi = \varphi_{\max} \text{Sen} \omega t$$

Debido al cambio de permeabilidad magnética entre el hierro y el entrehierro, existe una dispersión en el flujo al circular por el circuito magnético. El efecto del flujo de dispersión ( $\varphi_1$ ) se representa por una reactancia  $X_1$  y  $X_2$  en el primero y secundario respectivamente. Teniendo en cuenta las reactancias de dispersión y la resistencia propia del devanado se tiene la siguiente expresión para el circuito eléctrico resultante en el primario

$$\vec{V}_1 = \vec{E}_1 + r_o \vec{I}_o + jX_1 \vec{I}_o$$

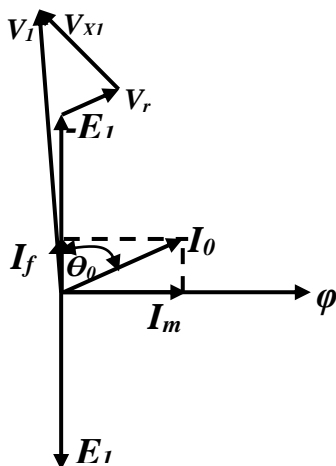
Dado que las caídas de tensión son pequeñas, se puede aproximar  $\vec{V}_1 \approx \vec{E}_1$

En estas condiciones el flujo se determina totalmente por la magnitud de voltaje aplicado, su frecuencia y el número de espiras en la bobina. Este flujo es el que enlaza la bobina secundaria e induce una fem en ella. Debido a las propiedades magnéticas del núcleo y a su **no-linealidad**,  $I_o$  no es senoidal pura.



Esto implica la existencia de armónicos en la corriente de excitación, de los cuales el más alto es el tercero ( $\pm 40\%$  de la fundamental). El transformador se constituye por lo tanto en una fuente de armónicos que deben ser manejados adecuadamente para evitar problemas en los sistemas de potencia.

Dado la naturaleza de la corriente de  $I_o$  y sus dos componentes, una en fase con el flujo ( $I_o \text{ sen } \theta_o$ ) para producir el mismo y otra en contrafase de  $E_1$  ( $I_o \text{ cos } \theta_o$ ) para proporcionar las pérdidas del hierro, se puede representar con el siguiente diagrama fasorial:



Donde

$I_f$ :  $I_o \text{ cos } \theta_o$ : Componente de pérdidas en el hierro

$I_m$ :  $I_o \text{ sen } \theta_o$ : Corriente magnetizante

$I_o$ : Corriente de excitación

$E_r$ : Tensión autoinducción

$V_r$ : Tensión aplicada

$V_{r_i}$ : Componente de  $V_1$  para equilibrar la caída  $r_1$

$V_{X_i}$ : Componente de  $V_1$  para equilibrar la caída por dispersión ( $V_1$ )

El flujo principal,  $\phi$ , entrelaza del espiras del devanado secundario, induciendo en él una tensión, cuyo valor eficaz será

$$V_2 = 4.44 f N_2 \phi_{\text{max}} \quad (\text{Suponiendo que no hay dispersión})$$

La relación entre las dos tensiones, la de autoinducción  $E_1$  (primaria) y la  $E_2$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{4.44 f N_1 \phi_{\max}}{4.44 f N_2 \phi_{\max}} = \frac{N_1}{N_2}$$

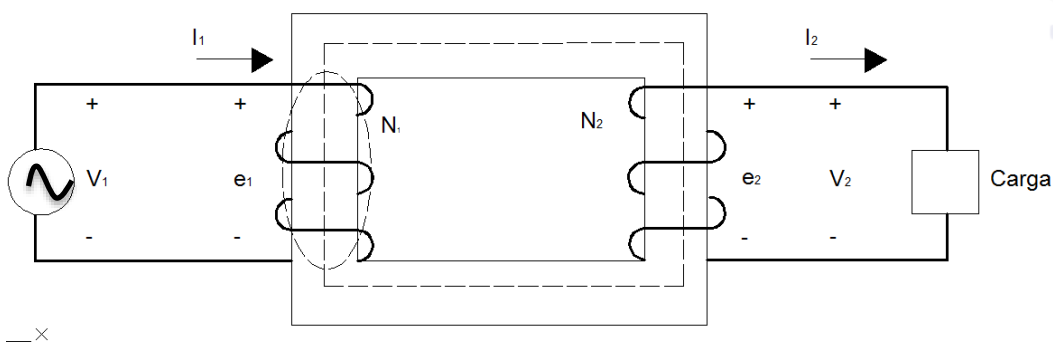
## 2.4 TRANSFORMADOR CON CARGA

Al existir una tensión inducida  $E_2$  en el arrollamiento secundario, fluye a través de la impedancia de carga y por dicha arrollamiento una corriente  $I_2$ . Esto significa que sobre el circuito magnético actúa una fuerza magnetomotriz,  $N_2 I_2$ , la cual según la ley de Lenz, se opone la f.m.m  $N_1 I_o$ , tratando de eliminar el flujo magnético existente, lo cual no es posible pues la tensión de alimentación,  $V_1$ , es constante, y el flujo producido es constante cualquier que sea la carga.

Por lo tanto, en el primario aparece una corriente suplementaria ( $I_1'$ ) que se superpone a la  $I_o$ , aportando una nueva fmm,  $N_1 I_1'$ , que contrarresta el efecto de la fmm del secundario de tal manera que:

$$N_1 I_1' = N_2 I_2' \rightarrow \frac{I_1'}{I_2'} = \frac{N_2}{N_1}$$

De lo anterior se puede decir que:



$$\bar{I}_1 = \bar{I}_o + \bar{I}_1'$$

Por norma la corriente de vacío,  $I_o$ , dependiendo del tamaño del transformador, debe estar a 3% y el 10% de la corriente  $I_1$  de plena carga.

Suponiendo de la reluctancia del núcleo es  $\mathfrak{R}$  y la  $Fmm_1 = N_1 I_1$  y  $F_2 = N_2 I_2$  se tiene

$$\text{En carga} \quad F = N_1 I_1 - N_2 I_2 = \mathfrak{R} \varphi_{\text{carga}} = N_1 I_1 - N_2 \frac{N_1}{N_2} I_1' = N_1 (\bar{I}_1 - \bar{I}_1')$$

$$F = N_1 I_o = \mathfrak{R} \varphi_{\text{vacío}}$$

$$\text{En vacío} \Rightarrow \varphi_{\text{carga}} = \varphi_{\text{vacío}}$$

***Esto implica que la  $F$  resultante es constante bajo cualquiera condición de carga***

Suponiendo el caso de transformador ideal ( todas las pérdidas despreciables,  $Cu_1, Cu_2$ , histéresis y corrientes parasitas), y de acuerdo a la conservación de energía, tenemos que la potencia tomada de la línea por el arrollamiento primario, es igual a la potencia entregada al circuito externo a través del arrollamiento secundario, así:

$$V_1 \approx e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

$$V_2 \approx e_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

Se define “**a**” como **la relación de transformación** igual a la relación entre los voltajes del primario y del secundario

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

En el análisis del funcionamiento de un transformador se acostumbra a trabajar con un circuito equivalente, donde todos sus valores son requeridos al lado primario a la fuente de alimentación. De la misma manera es el tratamiento con los diagramas razonables.

$$V_2': \text{ Voltaje de secundario referido al primario} = aV_2$$

$$I_2': \text{ Corriente del secundario referida al primario} = \frac{I_2}{a}$$

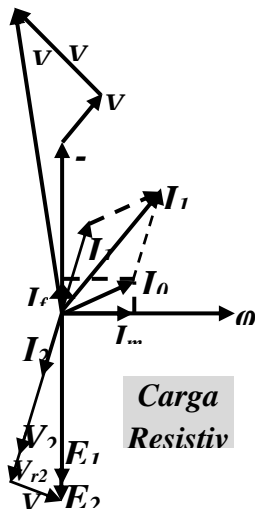
$$Z_2': \text{ Impedancias del secundario referidas al primario} = a^2 Z_2$$

Considerando ahora al transformador real, y usando las leyes de Kirchoff se tiene:

$$\text{Lado primario} \left\{ \begin{array}{l} \text{Corrientes: } \bar{I}_1 = \bar{I}_o + \bar{I}_1' \\ \text{tensiones: } \bar{V}_1 = \bar{E}_1 + r_1 \bar{I}_1 + jX_1 \bar{I}_1 \end{array} \right\}$$

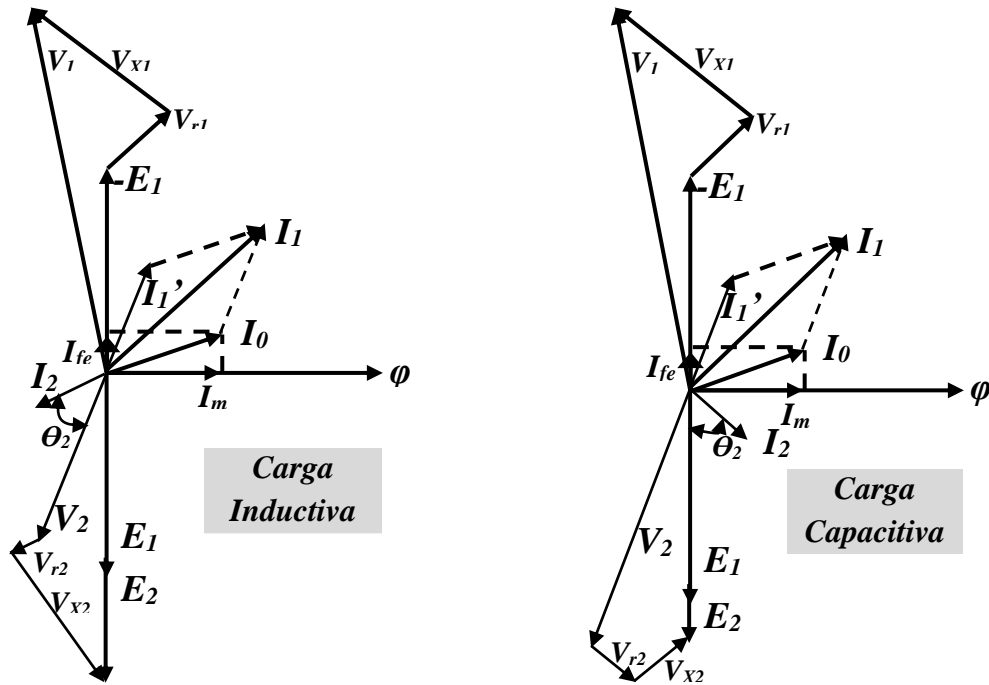
Lado secundario *tensiones*:  $\vec{E}_2 = \vec{V}_1 + r_1 \vec{I}_1 + jX_1 \vec{I}_1$

El diagrama fasorial correspondiente será:



- $\varphi$  : Flujo principal
- $V_1$  : Tensión aplicada en el primario
- $I_m$  : Corriente magnetizante
- $I_{fe}$  : Corriente pérdidas en el hierro
- $I_o$  : Corriente de excitación
- $\vec{I}_1'$  : Corriente del primario para eliminar efecto de la corriente del secundario
- $I_1$  : Corriente primaria total
- $V_{r1}$  : caída de tensión en  $r_1$
- $V_{x1}$  : caída de tensión en  $x_1$  (Dispersión primaria)
- $E_1$  : Tensión autoinducida en el primario
- $-\vec{E}_1$  : Componente de  $V_1$  para equilibrar  $V_1$
- $E_2$  : Tensión inducida en el secundario
- $V_2$  : Tensión en bornes del secundario
- $I_2$  : Corriente en el secundario
- $V_{r2}$  : Caída de tensión en  $r_2$
- $V_{x2}$  : Caída de tensión de  $x_2$  (Dispersión secundario)

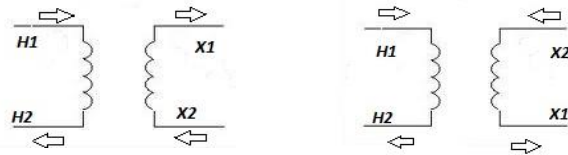




### 2.5 POLARIDAD DE UN TRANSFORMADOR

Los transformadores de potencia (monofásicos o trifásicos) tienen marcadas todas sus terminales con un sistema normalizado que designa la polaridad, la cual se define por las direcciones relativas instantáneas de las corrientes, así:

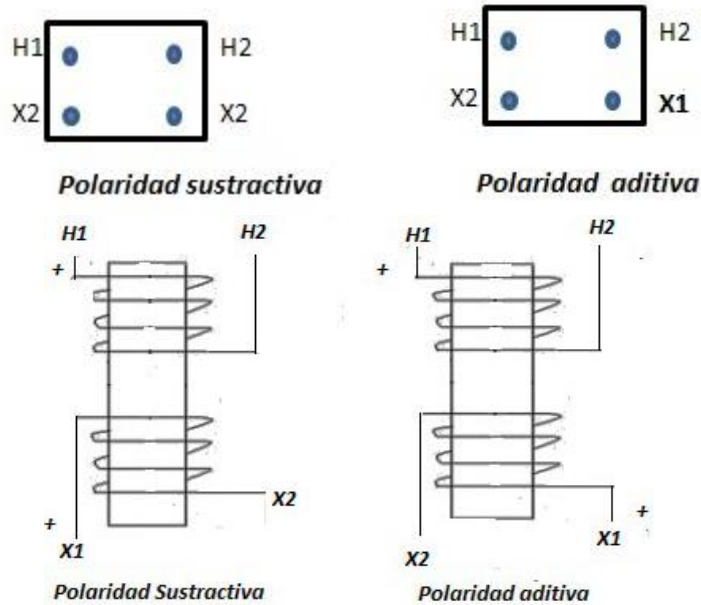
Un terminal de alta tensión (High voltage) tiene la misma polaridad de un terminal del lado de baja tensión, si la corriente que entra por el lado de alta está aproximadamente en fase con la corriente que sale por el lado de baja



La designación de los bornes se hace de acuerdo a la norma Europea y Americana de la siguiente forma:

Tipo	Nivel de Tensión	Europea	Americana
TRIFASICOS	Alta	U,V,W	H1,H2,H3
	Baja	u,v,w	x,y,z
MONOFASICOS	Alta	U,V	H1,H2
	Baja	u,v (x,y)	X1,X2

La polaridad depende de como estén arrollados los devanados, uno con respecto al otro cuando la disposición física de los terminales H1 Y H2 es adyacente se dice que el transformador es de polaridad sustractiva, y cuando es diagonalmente opuesta se dice que es de polaridad aditiva.

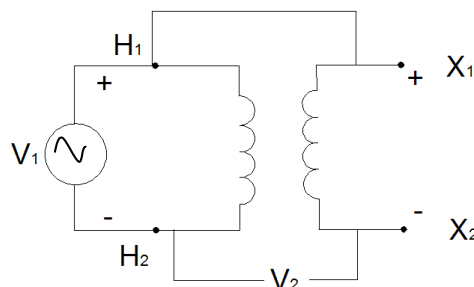


## MÉTODOS PARA DETERMINAR LA POLARIDAD DE UN TRANSFORMADOR

**Del puente de polaridad:** Se una terminal de alta tensión con una de baja tensión, se aplica tensión en uno de los dos arrollamientos y se mide la tensión resultante entre los dos terminales que se han unido (uno de alta y uno de baja tensión). Si la lectura del voltímetro es mayor que la tensión aplicada el puente une terminales de diferente polaridad y si es menor una terminales de igual polaridad.

**Polaridad sustractiva  $V_2 < V_1$**

**Método de la batería o de corriente continua:** Se aplican pulsos de corriente continua con un valor adecuado, en uno de los arrollamientos del transformador; en el otro arrollamiento se coloca un galvanómetro o un voltímetro de imán permanente o bobina móvil; i la aguja se defleca en sentido directo, los bornes marcados con "+" (positivo de la batería y positivo del instrumento de medida), tienen la misma polaridad y si se defleca en sentido inverso tienen diferente polaridad.



**Método del osciloscopio:** Se conectan un terminal de baja tensión (BT) y uno de alta tensión (AT) a los dos canales respectivos del osciloscopio, los terminales libres se conectan al a tierra del osciloscopio, y se aplica una tensión reducida a uno de los devanados. Si las ondas están aproximadamente en fase, entonces los terminales colocados en las sondas de los canales tienen la misma polaridad, si las ondas están aproximadamente a  $180^\circ$ ; significa que los terminales conectados a las sondas del osciloscopio tienen diferente polaridad.

## 2.6 RENDIMIENTO DE UN TRANSFORMADOR

El rendimiento está definido como la relación entre la energía de salida y la energía de entrada. Para una condición de carga específica, el rendimiento se puede determinar a través de la potencia y generalmente se expresa en porcentaje así:

$$n = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} * 100\% = \frac{P_{sal}}{P_{sal} + P_{per}} * 100\%$$

$P_{sal}$ : Potencia útil de salida que se transfiere del primario al secundario y que se disipa en la carga.

$P_{per}$  : pérdidas fijas (hierro) y las pérdidas variables (en el cobre) que se tienen durante la transferencia de potencia.

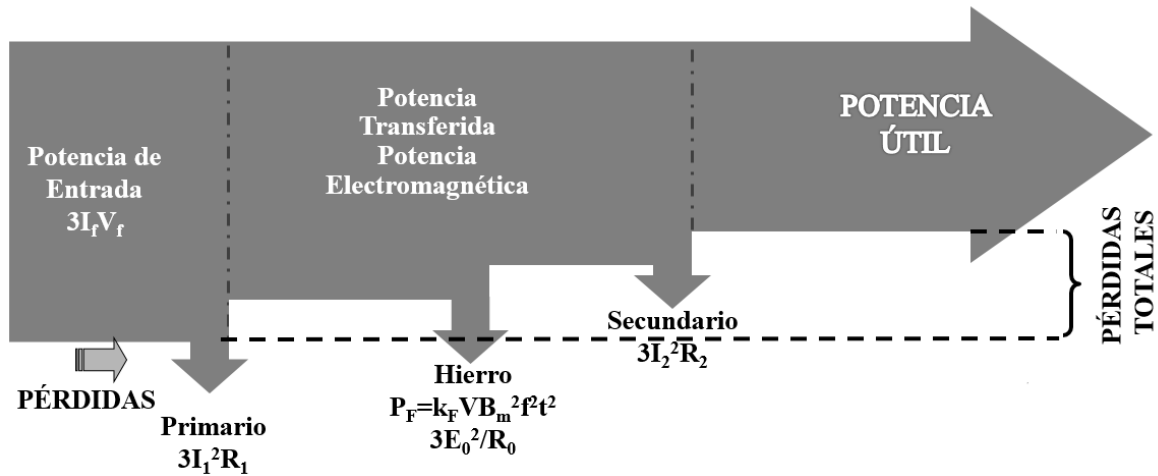
El rendimiento se puede determinar de dos formas:

**a) método directo:** consiste en medir la potencia de entrada y de salida directamente, no es aconsejable, dado que los instrumentos de medición introducen errores en la lectura, los cuales influyen mucho en el resultado cuando el rendimiento es elevado.

**b) método indirecto:** se determinan la potencia de salida y las pérdidas.

### Perdidas en el transformador:

- **Pérdidas en el hierro ( $P_{fe}$ ):** dependen de las características físicas en el núcleo y son aproximadamente proporcionales al cuadrado de la tensión aplicada. Estas pérdidas son por histéresis (se disipan en forma de calor durante cada ciclo) y las pérdidas por FOUCAULT (corrientes parasitas o de EDDY y también se disipan en forma de calor en el núcleo).
- **Perdidas de cobre ( $P_{cu}$ ):** son las pérdidas en las resistencias de los devanados primario y secundario del transformador. Son proporcionales al cuadrado de la corriente que circulan por dichas bobinas, se deben especialmente al efecto joule y dependen de la corriente de carga.



Las pérdidas en un transformador se pueden determinar de dos maneras:

Mediante Formulas: utilizado por el fabricante para el diseño de los transformadores.

Histéresis:  $Ph = KhB^X max + G$  donde  $G$ : peso total del nucleo

$X$ : depende del material

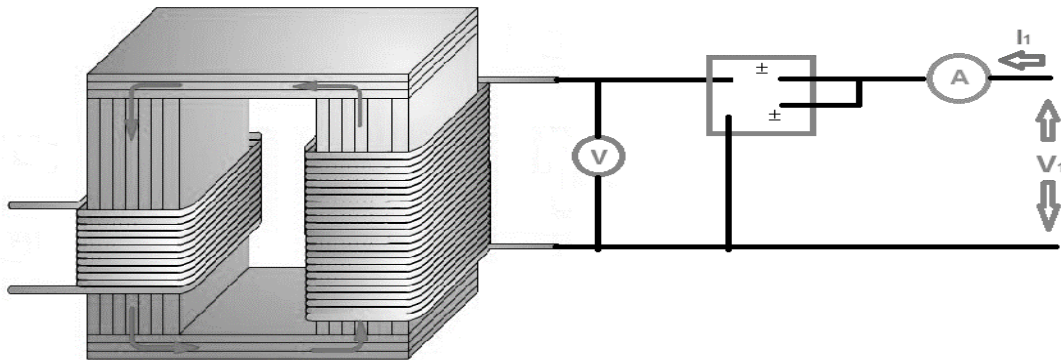
Foucault:  $Pp = KeB^2 max f^2 t^2 V$  donde  $V$ : volumen total del nucle

En el cobre:  $Pcu = Pcu^1 + Pcu^2 = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2$

### Mediante los ensayos de vacío y de corto circuito

Con estos ensayos se determinan las perdidas en el hierro (prueba en vacío) y las perdidas en el cobre (prueba de corto-circuito)

Ensayo de vacío: se realiza aplicando voltaje al primario y dejando el secundario en circuito abierto. Se mide la corriente, el voltaje y la potencia activa en los terminales del devanado primario. Es recomendable hacer la prueba en el lado de baja tensión (transformadores con alta tensión) y a las frecuencias nominales.



$$P_o = P_{fe} + I_o^2 r + P_w$$

*P<sub>fe</sub>: pérdidas en el hierro*

*P<sub>w</sub>: pérdidas en instrumento*

Debido a los valores pequeños de  $I_o$  y  $r_1$ , y a la superposición del caso de instrumentos de calidad, se pueden despreciar los términos  $I_o^2 r$  y  $P_w$  quedando:

$$P_o = P_{fe}$$

Este valor corresponde a las pérdidas del hierro del transformador, siempre y cuando la tensión a la que se hizo la prueba sea la misma que la tensión nominal.

**Ensayo de corto circuito:** se realiza aplicando un valor reducido de tensión en el primario, teniendo en corto circuito los terminales del secundario. Se mide la tensión, corriente y potencia en los terminales de entrada. Es recomendable hacer la prueba con un valor de tensión tal que circule la corriente nominal por el secundario. La potencia leída es:

$$P_{cc} = P_{cu} + P_{fe} + P_w$$

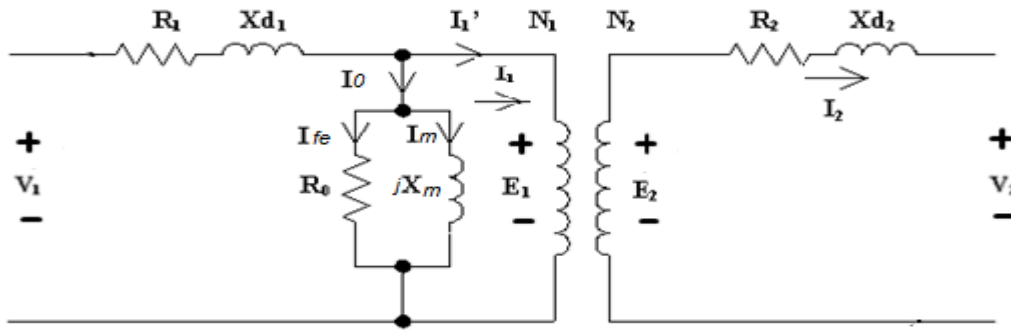
Como se aplica la tensión reducida, el valor de  $P_{fe}$  es muy pequeño por lo tanto se puede despreciar lo mismo que  $P_w$ , quedando:

$$P_{cc} = P_{cu}$$

Este es el valor de las pérdidas en el cobre siempre que el transformador trabaje con el valor de corriente correspondiente a la nominal en el ensayo.

## 2.7 CIRCUITO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR

Considerando el diagrama fasorial del transformador con carga, se puede realizar el circuito equivalente que sigue:



En este circuito se han hecho las siguientes consideraciones:

la permeabilidad del núcleo es infinita.

$R_1$ ,  $R_2$ ,  $X_1$ ,  $X_2$  representan las resistencias y la reactancias de dispersión de los devanados primarios y secundario.

$R_0$ : es la resistencia magnética, para representar las pérdidas de potencia. Por magnetización del núcleo.

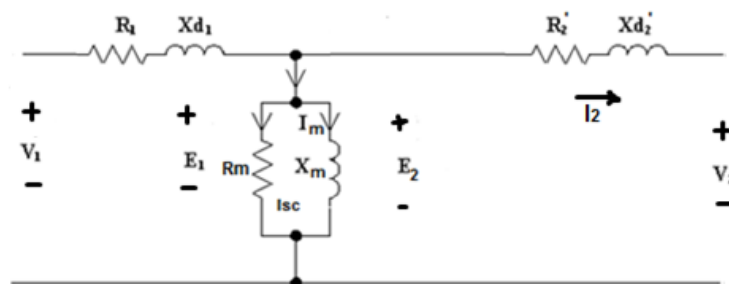
$X_m$ : es la reactancia magnética, para representar la magnetización del núcleo.

$$a = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow E_2' = E_1 = aE_2 \quad \wedge \quad V_2 = aV_2$$

$$I_2' = I_1' = \frac{1}{a}I_2$$

$$R_2' = aR_2 \quad \wedge \quad X_{d2}' = aX_{d2}$$

Por lo tanto el circuito se transforma en:

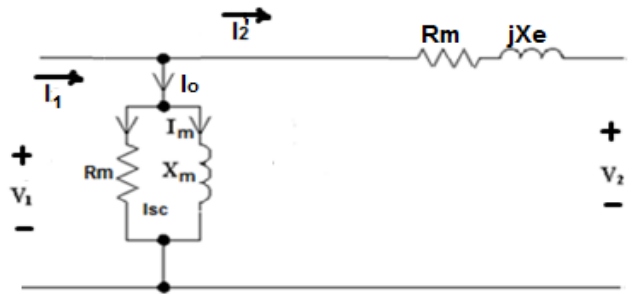


Si se desprecian las caídas  $R_1 I_0 \wedge X_{d1} I_0$ , se obtiene un nuevo circuito con aproximación muy aceptable, donde se puede agrupar resistencias y reactancias así:

$$R_e = R_1 + R_2' \quad \wedge \quad X_e = X_1 + X_2'$$

Esta aproximación se pueda dar porque  $R_m \wedge X_m$  son muchos mayores  $R_e$  y  $X_e$ , por lo tanto la corriente  $I_o$  es pequeña en relación a  $I_1$ .

El nuevo circuito es:

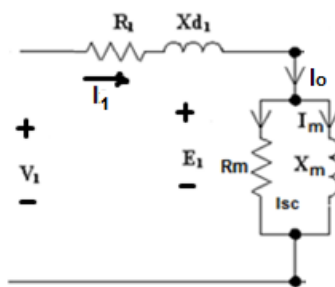


Los parámetros del circuito equivalente se pueden obtener con los datos de los ensayo de vacío y corto circuito. Así, al considerar el secundario en circuito abierto, tenemos que  $I_2' = 0$  por lo que el circuito nos quedaría:

Las lecturas de la prueba serán:

$$I_o(I_1), V_o \wedge P_o$$

Dado que las caídas de tensión en  $R_1 \wedge X_1$  son muy pequeñas (despreciables), pos ser la corriente de vacío muy pequeña, se puede aproximar:



$$V_o \approx E_1 \rightarrow P_o = P_{fe} = E_1 I_{fe} = E_o I_o \cos \varphi_o$$

Por consiguiente:

$$R_m = \frac{E_1}{I_{fe}} = \frac{V_o}{I_{fe}} = \frac{V_o}{P_o/V_o} = \frac{V_o^2}{P_o}$$

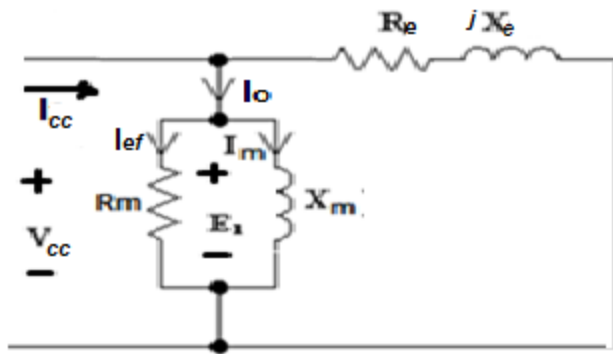
$$R_m = \frac{V_o^2}{P_o}$$

De la misma manera:

$$I_m = \sqrt{I_o^2 - I_{ef}^2} = \sqrt{I_o^2 - \left(\frac{P_o}{V_o}\right)^2}$$

$$X_m = \frac{V_o}{\sqrt{I_o^2 - \left(\frac{P_o}{V_o}\right)^2}}$$

Teniendo el secundario en corto circuito, el circuito equivalente se reduce a:



Las lecturas del ensayo son:  $I_{cc}, V_{cc} \wedge P_{cc}$ . Como  $R_m$  y  $X_m$  son muy grandes con respecto a  $R_e$  y  $X_e$ , entonces:

$$R_e = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2}; \quad Z_e = \frac{V_{cc}}{I_{cc}}$$

Por lo tanto:

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = \sqrt{\left(\frac{V_{cc}}{I_{cc}}\right)^2 - \left(\frac{P_{cc}}{I_{cc}^2}\right)^2}$$

Generalmente se asume que:

$$X_1 \approx X_2'$$

Luego:

$$X_1 = X_2' = \frac{1}{2} X_e$$

El valor de  $R_1$  y  $R_2$  se puede medir directamente desde el lado primario o secundario respectivamente.

## 2.8 MÁXIMO RENDIMIENTO DE UN TRANSFORMADOR

$$n\% = \frac{P_{ot\ salida}}{P_{ot\ salida} + P_{er\ didas}} * 100$$

$$P_{er\ didas} = P_{fe} + P_{cu}$$

$$n\% = \frac{P_s}{P_s + P_{fe} + P_{cu}} * 100$$



Como las pérdidas en el núcleo dependen de la tensión aplicada y normalmente se consideran constantes, dichas pérdidas se denominan fijas. Por otro lado las  $P_{cu}$  son variables (dependen de la carga), lo cual quiere decir que el rendimiento del transformador es variable y depende de las condiciones de carga en las cuales está trabajando.

$$P_s = V I \cos \theta \quad \rightarrow \quad I = \frac{P_s}{V \cos \theta}$$

Donde V e I son la tensión y corriente en la carga y  $\cos \theta$  es el factor de potencia en la carga.

$$P_{cu} = I^2 R_e = R_e \left( \frac{P_s}{V \cos \theta} \right)^2 = \frac{R_e}{V^2 \cos^2 \theta} P_s^2$$

Para un valor de voltaje y factor de potencia constante, se tiene:

$$P_{cu} = K P_s^2$$

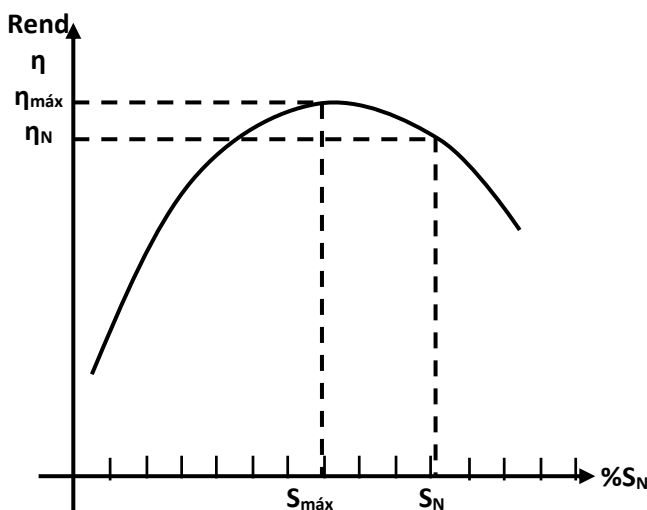
$$n = \frac{P_s}{P_s + P_{fe} + P_{cu}} = \frac{P_s}{P_s + P_{fe} + K P_s^2}$$

Así, para obtener el máximo rendimiento para un factor de potencia dado, se tiene:

$$\frac{dn}{dB} = \frac{P_s + P_{fe} + K B^2 - P_s(1 + 2K P_s)}{P_s + P_{fe} + K P_s^2} = 0 \rightarrow P_{fe} = K P_s^2 = 0; P_{cu} = P_{fe}$$

Por lo tanto, cuando las pérdidas del cobre son iguales a las pérdidas del hierro, el rendimiento del transformador es máximo (en general en toda máquina con pérdidas fijas y variables, sucede esto).

Por lo general los transformadores de potencia trabajan la mayor parte del tiempo por debajo de su carga nominal, por lo cual se diseña de tal forma que la potencia de salida de máxima eficiencia, está por debajo de la potencia de salida nominal.



$S_{n_{max}}$  = Potencia de salida en la cual ocurre el máximo rendimiento

$S_{n_{max}}$  = Potencia nominal

$S_{n_{max}} = K S n$  X = fracción de carga

$P_{cuN} = K P n^2$

$P_{cu_{max}} = P_{fe} = K (X P n)^2 = K X^2 P n^2$

$\frac{P_{fe}}{P_{cuN}} = \frac{K X^2 P n^2}{K P n^2} = X^2 \rightarrow X = \sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cuN}}}$ ;

$S_{n_{max}} = \sqrt{\frac{P_{fe}}{P_{cuN}}} * S_n$

Las pérdidas en el cobre para cualquier fracción de carga se obtienen así:

$$S_n = V_n I_n^* \rightarrow X S_n = X V_n I_n^*$$

Si  $V_n$  es constante, y si  $I = X I_n$  entonces  $S = X S_n$

$$P_{cu} = Re \cdot I_n^2; P_{cu_x} = (X I_n)^2 Re = X^2 I_n^2 Re = X^2 P_{cu_N}$$

Entonces:

$$P_{cu_x} = X^2 P_{cu_N}; \text{Pérdidas del cobre a la fracción } X \text{ de carga}$$

### Rendimiento cíclico del transformador

Normalmente el transformador permanece trabajando bajo diferentes condiciones de carga durante un periodo determinado y en la mayoría de los casos en forma cíclica

**Ciclo de trabajo:** Es el periodo durante el cual se repiten íntegramente las condiciones de carga

$$n\% = \frac{W_{sal} (total)}{W_{ent}(total)} * 100\%$$

$$W_{ent} = W_{sal} + W_{pérdidas}$$

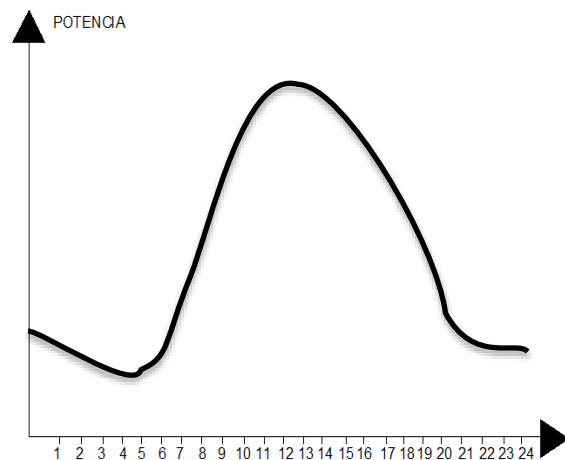
Ahora,  $W_{pérdidas} = W_{cu'} + W_{fe}$  siendo,  $W_{fe}$ : fija, y  $W_{cu}$ : variable

Las pérdidas de energía durante un determinado periodo (24 horas),  $W_{pérdidas}(total)$  consisten en las pérdidas fijas en el núcleo durante ese periodo ( el transformador siempre esta energizado) más las pérdidas variables de energía en el cobre que cambia con la carga fluctuante durante el mismo periodo.

La curva que relaciona la potencia consumida por la carga en función del tiempo se denomina curva de carga y puede tener distintas formas dependiendo del tipo de consumo; por ejemplo puede ser una carga constante, un proceso continuo (sin interrupción), etc.

La curva de carga de un edificio de oficinas donde se utiliza mayormente iluminación artificial, tendrá un valor casi constante durante las horas de trabajo y se reducirá a un mínimo en las horas nocturnas. Si en esas oficinas hay incidencia de la luz solar, aparecerá un pico de consumo cuando baja la luz natural y aun se continua trabajando (Ej. Un día nublado). Por el contrario en un sistema de alumbrado público, durante el día el consumo será mínimo y aumentara en el horario nocturno.

Para el cálculo del rendimiento se deben calcular las diferentes energías. La energía que suministra



el transformador está representada por el área encerrada por la curva y el eje de las abscisas (x). Si no se presenta mucha exactitud se pueden tomar rectángulos de base  $\Delta t$  y de altura  $\Delta P$  y realizar una sumatoria.

## 2.9 VALORES DE RESISTENCIA Y REACTANCIA EQUIVALENTES EXPRESADAS EN PORCENTAJE

Estos parámetros expresan las caídas relativas de tensión en el transformador y son iguales a la caída de tensión cuando por ellos circula corriente nominal, expresada en porcentaje de la tensión nominal. Por definición se tiene:

$$\text{Resistencia equivalente en por ciento: } \mu_R = \frac{R_e I_n}{V_n} * 100$$

$$\text{Reactancia equivalente en por ciento: } \mu_x = \frac{X_e I_n}{V_n} * 100$$

$$\text{Impedancia equivalente en por ciento: } \mu_z = \frac{Z_e I_n}{V_n} * 100$$

La relación de estos parámetros es la misma que entre los de la impedancia:

$$\mu_z = \sqrt{\mu_R^2 + \mu_x^2}$$

A  $\mu_z$  se le conoce también como la tensión de corto circuito o tensión de impedancia, o sea es la tensión medida en la prueba de corto circuito a corriente nominal expresada en porcentaje de la tensión nominal.

$$V_{cc} = Z_e I_{cc}$$

$$\frac{V_{cc}}{V_n} * 100 = \frac{Z_e I_{cc}}{V_n} * 100 \text{ pero } I_{cc} = I_n, \text{ entonces queda:}$$

$$\mu_z = \frac{V_{cc}}{V_n} * 100$$

Los valores en porcentaje son iguales si están referidos al lado de altatensión o al lado de baja tensión

## 2.10 REGULACIÓN DE TENSIÓN DEL TRANSFORMADOR

La tensión de salida de un transformador varía con la carga, debido a las impedancias propias del transformador, aun sí la tensión de alimentación permanece constante. Se define como regulación de tensión, la variación de voltaje desde la condición de vacío, hasta la condición plena de carga, manteniendo la tensión de alimentación constante, expresada como una fracción del voltaje en la carga.

Consideraciones:

- Generalmente la tensión de trabajo es la nominal y la principal medida de la calidad del servicio de un sistema es su capacidad de mantener constante la tensión, por lo tanto, en el cálculo de la regulación del transformador se toma siempre la tensión secundaria ( $V_2$ ) nominal, referida al primario.
- Para efectos de diseño, se considera como condición de trabajo la de plena carga, entonces es muy común definir la regulación como la variación de la tensión al pasar de vacío a plena carga, lo cual debe tomarse mejor como un coeficiente de regulación. El fabricante debe por norma especificar este dato en los catálogos y en las placas de los transformadores.
- Definida así, la regulación es la medida de cuánto debe variarse la tensión de alimentación para mantener constante la tensión secundaria en su valor nominal, al cambiar las condiciones de carga del transformador, desde vacío hasta cualquier condición, incluyendo a plena carga.

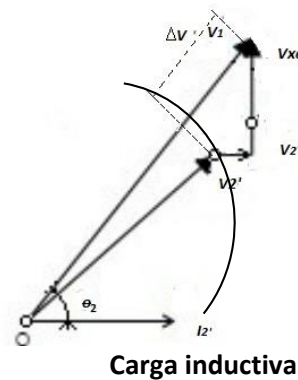
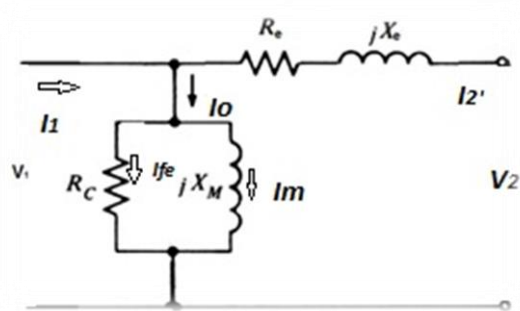
Es decir:

$$\varepsilon\% = \frac{V_1 - V_2 N'}{V_2 N'} * 100\%$$

Generalmente se considera conveniente tener una regulación de voltaje lo más pequeño posible. Para un transformador ideal  $\varepsilon\% = 0$

### Formas para determinar el coeficiente de regulación

- Del circuito equivalente



$$\Delta V = V_1 - V_2' \quad \varepsilon = \frac{\Delta V}{V_2'}$$

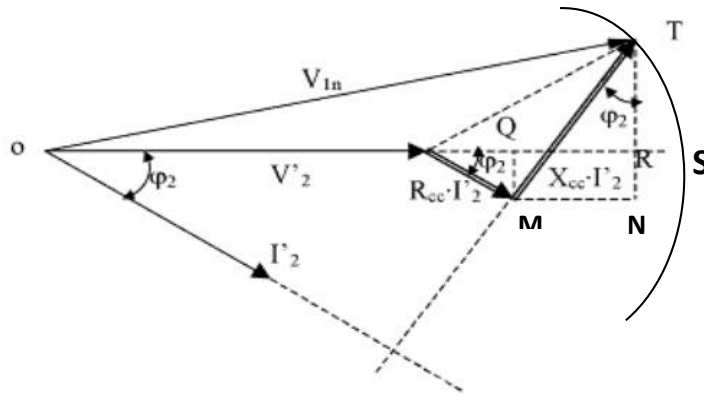
$$V_1 = \sqrt{(V_2 \cos \theta_2 + V_{Re})^2 + (V_2 \sin \theta_2 + V_{Xe})^2}$$

Para cargas específicas, cambia el signo del seno del ángulo

- Del triángulo de caídas (Método de Gisbert Kapp)

Se expresa el diagrama fasorial dentro de un círculo de radio  $V_2$ . Es importante recordar que las caídas de tensión  $V_{xe}$  y  $V_{re}$  son muy pequeñas con relación a  $V_2$

$$\Delta V = \overline{OS} - \overline{OP} = \overline{PS}$$



En los transformadores de potencia, las caídas de tensión son pequeñas frente a las magnitudes de  $V_1$  y  $V_2'$ , por lo tanto se puede aproximar así:

$$V_1 - V_2' = \overline{PS} = \overline{PR}$$

$$\overline{PS} = \overline{PQ} + \overline{QR} = \cos\theta_2 V_{Re} + \sin\theta_2 V_{Xe} = \cos\theta_2 I_2' R_e + \cos\theta_2 I_2' X_e$$

$$\Delta V = V_1 - V_2' \approx I_2' ( \cos\theta_2 R_e + \cos\theta_2 X_e )$$

Se denomina índice de carga “C”, al cociente entre la corriente secundaria del transformador y la corriente nominal correspondiente, es decir:

$$C = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I_2'}{I_{2N}} \approx \frac{I_1}{I_{1N}}$$

Ahora nos queda:

$$\Delta V = C I_{2N}' (R_e \cos\theta_2 + X_e \sin\theta_2)$$

Si se trabaja considerando el segmento  $\overline{RS}$ , se tiene:

$$\Delta V = \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS}$$

Para el cálculo de  $\overline{RS}$ , se dibuja el triángulo rectángulo conformado por los lados  $\overline{FS}$ ,  $\overline{FT}$  y  $\overline{ST}$  donde F es el punto opuesto a s en el extremo del diámetro igual a  $2V_1$ . De esta manera nos queda el triángulo

rectángulo FTS, luego la altura TR, desde el vértice del ángulo recto T es media proporcional de los segmentos de la hipotenusa determinados por ellos, así:

$$\overline{TR}^2 = \overline{FR} \cdot \overline{RS} \rightarrow \overline{RS} = \frac{\overline{TR}^2}{\overline{FR}}$$

Como las caídas son pequeñas y BE solo es un sumando, se puede decir que:

$$\overline{FR} = \overline{FO} + \overline{OR} + \overline{RS} \approx 2V_1$$

Ahora;  $\overline{TR} = X_e I_2' \cos \theta_2 - R_2 I_2' \sin \theta_2 = V_{Xe} \cos \theta_2 - V_{Re} \sin \theta_2$

$$\overline{RS} = \frac{(V_{Xe} \cos \theta_2 - V_{Re} \sin \theta_2)^2}{2V_1}$$

$$\Delta V = V_{Xe} \cos \theta_2 + V_{Re} \sin \theta_2 + \frac{(V_{Xe} \cos \theta_2 - V_{Re} \sin \theta_2)^2}{2V_1};$$

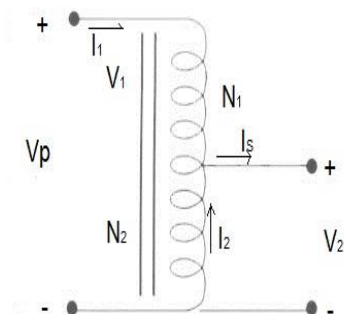
$$V_1 = V_2 \text{ (Aproximación por efectos prácticos)}$$

Si se trabaja con valores relativos se tiene:

$$\mu_R = \frac{V_{Re}}{V_2} * 100; \mu_X = \frac{V_{Xe}}{V_2} * 100$$

$$\text{Finalmente: } \varepsilon\% = \mu_R \cos \theta_2 + \mu_X \sin \theta_2 + \frac{(\mu_R \cos \theta_2 - \mu_X \sin \theta_2)^2}{200}$$

## 2.11 EL AUTOTRANSFORMADOR



El auto transformador es un transformador especial que utiliza un solo arrollamiento con una parte común al primario y secundario. La parte del devanado que no es común se denomina *devanado serie*. Su empleo tiene mayor justificación en los casos los cuales las dos tensiones primaria y secundaria son magnitudes parecidas (por ejemplo, discrepantes en un 25%).

A diferencia de un transformador de dos devanados, el autotransformador transfiere energía entre los dos circuitos, en parte por acoplamiento magnético y en parte por conexión eléctrica directa. En el autotransformador se cumplen las mismas relaciones que en el transformador de dos devanados, así:

$$\left. \begin{array}{l} V_p : \text{Voltaje nominal del primario} \\ V_s : \text{Voltaje nominal del secundario} \\ I_p : \text{Corriente nominal del primario} \\ I_s : \text{Corriente nominal del secundario} \end{array} \right\} A = \frac{V_p}{V_s} = \frac{I_s}{I_p} = \frac{N_1}{N_2}$$

Los autotransformadores pueden ser reductores o elevadores. En el reductor la corriente que circula por la parte común es la diferencia de las dos corrientes (primaria y secundaria)

$$V_p = V_1 + V_2; V_s = V_2; I_p = I_1; I_s = I_1 + I_2$$

$$A = \frac{V_p}{V_s} = \frac{V_1 + V_2}{V_2} = \frac{V_1}{V_2} + 1 = a + 1$$

$$A = \frac{I_s}{I_p} = \frac{I_2 + I_1}{I_1} = \frac{I_2}{I_1} + 1 = a + 1$$

La relación de potencias nominales se tiene:  $V_p I_p = V_s I_s$

$$\text{En la entrada: } \left\{ \begin{array}{l} V_p I_p = (V_1 + V_2) I_1 \\ V_p I_p = (V_1 + \frac{V_1}{a}) I_1 = V_1 I_1 (1 + \frac{1}{a}) \end{array} \right.$$

$$\text{En la salida: } \left\{ \begin{array}{l} V_s I_s = V_2 (I_1 + I_2) \\ V_p I_p = V_2 (\frac{I_2}{a} + I_2) = V_2 I_2 (1 + \frac{1}{a}) \end{array} \right.$$

Luego la potencia en un autotransformador es  $S_{Tr} (1 + \frac{1}{a})$ , donde  $S_{Tr}$  es la potencia en el transformador de dos devanados.

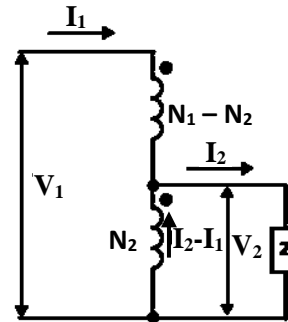
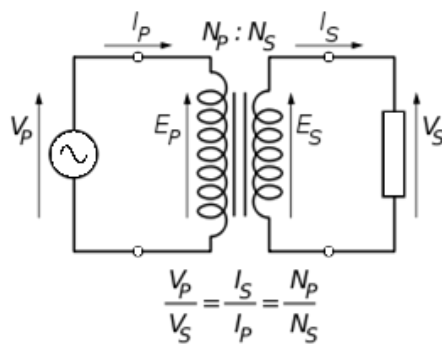
Potencia transmitida:  $V_2 I_2$

Potencia transformada:  $V_1 I_1$

Para este caso particular, la ganancia de potencia es  $(1 + \frac{1}{a})$ .

**VENTAJAS:**

- No se modifican las condiciones electromagnéticas de la transmisión
- Comparado con el transformador de dos devanados es de menor peso y tamaño ya que la cantidad de cobre puede reducirse en el arrollamiento común en la relación  $\frac{I_1 + I_2}{I_1 - I_2}$  la cual da también una reducción en el tamaño del núcleo.
- El peso en cobre en cada uno de los devanados es proporcional al número de espiras y a la corriente que las recorre. La relación de peso como autotransformador  $G_a$  y como  $G_t$  será:



$$\frac{G_a}{G_t} = \frac{I_1(N_1 - N_2) + (I_2 - I_1)N_2}{I_1N_1 + I_2N_2}$$

$$\frac{G_a}{G_t} \rightarrow \frac{I_1N_1 + I_2N_2 - 2I_1N_2}{I_1N_1 + I_2N_2}$$

$$\frac{G_a}{G_t} = 1 - \frac{2I_1N_2}{I_1N_1 + I_2N_2}$$

$$\frac{G_a}{G_t} = 1 - \frac{2}{\frac{N_1}{N_2} + \frac{I_1}{I_2}}$$

$$\frac{G_a}{G_t} = 1 - \frac{2}{a + a}$$

$$\frac{G_a}{G_t} = 1 - \frac{1}{a}$$

$$\frac{G_a}{G_t} = 1 - \frac{V_2}{V_1}$$

Lo que significa un ahorro en material para el autotransformador frente al transformador, por ejemplo si  $\frac{V_1}{V_2} = 2$ , se obtiene una economía en el cobre de un 50%.

La dispersión entre el primario y secundario queda suprimida en la parte común, mejorando la regulación. En consecuencia el autotransformador tiene menos pérdidas en el cobre (menos conductor) y en el hierro (menos tamaño del núcleo), lo que le mejora el rendimiento y la caída de tensión.

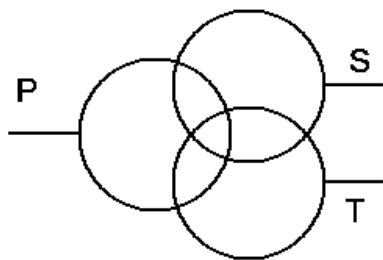


## DESVENTAJAS

- Mantiene unidas eléctricamente los circuitos de alta y baja tensión, lo que hace que una tierra accidental coloque el terminal de baja tensión al potencial de alta tensión, existiendo un peligro para las personas e instalaciones
- En los sistemas trifásicos se necesita tener la misma conexión en el primario que el secundario

## 2.12 TRANSFORMADOR TRIDEVANADO

Es aquel que cuenta con tres devanados asociados con cada fase, arrollados en la misma columna de los núcleos magnéticos. En este caso, cada devanado tiene sus propios valores nominales de tensión y potencia.



En los transformadores tridevanados se siguen cumpliendo las relaciones de transformación, solo que ahora son tres relaciones producto de las interacciones magnéticas de los tres devanados.

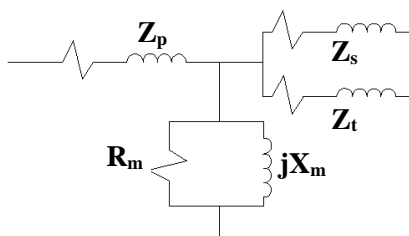
$$\frac{V_P}{V_S} = \frac{N_P}{N_S}; \frac{V_P}{V_T} = \frac{N_P}{N_T}; \frac{V_S}{V_T} = \frac{N_S}{N_T}$$

Los devanados primario y secundario de un transformador de dos devanados tienen la misma (S), pero los de un transformador tridevanado pueden tener diferentes capacidades.

Estos transformadores se utilizan por las siguientes razones:

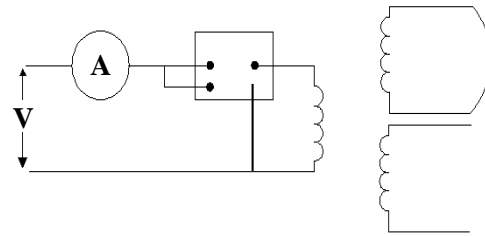
- En la conexión Y-y de los devanados de alta y baja tensión y el devanado terciario en corto, o en triángulo, con la finalidad de reducir en forma apreciable los terceros armónicos de tensión.
- En el caso que se requiera conectar tres niveles diferentes de tensión.
- Para alimentar cargas que requieran una alta confiabilidad en el servicio, para la cual se alimentan de dos fuentes diferentes.

El circuito equivalente consta de la rama magnética (idéntica a la del transformador de dos devanados), y tres impedancias: primaria, secundaria y terciaria, las cuales al estar a un solo lado tienen un punto común ficticio.



Para determinar estas impedancias, se hace la prueba de vacío y tres pruebas de corto circuito. El ensayo de vacío es idéntico al que se hace en el transformador de dos devanados, y en el ensayo de corto circuito se debe aplicar tensión reducida en un devanado, cortocircuitar otro devanado y dejar abierto el devanado restante. En el devanado se aplica un voltaje se miden los valores respectivos como se muestra en la imagen.

Se repite esta conexión para los tres devanados estando uno con alimentación, otro en corto circuito y el tercero en circuito abierto. Así:



$Z_{PS}$  : Impedancia de dispersión medida en el primario, con el secundario en corto circuito y el terciario abierto.

$Z_{PT}$  : Impedancia de dispersión medida en el primario, con el terciario en corto circuito y el secundario abierto.

$Z_{ST}$  : Impedancia de dispersión medida en el secundario, con el terciario en corto circuito y el primario abierto.

$$Z_{ps} = Z_p + Z'_s ; Z_{pt} = Z_p + Z'_t$$

$$Z_{st} = Z_s + Z''_t \text{ (Referido al secundario)}$$

$$Z'_{st} = Z'_s + Z'_t \text{ (Referido al primario)}$$

$$Z_p = \frac{1}{2}(Z_{PS} + Z_{PT} - Z'_{ST}); Z_s = \frac{1}{2}(Z_{PS} + Z'_{ST} - Z_{PT}); Z_t = \frac{1}{2}(Z_{PT} + Z'_{ST} - Z_{PS})$$

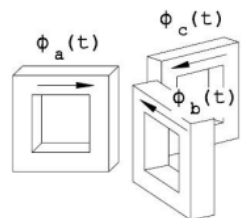
### 2.13 TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

La transformación de tensión y corriente en sistemas trifásicos puede realizarse de dos formas:

**Bancada trifásica:** Consiste en emplear un transformador monofásico en cada una de las tres fases, formando circuitos magnéticos independientes. Es poco económico. (Mucho volumen de hierro).

**Unidad trifásica:** Consiste en emplear un solo núcleo magnético en el que se incorporan todos los devanados necesarios. Por lo tanto el transformador trifásico resulta siempre de la yuxtaposición de los circuitos magnéticos de tres transformadores monofásicos aprovechando la composición de flujos en una u otra parte de dichos circuitos magnéticos para conseguir una reducción de sus dimensiones, para lo cual se emplean diversas disposiciones como:

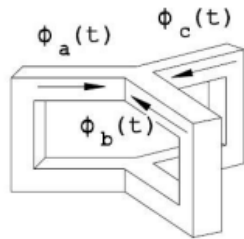
Transformador trifásico de columnas con culatas en estrella:



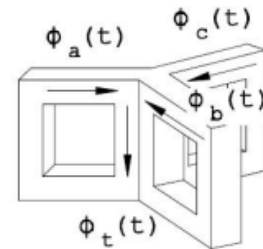
Tres transformadores monofásicos independientes, con los núcleos de un lado situados próximos entre sí. Si los primarios se conectan a un sistema trifásico, por cada uno de los núcleos circula el flujo magnético correspondiente a una fase y entre cada dos flujos alternos existe un desfase de  $120^\circ$ .

Como la suma de los tres flujos alternos que están desfasados  $120^\circ$  es siempre nula, por la columna central no circula flujo magnético.

Se suprime de las flujos columnas, cada una por las

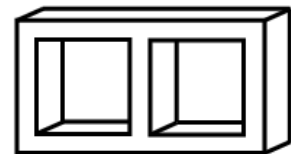


la columna central y por cada una restantes circula la suma de los magnéticos de las otras dos es decir; que el flujo magnético de de las columnas activas retorna otras dos.

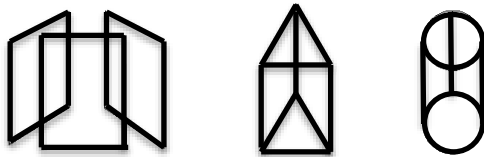


Se alinean dos de las culatas y se suprime la tercera; de esta forma se produce un ligero desequilibrio en la composición de los flujos y, por lo tanto, en la corriente magnetizante de las tres fases (su efecto de carga es prácticamente despreciable), pero a cambio se consigue una disposición constructiva más sencilla.

Esta disposición es la más utilizada en la construcción de transformadores trifásicos, no solo por su sencillez constructiva sino también por su facilidad de transporte; los devanados son concéntricos colocando en una misma columna todos los devanados (alta y baja) de una misma fase; por tanto, el transformador es tipo columna.



### Transformador trifásico de columnas con culatas en triángulo:



Se deriva de tres transformadores monofásicos con culatas montadas en triángulo.

Dada la simetría de los circuitos magnéticos,  $\varphi_c$  y el flujo por culata  $\varphi_y$ , existe la misma relación que entre la corriente de línea y la corriente de rama de un circuito eléctrico en triángulo, es decir  $\varphi_c = \sqrt{3} * \varphi_y$ , donde  $\varphi_c$  es el mismo flujo del transformador monofásico original. Si la inducción máxima se conserva igual en todas las secciones la relación entre el área de las culatas  $A_y$ , y el área de las columnas,  $A_c$  es:  $A_y = A_c/\sqrt{3}$ .

A pesar de esta reducción del volumen del hierro en las culatas, la cantidad total exigida por el montaje es algo mayor que el sistema de culatas en estrella.

### Transformador trifásico de dobles columnas



Resulta de la yuxtaposición en un plano de tres transformadores monofásicos de columnas, apoyados entre sí por culatas. Cada dos culatas constituyen una culata común y se conectan los devanados primarios de tal forma que los flujos magnéticos producidos se suman vectorialmente.

Los flujos de cada dos culatas adyacentes están desfasados entre sí  $120^\circ$  y se tiene  $\varphi_y = \varphi_c = \varphi$ . Si se conserva la misma inducción de todas las partes del circuito magnético, las secciones en este circuito están en la misma relación de los flujos:  $A_y = A_c$ .

En las culatas se consigue una economía de material igual a la mitad del correspondiente a los transformadores monofásicos primitivos. La desventaja de esta disposición es que no se eliminan los terceros armónicos del flujo, pues encuentran un camino completo para cerrarse a través del circuito magnético (Columnas y culata), por esta razón esta disposición no se usa.

### Transformador trifásico acorazado con núcleos en estrella

Si un transformador con culatas en estrella, se complementan las culatas por la periferia, se obtiene un transformador acorazado con núcleos en estrella. De esta forma las culatas exteriores quedan dispuestas en triángulo y, como el caso de los transformadores con culatas en triángulo, entre sí el flujo por culata  $\varphi_y$  el flujo por columna  $\varphi_c$ , existe la relación  $\varphi_c = \varphi_y * \sqrt{3}$ .

Respecto a los terceros armónicos del flujo, este tipo de transformador tiene las mismas propiedades que el transformador con culatas en estrella, pero su construcción resulta complicada por el poco espacio disponible para los devanados, por lo que dificulta su montaje, estando por lo tanto en desuso.

### Transformador trifásico acorazado de núcleo común



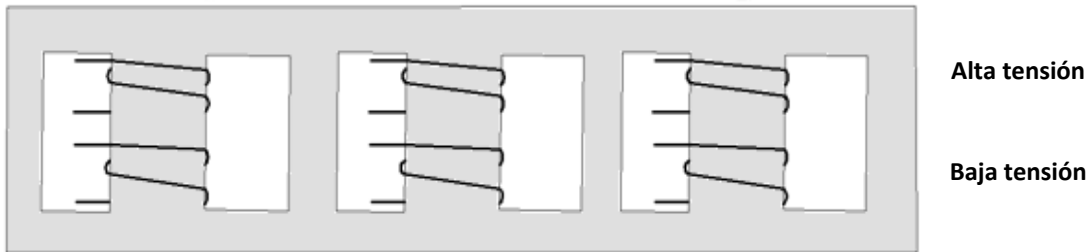
Resulta de unir las culatas de tres transformadores monofásicos acorazados cada dos culatas, forman una culata común.

El núcleo central debe devanarse en sentido contrario al de los núcleos externos para que los flujos magnéticos tiendan a sumarse en cada una de las culatas comunes.

Esta disposición deja circular fácilmente los terceros armónicos de flujo, a través de los núcleos magnéticos centrales y con retorno por las culatas periféricas.

Debido a su forma este tipo de transformador se usa en sistemas de distribución subterráneos de pequeñas dimensiones.

### Transformador trifásico de cinco columnas



Se deriva del transformador con culatas planas en estrella en las cuales para disminuir las pérdidas en el hierro, frecuentemente se reduce la inducción en las culatas aumentando su sección en un 15%.

En los transformadores de gran potencia para reducir la altura de las columnas, se recurre a disminuir la sección de las culatas, completándolas con las culatas exteriores que no llevan devanado. Casi todos los transformadores de potencia superiores a los 30MVA, llevan un circuito magnético distribuido en cinco columnas.

### Determinación de la polaridad de un transformador trifásico

Para determinar la polaridad del transformador trifásico se utiliza cualquiera de los métodos utilizados para el transformador monofásico, con las siguientes indicaciones:

Se determina la polaridad de una fase como en el transformador monofásico.

Se determina la polaridad del devanado de alta de la segunda fase con base en la polaridad de alta de la primera. En este caso, durante el ensayo, el devanado de la segunda fase actúa como secundario y el de la primera como primario, dado que en el trabajo normal ambos son primarios o secundarios, de origen a que tengan una polaridad invertida. Esto quiere decir que, si por ejemplo se usa el método del puente y da una lectura menor que la tensión aplicada, entonces el puente une bornes de diferente polaridad.

Se determina la polaridad del devanado de baja de la segunda fase como en el monofásico.

Se procede de igual manera para la tercera fase.

## 2.14 CONEXIONES TRIFÁSICAS

En un sistema trifásico normal existen dos posibilidades de conexión: Estrella (Y) y Triángulo ( $\Delta$ ), de tal manera que las transformaciones trifásicas existen cuatro posibilidades de conexión.

Estrella-Estrella (Y – Y)

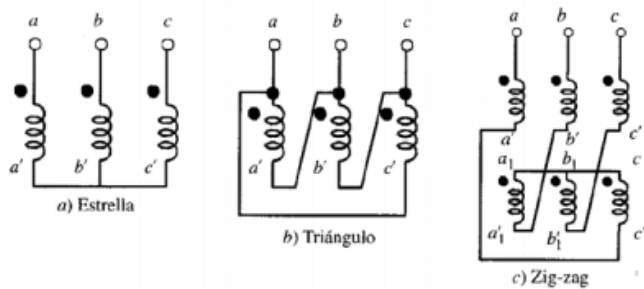
Delta-Delta ( $\Delta - \Delta$ )

Delta-Estrella ( $\Delta - Y$ )

Estrella-Delta (Y –  $\Delta$ )

De igual manera existe una conexión especial denominada Zig-Zag, que en la práctica solo se utiliza en el lado de baja tensión y consiste en subdividir en dos partes iguales los devanados secundarios, una parte se conecta en estrella y luego cada rama se une en serie con las bobinas invertidas de las fases adyacentes, siguiendo un determinado orden cíclico.

Estas formas básicas de conexión para el lado de baja tensión se muestran a continuación:



Existen otras conexiones especiales entre las que se encuentran:

- Conexión en V o Delta Abierta.
- Conexión Scott.
- Conexión T.

### Designación de las Corrientes

Dependiendo de los tipos de conexión de los devanados de un transformador pueden aparecer unas diferencias de fase entre las tensiones compuestas del primario y del secundario. Las conexiones utilizadas en la práctica, están normalizadas en grupos de conexión. El grupo de conexión caracteriza las conexiones de los dos arrollamientos (primario y secundario) y el desfase entre los bornes de alta y baja tensión correspondiente a una misma fase.

Existen dos maneras de designar los grupos de conexiones:

**Norma Europea:** Según la norma europea las conexiones de un transformador trifásico se designan por:

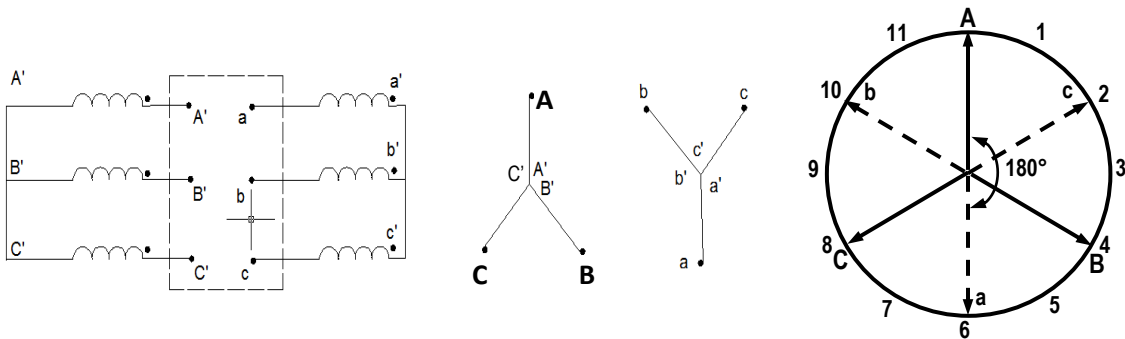
$$A - b - x$$

Dónde:

**A:** Representa la conexión en alta.

**b:** Representa la conexión en baja.

**x:** Es el desfase entre fases correspondientes, medido en sentido horario desde el borne de alta hasta el borne de baja, dividido por  $30^\circ$  "x" se denomina "**índice de conexión**" o "**índice horario**". La razón de esta denominación es que al superponer los dos devanados haciendo coincidir un borne de alta con la posición de las 12 horas del reloj (índice 0), el terminal de baja correspondiente queda indicando una de las horas del mismo reloj. Por lo tanto, se puede caracterizar el índice de conexión por la hora indicada. Por ejemplo un transformador que tiene una designación Yy6, al colocar el voltaje de alta en las 12, superponiendo el devanado de baja, queda indicando las 6.



**Norma Americana:** según la norma americana las conexiones de un transformador trifásico se designa por:

$$A - b - x$$

Dónde:

**A:** Representa la conexión en el lado de alta.

**b:** Representa la conexión en el lado de baja.

**x:** Representa el desfaseamiento entre las fases correspondientes, medido desde un terminal de baja hasta el terminal de alta en sentido anti horario.

### Relaciones de transformación en transformaciones trifásicas

En las transformaciones trifásicas existen dos relaciones de transformación. La relación de grupo y la relación individual-

**Relación de grupo (Rg):** Es la relación entre la tensión de línea de alta y la tensión de línea de baja, y es aproximadamente igual a la relación de espiras entre los devanados:

$$Rg = \frac{V_{LH}}{V_{LX}}$$

**Relación individual (Ri):** Es la relación entre la tensión de fase de alta y la tensión de fase de baja, y es aproximadamente igual a la relación de espiras entre los devanados:

$$Ri = \frac{V_{FH}}{V_{FX}}$$

### Conexión Estrella-Estrella (Y-Y)

En esta conexión, tanto el devanado de alta como el de baja tensión están conectados en estrella, por lo tanto se tienen las siguientes relaciones de transformación:

$$Rg = \frac{V_{LH}}{V_{LX}}; \quad Ri = \frac{V_{FH}}{V_{FX}}; \quad Rg = Ri = \frac{\sqrt{3} V_{FH}}{\sqrt{3} V_{FX}} = \frac{V_{FH}}{V_{FX}} = \frac{N_1}{N_2}$$

Entre las características principales de esta conexión se pueden mencionar:

- Es muy conveniente desde el punto de vista económico (menos espiras y conductor un poco más grueso comparado con uno conectado en triángulo).
- Permite conectar neutro para la alimentación de las redes y para puestas a tierra.
- Las tensiones y corrientes son sinusoidales.
- La corriente de magnetización no es sinodal pura, contiene armónicos impares, lo cual trae como consecuencia que las tensiones de las fases no sean exactamente sinusoidales.
- Si el neutro ya sea del primario o del secundario se conecta a tierra, las terceras armónicas (que al sumarse no se anulan) tienen camino para circular y no existe problema.
- Si el neutro no está conectado a tierra y la conexión es una bancada, los terceros armónicos no tienen camino por donde circular y se presenta distorsión de las tensiones de línea, produciéndose esfuerzos adicionales en el aislamiento de los devanados e inestabilidad (corrimiento) en el neutro, causando a su vez desequilibrio en las tensiones de fase.



Grupo de Conexión de los Transformadores Trifásicos

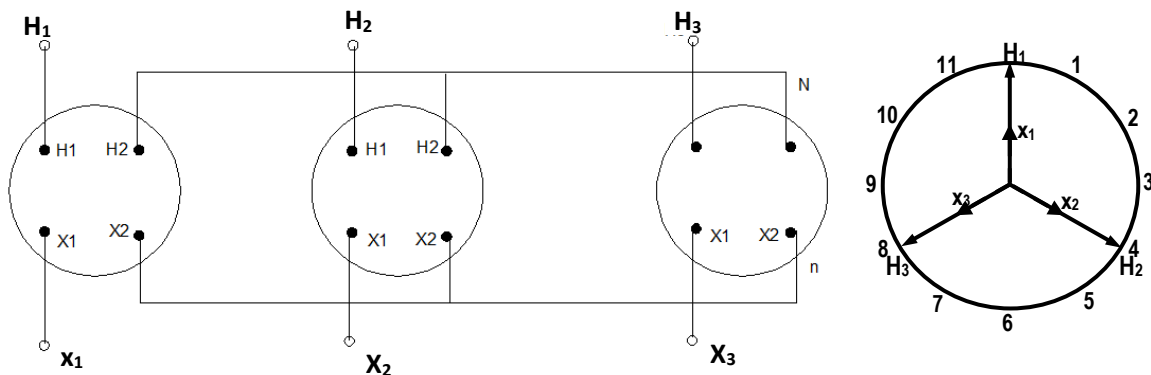
INDICE δ	GRUPO DE CONEXION CEI	DIAGRAMA VECTORIAL		ESQUEMA DE CONEXIONES		RELACION DE TRANSFORMACION	GRUPO DE CONEXION VDE	APLICACIONES
		ALTA TENSION	BAJA TENSION	ALTA TENSION	BAJA TENSION			
0 δ = 0°	Dd0					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$	A1	Transformadores de distribución Carga en neutro = 10% de carga nominal
	Yy0					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$	A2	
	Dz0					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2N_1}{3N_2}$	A3	
5 δ = 150°	Dy5					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{\sqrt{3}N_2}$	C1	Transformadores de distribución Carga en neutro = carga nominal Transformadores de centrales y subestaciones Carga en neutro = carga nominal Transformadores de red Carga en neutro = carga nominal Potencia limitada a 400 KVA
	Yd5					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{3}N_1}{N_2}$	C2	
	Yz5					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2N_1}{\sqrt{3}N_2}$	C3	
6 δ = 180°	Dd6					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$	B1	
	Yy6					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$	B2	
	Dz6					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2N_1}{3N_2}$	B3	
11 δ = 330° = -30°	Dy11					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{\sqrt{3}N_2}$	D1	Transformadores de red Carga en neutro = carga nominal Preferible a Yz5
	Yd11					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{3}N_1}{N_2}$	D2	
	Yz11					$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2N_1}{\sqrt{3}N_2}$	D3	

Este problema es menos acentuado en los transformadores trifásicos, pues la circulación de los terceros armónicos de flujos a través del tanque atenúa los desequilibrios eléctricos, lo cual no sucede en la bancada.

La conexión Y-Y solo se emplea cuando no se prevé grandes desequilibrios fase-neutro en las cargas. Esta conexión es útil para transformadores con potencias pequeñas o moderadas, conectadas a tensiones elevadas.

Las designaciones normalizadas son: YY0 y YY6.

La conexión y diagrama de tensiones de una bancada de 3 transformadores monofásicos de polaridad sustractiva con designación YY0 es:



### Conexión delta-delta (Dd)

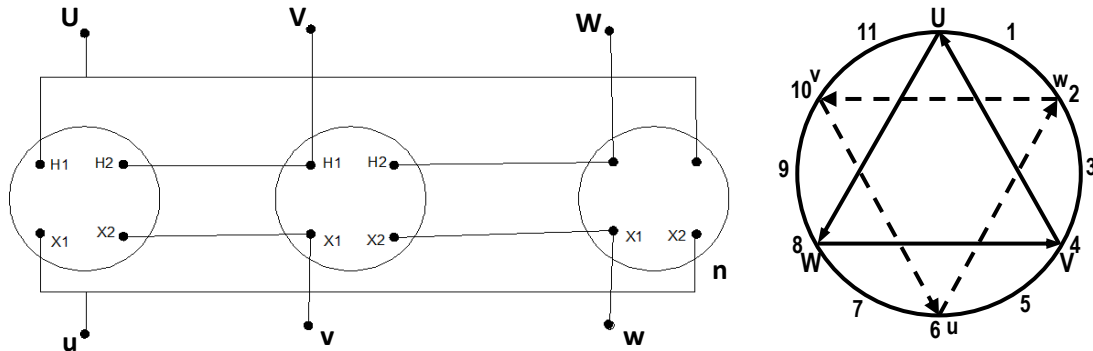
En esta conexión los dos devanados (alta y baja tensión) se conectan en triángulo, por lo que las relaciones de transformación son:

$$Rg = \frac{V_{LH}}{V_{LX}}; \quad Ri = \frac{V_{FH}}{V_{FX}}; \quad Rg = Ri \quad \text{por que} \quad V_L = V_F$$

- Algunas características de esta conexión:
- Cada devanado debe soportar la tensión total de línea.
- Es conveniente para capacidades grandes con tensión no muy elevada, permitiendo reducir la sección del conductor (la tensión por el devanado es  $1/\sqrt{3}$  más pequeña que la de línea).
- No permite la puesta a tierra, ni la alimentación de cargas con 4 conductores.
- Si se interrumpe un devanado la conexión puede seguir funcionando  $\Delta$  en abierto, reduciendo la carga nominal al 57% ( $1/\sqrt{3}$ ).

- Permite la circulación de los terceros armónicos de corriente en el  $\Delta$ .
- Con cargas desequilibradas las corrientes se reparten igualmente en los tres devanados.
- En transformadores en bancada es conveniente que los transformadores sean idénticos.

Las designaciones normalizadas son: Dd0 y Dd6



La conexión y diagrama de tensiones de una bancada de 3 transformadores monofásicos de polaridad aditiva Dd6 es:

Conexión estrella-delta (Y-d)

En esta conexión el lado de alta se conecta en estrella y el de baja en triángulo, por lo que las relaciones de transformación son:

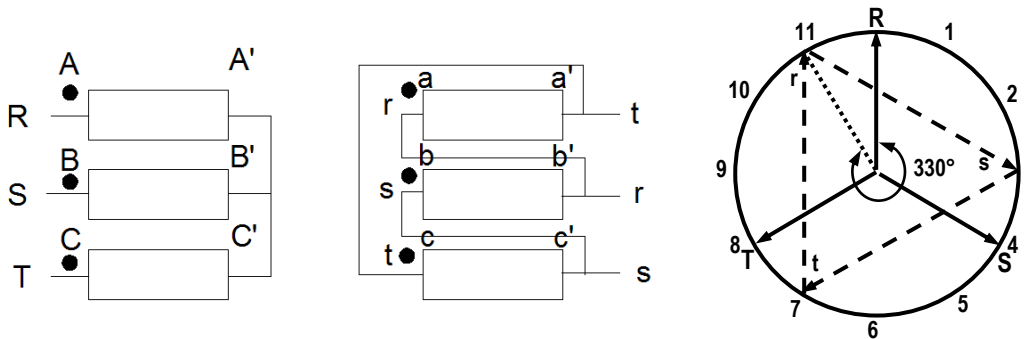
$$R_g = \frac{V_{LH}}{V_{LX}} = \frac{\sqrt{3}V_{FH}}{V_{FX}} = \sqrt{3} \frac{N_1}{N_2}; R_i = \frac{V_{LH}}{V_{FX}} = \frac{N_1}{N_2} \longrightarrow R_g = \sqrt{3}R_i$$

Algunas características de esta conexión son:

- En el caso de cargas desequilibradas no se presenta corrimiento del neutro, al no estar conectado a tierra.
- El flujo tiende a formar terceros armónicos, pero la presencia del triángulo en el lado de baja, prácticamente los elimina, pues existe un camino para su circulación, en consecuencia la tensión de baja no está afectada por terceros armónicos.
- Las tensiones secundarias tienen un desfase de 30 grados con la respectiva tensión del primario, lo cual puede ocasionar inconvenientes al conectar en paralelo los secundarios de los dos grupos de transformadores.
- Se adaptan bien en subestaciones de alta tensión reductoras, subestaciones de reparto y de distribución.

Las designaciones normalizadas son: Yd5 ^ Yd11

La conexión y diagrama de tensiones de un transformador trifásico Y-d11 son:



**Conexión delta-estrella (D-y)**

En esta conexión el lado primario está conectado en triángulo y el secundario en estrella, por lo tanto sus relaciones de transformación son:

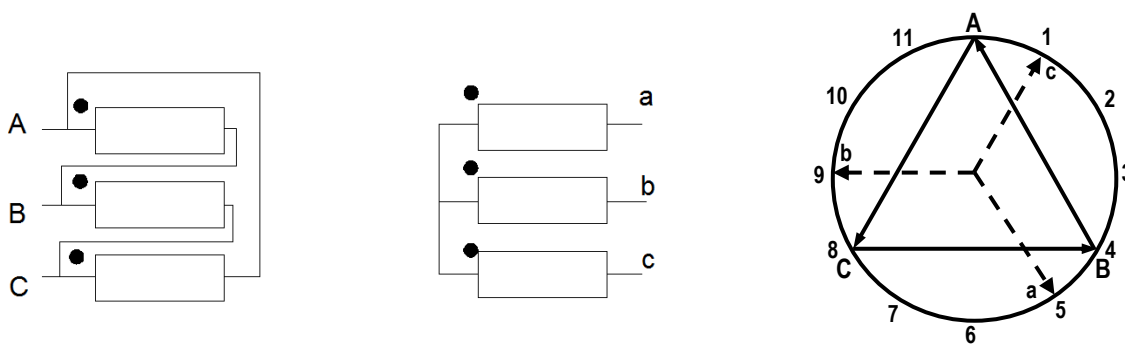
$$R_g = \frac{V_{LH}}{V_{LX}} = \frac{V_{FH}}{\sqrt{3}V_{FX}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2}; R_i = \frac{V_{LH}}{V_{FX}} = \frac{N_1}{N_2} \longrightarrow R_g = \frac{1}{\sqrt{3}} R_i$$

Sus características son similares a la Y-d. Se utiliza como transformador elevador en las redes de alta tensión. En este caso la alta tensión está en el lado de la estrella, lo que permite poner a tierra el punto neutro, con lo que queda limitado el potencial sobre cualquiera de las fases a la tensión simple del sistema.

Esta configuración también se usa en transformadores de distribución, colocando la estrella en baja tensión, permitiendo de este modo alimentar cargas trifásicas y monofásicas.

Las designaciones normalizadas son: Dy5 y Dy11

La conexión y diagrama de tensión de un transformador trifásico en conexión Dy5 es:



**Conexión Zig-Zag o Z**

Esta conexión en la práctica se emplea solamente en el lado de baja tensión o en el terciario del transformador tridevanado y consiste en subdividir en dos partes iguales los devanados, una parte forma una estrella y la otra se conecta en serie a cada rama adyacente de la fase en un determinado orden cíclico. El efecto final es hacer que la corriente que pasa por cada devanado del secundario afecte por igual y al

mismo tiempo a dos fases del primario, con esto se logra disminuir el problema de los terceros armónicos y de los desequilibrios de carga.

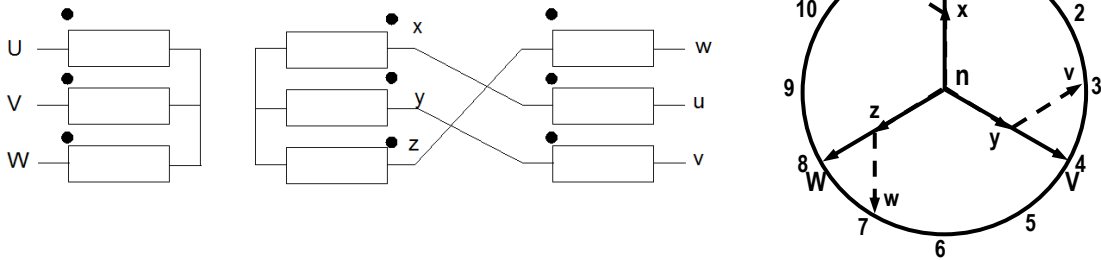
Se utiliza en redes de distribución, ya que permite el uso de un neutro en el secundario. Debido a la composición de tensiones del lado secundario, se requiere un 15% más de espiras que en una conexión en estrella convencional.

$$\overline{nu} = \overline{nx} + \overline{xu} = \overline{nx} - \overline{ny}$$

$$\overline{nv} = \overline{ny} + \overline{yv} = \overline{ny} - \overline{nz}$$

$$\overline{nw} = \overline{nz} + \overline{zw} = \overline{nz} - \overline{nx}$$

El diagrama fasorial que resulta se muestra en el diagrama de tensión y la designación es: Yz11



Las designaciones normalizadas son: Dz0, Yz5, Dz6 y Yz11.

El exceso de espiras resulta por la suma fasorial de las tensiones que la integran, que está en la relación:

$$\frac{nx + xu}{nx} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 115.5\% \text{ Es decir de 15\% más.}$$

La relación de transformación es:

$$R_g = \frac{V_{LH}}{V_{LX}} = \frac{\sqrt{3}V_{FH}}{\frac{\sqrt{3}}{2}V_{FX} [j+1|150^\circ]} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{N_1}{N_2}$$

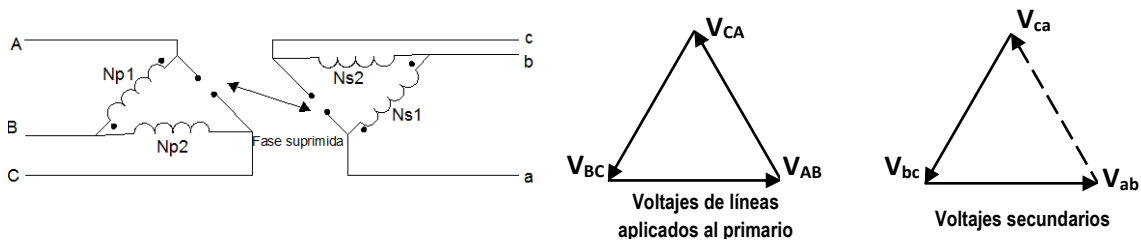
## 2.15 OTRAS CONEXIONES TRIFÁSICAS

Para casos especiales se puede obtener conexiones trifásicas con dos transformadores monofásicos. Aquí se mencionan la conexión V (delta abierta), la conexión T y l conexión SCOTT.

**Conexión  $V_0$  delta abierta:** se puede presentar en cualquiera de las siguientes situaciones.

- En un transformador Dd, si se daña una de las fases.
- Cuando se retira un transformador monofásico de una bancada trifásica Dd.
- Simplemente se conectan dos transformadores monofásicos en V.

La conexión queda como se muestra.



En una conexión delta se tiene:

$$I_L = \sqrt{3}I_F; V_L = V_F; S_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L = 3V_F I_F = S_{\Delta}$$

En una conexión delta-abierta se tiene:

$$I_L = I_F; V_L = V_F; S_v = \sqrt{3}V_L I_L = \sqrt{3}V_F I_F$$

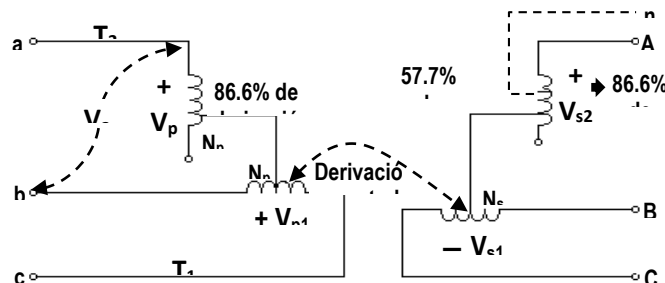
Entonces:

$$\frac{S_{\Delta}}{S_v} = \frac{3V_F I_F}{\sqrt{3}V_F I_F} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \rightarrow S_v = \frac{3}{\sqrt{3}} S_{\Delta} = 57\% S_{\Delta}$$

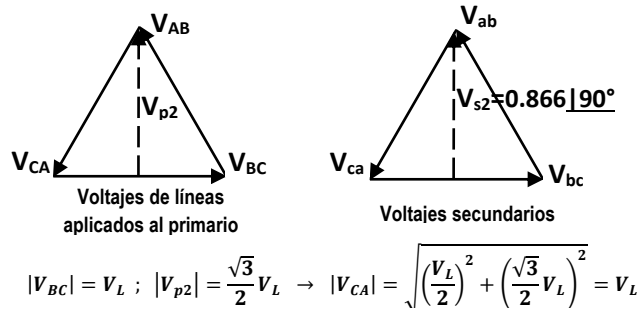
Lo que nos quiere decir que la capacidad nominal se reduce en un 43%

Cuando se conectan dos transformadores monofásicos en V, la potencia que puede consumir la red es menor:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Potencia instalada } S_{inst} = 2V_L I_L \\ \text{Potencia consumida } S_{cons} = \sqrt{3}V_L I_L \end{array} \right\} \frac{S_{inst}}{S_{cons}} = \frac{2V_L I_L}{\sqrt{3}V_L I_L} \Rightarrow S_{cons} = 86.6\% S_{inst}$$



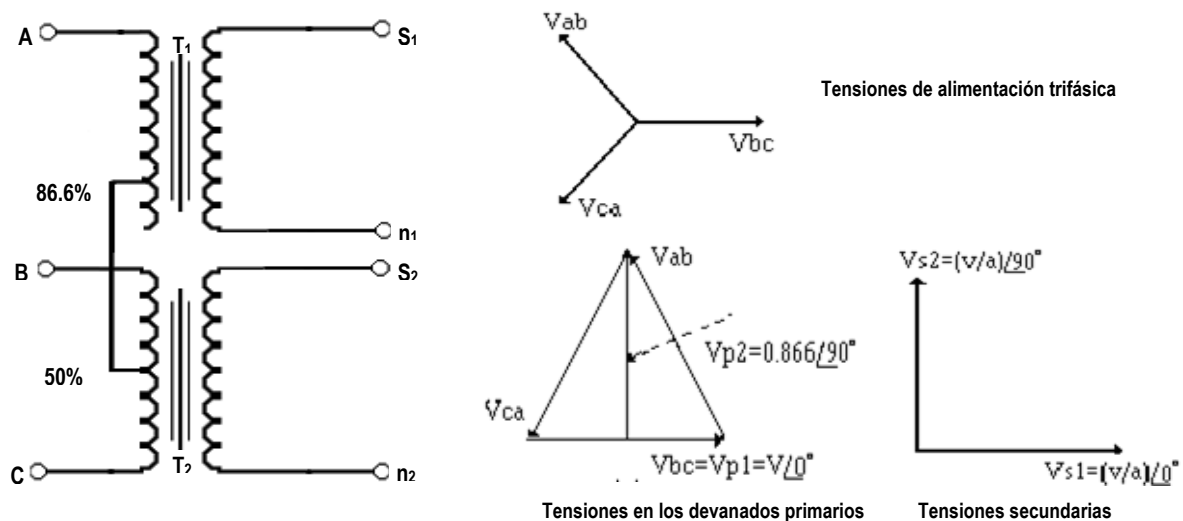
**Conexión T:** Consiste en la utilización de dos transformadores monofásicos distintos entre sí, para convertir potencia trifásica de diferente nivel de voltaje, como se muestra en la figura. Tanto el primario como el secundario de un transformador tienen una derivación a un 86,6% de su tensión nominal; estas derivaciones conectadas con los puntos medios de los arrollamientos correspondientes del otro transformador.



Las tensiones trifásicas de alimentación producen voltajes desfasados 90° en los arrollamientos primarias de los transformadores, los cuales a su vez dan origen a tensiones en los arrollamientos secundarios, que están en fase con las tensiones primarias.

Una de las mayores ventajas de la conexión trifásica T consiste en la posibilidad de proveer un neutro tanto en el primario como en el secundario del banco de transformadores.

**Conexión Scott:** es una conexión de dos transformadores monofásicos para convertir un sistema trifásico en bifásico o viceversa, esta conexión se debe al ingeniero Charles Scott, y se fundamenta por el hecho que en un sistema trifásico en estrella la tensión de línea entre dos líneas está en una cuadratura con la tensión de fase de la tercera fase (ejemplo  $V_{en}$  forma 90° con  $V_{ab}$ )



En esta conexión se usa dos transformadores monofásicos con idéntica potencia nominal, una tiene derivación en sus bobinas primarias al 86,6% del voltaje a plena carga. La derivación del transformador T1 al 86,6% está conectada a la derivación central del transformador T2.

Las tensiones aplicadas al bobinado se representan en un diagrama fasorial, al igual que las tensiones resultantes aplicadas en los primarios de los transformadores. Como estas tensiones están separadas a 90°, producirán una salida bifásica.

## 2.16 DETERMINACIÓN DEL GRUPO DE CONEXIONES

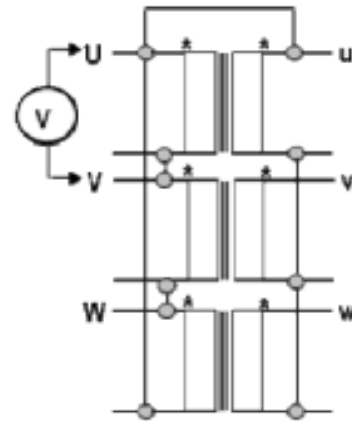
El grupo de conexiones de un triángulo trifásico o de una bancada se puede determinar con el lugar geométrico del diagrama de tensiones de la conexión. Se pueden presentar dos casos:

**Se conoce la designación** o se desea comprobar si la conexión esta correcta. Para ello se procede a trabajar con el diagrama fasorial de tensiones y simplemente se comprueba en el segundo.

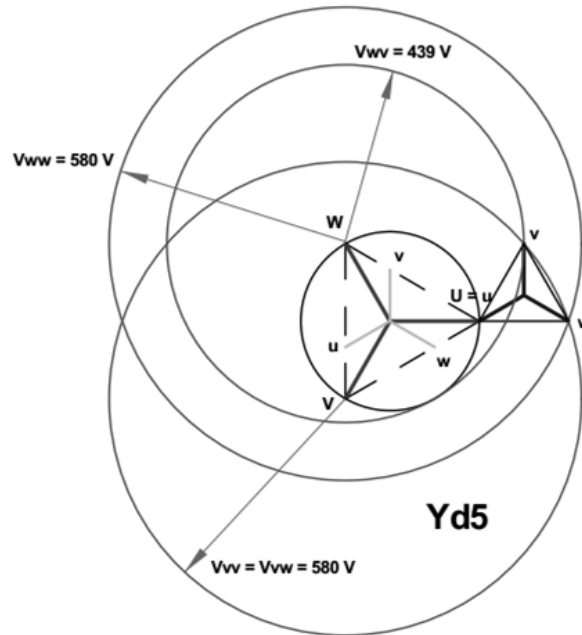
**No se conoce la conexión.**

Para cualquiera de los dos casos, el procedimiento a seguir es:

- Determinar en lo posible la conexión de los devanados (delta o estrella).
- Unir un terminal de alta tensión con uno de baja tensión (puede ser el neutro).
- Energizar el lado de alta con un voltaje reducido.
- Trazar un círculo a la misma escala del radio igual a la tensión aplicada. Este círculo es lugar geométrico de los terminales de alta tensión (trabajar con la  $V_f$ ).
- Determinar en el circuito la ubicación de los terminales de alta (3 puntos a  $120^\circ c/u$ ) medir las tensiones de baja.
- Medir las tensiones de baja tensión.
- Medir los bornes de alta y baja que han sido unidos. para nuestro proceso:  $V_{Vv}$ ,  $V_{Vw}$ ,  $V_{Wv}$  y  $V_{Ww}$
- Utilizando la misma escala del paso 4 y haciendo den el extremo de una de los puntos de las fases determinados en el paso 5(menos el terminal punteado) se trazan los círculos correspondientes a las tensiones medidas en el paso 7, así: en el extremo V, los círculos de radio  $V_{Wv}$  y  $V_{Ww}$  determinándose los lugares geométricos de  $v$  y  $w$ .
- El punto de intersección de un mismo lugar geométrico (por ejemplo V) determina el extremo del fasor correspondiente.
- Conocidas las ubicaciones de los extremos de los fasores  $U - v$  y  $w$  se puede dibujar la estrella correspondiente de las tensiones del secundario y superponiéndola con la respectiva del primario se determina el desfase correspondiente.

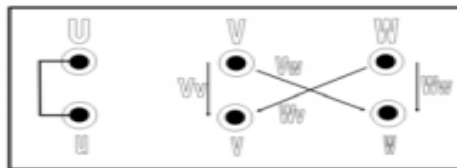






**Ejemplo:**

$$V_{Vv} = V_{Vw} = V_{Ww} = 580v \quad \text{Y} \quad V_{vw} = 439v$$

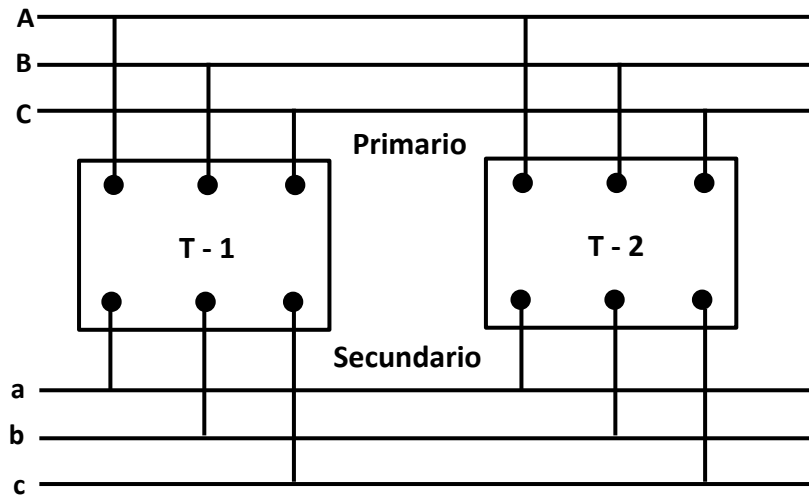


Cuando la relación de transformación *primario/secundario* es muy grande el método es poco práctico. En este caso se suele utilizar un osciloscopio con 2 canales para medir los desfases entre las tensiones del primario y del secundario.

## 2.17 ACOPLAMIENTO EN PARALELO DE TRANSFORMADORES

En algunas ocasiones por razones técnicas y/o económicas, es necesario aplicar en paralelo dos o más transformadores por ejemplo, cuando aumenta la demanda de un sistema, o cuando es necesario mantener un transformador en reserva para aquellas épocas en las cuales se eleva la demanda y que solo se conecta en paralelo en los periodos de mayor consumo.

El acoplamiento poder ser por los secundarios, por los primarios o por los primarios y secundarios simultáneamente. Esta última situación es la que requiere de mayor cuidado para evitar problemas en el funcionamiento.



La conexión en paralelo puede efectuarse de dos formas diferentes:

- a) **Eléctricamente próximos:** cuando los transformadores se encuentran en un mismo lugar, conectados a las mismas barras colectoras. En este caso, las impedancias de las líneas existentes entre los transformadores son despreciables.
- b) **Eléctricamente distanciado:** Los transformadores trabajan en paralelo sobre redes eléctricas, estando montadas en sitios diferentes, a veces muy distanciados entre sí, para lo cual se deben tener en cuenta las impedancias de las líneas que los unen.

### Condiciones para el acoplamiento en paralelo

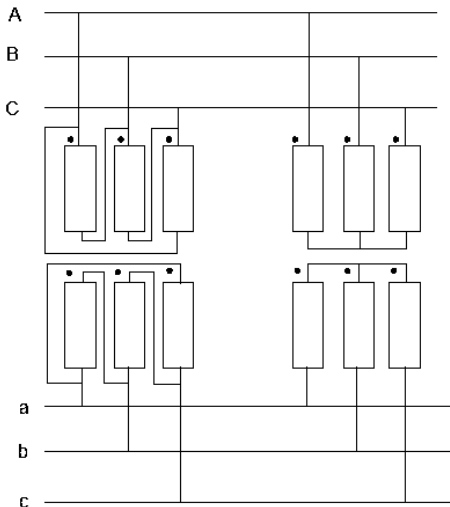
Al acoplar en paralelo dos transformadores se debe tener en cuenta que los puntos a unir tengan en todo instante una diferencia de tensión igual a cero, lo cual se obtiene si los dos transformadores cumplen las siguientes condiciones:

- Los transformadores deben pertenecer al mismo grupo de conexiones (mismo ángulo horario). Es decir los términos del secundario tienen el mismo desfase respecto a los términos del primario.
- Los transformadores deben tener las mismas tensiones primarias y secundarias, lo que indica la misma relación de transformación entre tensiones de línea,  $R_s$ .
- Para una repartición óptima de carga, los transformadores deben tener idénticas tensiones relativas de cortocircuito  $U_z$  (Lo que indica que también lo debe hacer las respectivas  $U_x$  y  $U_r$ )

Las dos primeras condiciones son necesarias incluso cuando funcionan en vacío, para evitar corrientes de circulación entre ambos transformadores en ausencia de carga.

**Primera condición:** El hecho que dos transformadores pertenezcan a un mismo grupo de conexión, garantiza que exista el mismo desfase, entre primario y secundario. En los transformadores monofásicos, esta condición se cumple uniendo terminales de una misma polaridad.

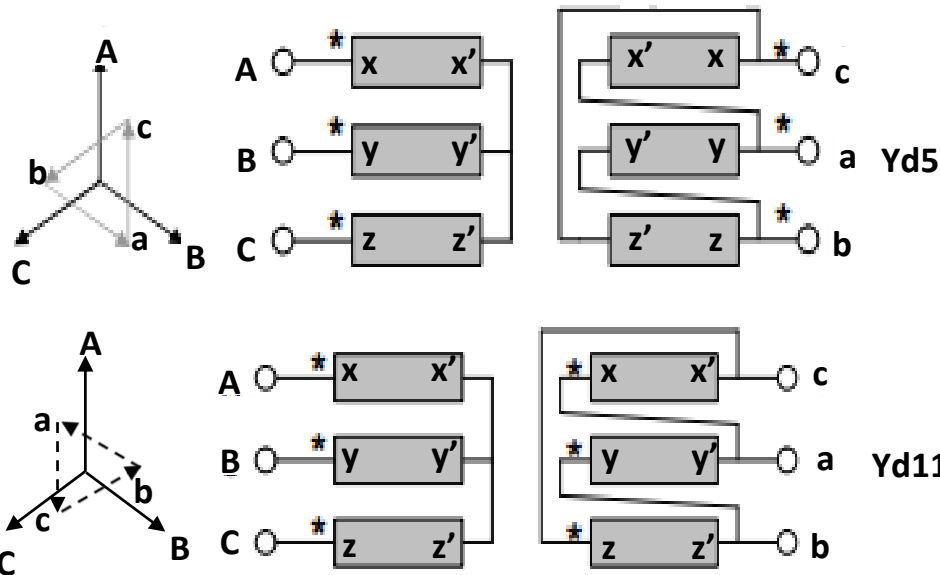
Por ejemplo la conexión entre un Dd0 con un Dy0 es así:



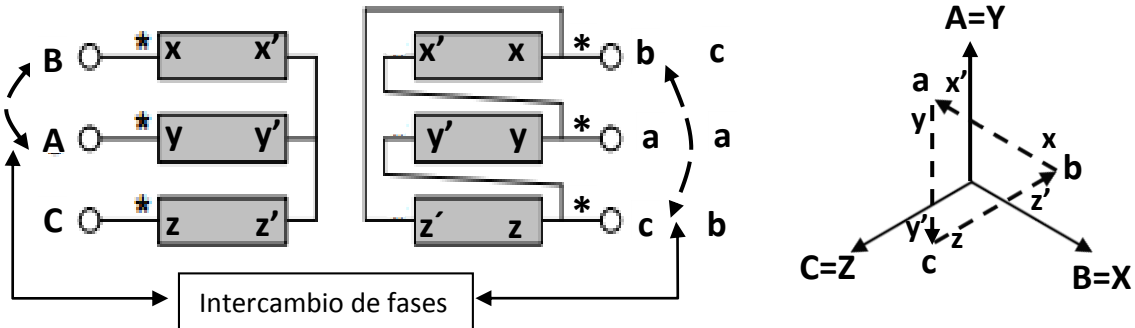
Existen transformadores de diferentes grupos que pueden conectarse en paralelo haciendo cambios en las conexiones externas, sin necesidad de cambiar las conexiones internas.

La metodología consiste en lograr que los diagramas de tensiones coincidan sin importar la coincidencia de los terminales.

Por ejemplo se puede conectar un transformador Yd5 con uno Yd11, para ello se debe realizar los respectivos diagramas de tensiones.



Variando las conexiones del Yd5 se tiene:



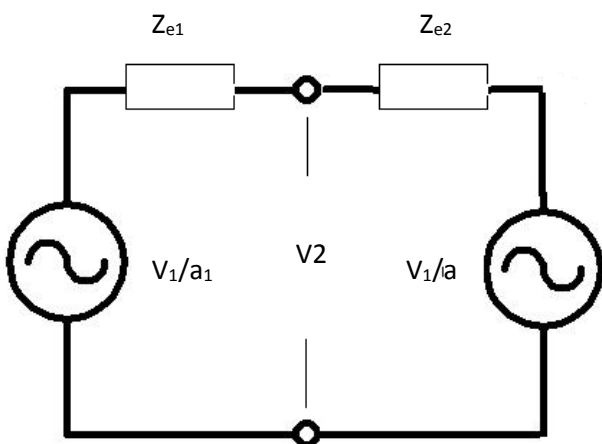
Para que el transformador Yd5, pueda conectarse en paralelo con el Yd11, fue necesario intercambiar dos fases en el primario y otras dos en el secundario. Con el apoyo del diagrama de tensiones y el reloj se puede hallar esta conexión, la cual se hace externamente en los terminales del transformador.

**Segunda condición:** iguales relaciones de transformación. Si se cumple estrictamente esta condición, la instalación puede trabajar en condiciones óptimas, pero si existe una pequeña diferencia en las relaciones de transformación, la instalación puede trabajar, pero a una potencia por debajo de su capacidad máxima, pues se corre el riesgo de sobre cargar alguno de los transformadores.

Esta deficiencia en las relaciones de transformación se debe a que se establece un transporte de energía desde el punto de mayor potencial al de menor potencial, lo que se traduce en la aparición de una corriente circulante entre los transformadores, la cual no se transmite a la carga.

En el caso que los transformadores acoplados en paralelo estén eléctricamente distanciados, es decir que la impedancia de las líneas se considere, puede resultar favorable esta pequeña diferencia en las relaciones de transformación, ya que las impedancias propias de la línea modifican las tensiones primarias y secundarias.

El cálculo de la corriente circulante se puede hallar considerando la instalación en vacío así:



$$v_2 = \frac{v_1}{a_1} - Ze \cdot I \quad \text{y} \quad v_2 = \frac{v_1}{a_2} + Ze \cdot I$$

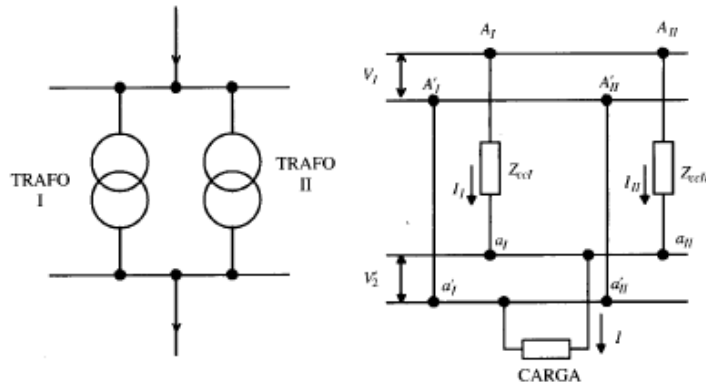
$$a_2 v_2 - a_1 v_2 = a_2 \cdot Ze \cdot I + a_1 \cdot Ze \cdot I$$

$$I = \frac{(a_2 - a_1)v_2}{(a_2 + a_1)Ze}$$

Si  $a_2 = a_1$  se tiene que no circula corriente ( $I=0$ ) pero si  $a_1 \neq a_2$ , la corriente tiene un valor que aumenta a medida que aumenta la diferencia de relación de transformación. esta corriente circulante se suma vectorialmente con la corriente que los transformadores suministran a

la carga ,lo cual limita la capacidad de la conexión, de tal forma que al conectarse la carga nominal de ambos transformadores , al menos de uno de ellos se sobre carga .

Tercera condición: iguales caídas relativas de tensión.



En la figura se muestra el diagrama unifilar de dos transformadores conectados en paralelo y el correspondiente circuito equivalente por fase, reducido al primario del sistema (se omite la rama magnetizante ) .en el circuito se observa que tanto las tensiones del primario y secundario ,por lo tanto:

$$z_{e1} \cdot I_1 = z_{e2} \cdot I_2$$

Ahora como  $\mu_{z1} = \frac{z_{e1} \cdot I n_1}{v_{n1}} \cdot 100$  y  $\mu_{z2} = \frac{z_{e2} \cdot I n_2}{v_{n2}} \cdot 100$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{z_{e2}}{z_{e1}} = \frac{\mu_{z2} \cdot v_{n2} \cdot I n_1}{\mu_{z1} \cdot v_{n1} \cdot I n_2}$$

Si  $v_{n1} = v_{n2} = v_n$   $\frac{I_1}{I_2} \rightarrow \frac{S_{n1} \cdot \mu_{z2}}{S_{n2} \cdot \mu_{z1}}$

$$\frac{\mu_{z1} \cdot I_1}{S_{n1}} = \frac{I_2 \cdot \mu_{z2}}{S_{n2}} ; \frac{\mu_{z1} \cdot I_1}{v_{n1} \cdot I n_1} = \frac{I_2 \cdot \mu_{z2}}{v_{n2} \cdot I n_2} ; X_1 \cdot \mu_{z1} = X_2 \cdot \mu_{z2}$$

De lo anterior se concluye que es deseable que  $\mu_z$  sean iguales, para que la magnitud de la potencia de la carga, se reparta en forma inversamente proporcional a dichas impedancias y directamente proporcional a las potencias nominales, aprovechando de esta manera la capacidad total de los transformadores.

$$\mu_{z1} = \mu_{z2} ; \mu_{r1} = \mu_{r2} ; \mu_{x1} = \mu_{x2}$$

Por lo tanto  $\theta 1 = \theta 2$

$$\bar{I}t = \bar{I}1 + \bar{I}2 \quad \text{Se cumple que} \quad |It| = |I1| + |I2| \quad \text{y} \quad \bar{S}t = \bar{S}1 + \bar{S}2$$

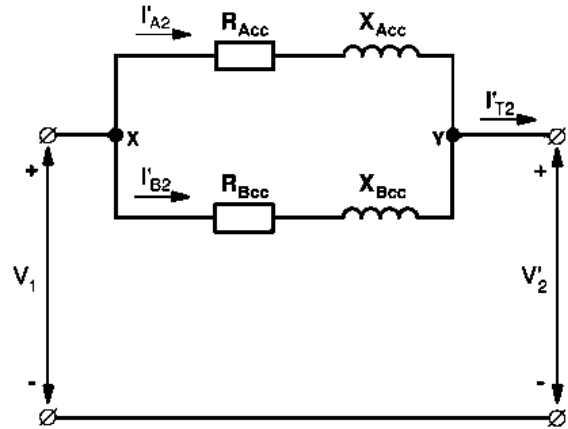
Si  $\theta 1 \neq \theta 2$

Entonces  $|It| < |I1| + |I2|$  y  $|St| < |S1| + |S2|$

### Determinación de la distribución de carga en la conexión de transformadores en paralelo

Para la determinación de la distribución de carga de los transformadores en paralelo se puede aplicar la teoría de circuitos eléctricos. cuando hay solo dos transformadores en paralelo, el cálculo es relativamente sencillo, pero un poco más complicado cuando hay tres o más transformadores conectados en paralelo.

Despreciando la corriente magnetizante, se puede representar a dos transformadores operando en paralelo como se muestra en la figura.



$$\overline{V1} = Ze1 \cdot I'A2 + v'2 \text{ (a.v1)}$$

$$\overline{V2} = Ze2 \cdot I'B2 + a.v1$$

Esto es referido al primario si se quiere reflejar al secundario se hace uso de la relación de transformación.

### 3. DEVANADOS

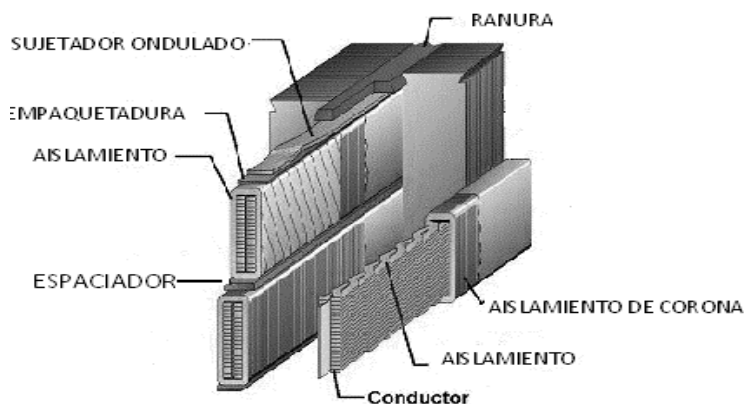
#### 3.1. GENERALIDADES

Los devanados son los elementos que se encargan específicamente de la conversión de la energía electromagnética en eléctrica (Generador) o mecánica (Motor); normalmente se fabrican de cobre y se aíslan adecuadamente antes de su inserción en las ranuras. Con relación al aislamiento de las espiras, se pueden mencionar dos clases; la primera se hace con materiales como papel o tela que puede también se impregnados de barniz; la segunda emplea cinta de mica y fibra de vidrio en la actualidad se están empleando nuevo barnices de siliconas que resisten temperaturas de trabajo mucho mayores.

De otra parte se sabe que los conductores que se encuentran alojados en la parte superior de la ranura, tiene menor autoinducción que los del fondo y en consecuencia, se presenta el efecto pelicular (piel); para evitar este inconveniente sobre todo en conductores de gran sección se acostumbra usar cables multifilares, cuyo hilos están aislados con esmalte. Así, cada uno ocupara las partes alta, media y baja de la ranura y a distancias iguales para equilibrar sus autoinducciones.

Cuando la tensión es elevada suele presentarse efecto corona en los vacíos existente entre los conductores y los núcleos de la chapa puestos; para evitarlo el aislamiento de la ranura debe ser con pintura semiconductor y las superficies se deben conectar a tierra

En la figura se ilustra la sección transversal de una bobina insertada en una ranura.



Refiriéndose a la ventilación de las maquinas cuando se trata de una de polos salientes, su baja velocidad hace posible que la circulación del aire producida por la estructura misma del rotor efectúe una refrigeración natural, ya que se tiene conductores empotrados de corta longitud, entrehierros grandes y una amplia superficie de disipación. Lo contrario ocurre en las máquinas de polos lisos que tiene entrehierros pequeños conductores de longitud considerable, superficies lisas, rotor macizo y alta velocidad hace necesaria la ventilación forzada por medio de hidrogeno a una presión inferior a la del aire para evitar explosiones a través conductos axiales ubicados.

### 3.1.1 RANURAS

Para los alternadores se pueden usar ranuras tipo abierto o semicerrado, siendo las primeras las más empleadas puesto que favorece la construcción y el aislamiento de las bobinas antes de su inserción. Las segundas, son comunes en motores de inducción y requieren que el devanado se fabrique colocando los conductores uno a uno en la ranura.

En la figura muestra estas clases de ranuras.



### 3.2 TIPOS DE DEVANADOS

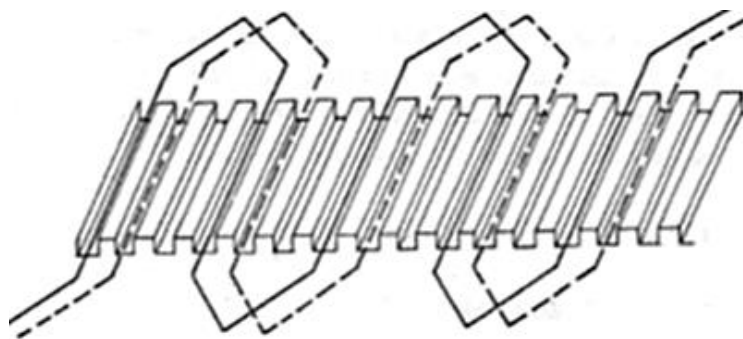
Se pueden clasificar desde diversos puntos de vista, por ejemplo se clasifican en:

#### 3.2.1 De acuerdo al número de fases

- **Monofásicos.** No se emplean con mucha frecuencia puesto que el rendimiento como alternador monofásico es solo del 60% aproximadamente de su marcha como trifásico.
- **Polifásicos.** Están formados por varias unidades monofásicas simétricamente devanadas en el inducido.

#### 3.2.2 Según la forma del arrollamiento

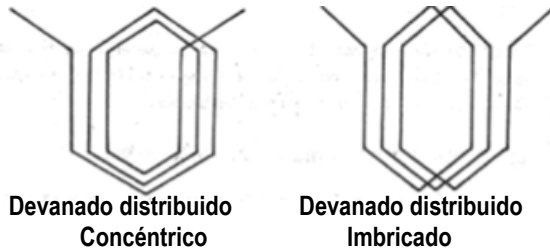
**Distribuidos** Arrollados a lo largo del perímetro del inducido, esta distribución aunque reduce la f.e.m., inducida por no estar todas las espiras en el mismo sitio, y por lo tanto tener un ángulo de desfase obligando a que el voltaje del grupo de espiras sea la suma vectorial y no aritmética, como se verá al analizar el factor de distribución; permite un mejor aprovechamiento del espacio, de la máquina sin incrementar el entrehierro efectivo, logrando ventajas como:



**Devanado distribuido ondulado**



- Reducción de la magnitud de los armónicos
- Mejora en la forma senoidal de la onda
- Eliminación de algunos armónicos conjuntamente con el factor de paso
- Permite una mayor densidad de corriente en los devanados
- Facilita unja mejor refrigeración



**Concentrados:** son aquellos en los que el número de ranura es igual al número de polos. Presentan como ventaja el hecho de tener todas las espiras en el mismo puesto y por lo tanto la f.e.m. se máxima debido a que el factor de distribución es  $K_d=1$ . En estos devanados los armónicos tiene la máxima amplitud posible, lo cual constituye una desventaja.

### 3.2.3 Según su número de ranuras por polo y por fase

**Enteros.** Son los que tiene un número de ranuras por polo y por fase enteros, generalmente de dos capas y de paso acortado.

**Fraccionarios.** Son también devanados distribuidos, siempre de dos capas y paso acortado en los que el número de ranuras por polo y por fase es un número fraccionario.

### 3.2.4 De acuerdo al paso polar

**Devanado de paso diametral.** Son aquellos en los que el ancho de bobina ocupa exactamente  $180^\circ$  eléctricos o la longitud total de un polo; este tipo de devanado concatena el máximo flujo por polo en la máquina. es el menos frecuente.

**Devanado de paso acortado.** Son aquellos en los que el ancho de bobina es inferior al paso polar, con lo cual se disminuye el efecto de los armónicos a pesar de reducir ligeramente la fundamental.

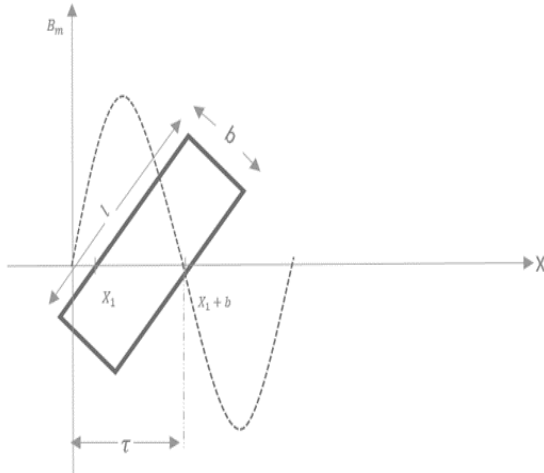
## 3.3 FUERZA ELECTROMOTRIZ INDUCIDA EN UNA ESPIRA CON FLUJO SENOIDAL

Considere la densidad de campo puramente senoidal distribuida a lo largo del perímetro del inducido que atraviesa una espira con ancho de bobina ( $b$ ) y longitud ( $l$ ) axial del estator.

Definiendo el paso polar en función del perímetro del inducido y del número de polos, se procede a obtener una expresión para la f.e.m. inducida en esta espira.

$$B(x) = B_m \text{Sen}\left(\pi \frac{x}{\tau}\right)$$

El flujo en el entrehierro dado por dx es:



$$\varphi = \int B \cdot dA$$

$$dA = l dx$$

$$\varphi(x) = \int_{x_1}^{x_1+b} B_m \text{Sen} \left( \pi \frac{x}{\tau} \right) \cdot l dx =$$

$$-Bml \frac{\pi}{\tau} \cos \left( \pi \frac{x}{\tau} \right) \Big|_{x_1}^{x_1+b}$$

$$\varphi(x) = Bml \frac{\pi}{\tau} \left[ \cos \left( \pi \frac{x_1}{\tau} \right) - \cos \left( \frac{\pi}{\tau} (x_1 + b) \right) \right]$$

Si el ancho de la bobina es igual al paso polar;  $b = \tau$

$$\varphi_{max/polo} = 2 \frac{Bml\tau}{\pi}$$

Aplicando la ley de Faraday  $e = -\frac{d\varphi}{dt}$ , se obtiene:

$$e = -\frac{d}{dt} Bml \frac{\pi}{\tau} \left[ \cos \left( \pi \frac{x_1}{\tau} \right) - \cos \left( \frac{\pi}{\tau} (x_1 + b) \right) \right]$$

Sabiendo que "b" es constante y que  $x_1$ , es una posición que es función del tiempo

$$e = Bml \frac{\pi}{\tau} \left[ \frac{\pi}{\tau} \text{sen} \left( \frac{\pi x_1}{\tau} \frac{dx_1}{dt} \right) - \frac{\pi}{\tau} \text{sen} \left( \frac{\pi}{\tau} (x_1 + b) \frac{dx_1}{dt} \right) \right]$$

$$e = Bml \left[ \text{sen} \left( \frac{\pi x_1}{\tau} \right) - \text{sen} \left( \frac{\pi}{\tau} (x_1 + b) \right) \right] \frac{dx_1}{dt}$$

Pero  $\frac{dx_1}{dt} = v = \omega_m * r$  (Velocidad Tangencial del rotor)

$\omega_m$ : Velocidad angular del motor.

R: radio del rotor.

$$e = Bm * l * \omega_m * r \left[ \text{sen} \left( \frac{\pi x_1}{\tau} \right) - \text{sen} \left( \frac{\pi}{\tau} (x_1 + b) \right) \right]$$

Esta expresión muestra la f.e.m. inducida en la espira con flujo sinusoidal que tiene la misma forma de la densidad de flujo que la produjo pero atrasada  $90^\circ$ .

Ahora si  $\frac{\pi x_1}{\tau} = \frac{\pi x_1}{\tau} + \frac{\pi b}{2\tau} - \frac{\pi b}{2\tau}$  y hacemos

$$\alpha = \frac{\pi x_1}{\tau} + \frac{\pi b}{2\tau} \wedge \beta = \frac{\pi b}{2\tau}$$

$\text{sen}(\alpha - \beta) - \text{sen}(\alpha + \beta) = 2\text{sen}\beta \cos\alpha$  O sea:

$$e = 2Bm * l * \omega_m * r * \cos \left( \frac{\pi x_1}{\tau} + \frac{\pi b}{2\tau} \right) \text{sen} \left( \frac{\pi b}{2\tau} \right)$$

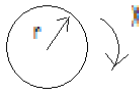
el termino  $\text{sen} \left( \frac{\pi b}{2\tau} \right)$ , se define como factor de paso ( $K_p$ )

$$e = 2Bm * l * \omega_m * r * K_p * \cos \frac{\pi}{\tau} \left( x_1 + \frac{b}{2} \right)$$

La magnitud de la f.e.m. inducida en una espira es

$$E_{max} = 2Bm * l * \omega_m * r * K_p$$

Ahora  $\omega_m = \frac{2\pi f}{p/2}$  donde p es el numero de polos

$r = \frac{\tau p}{2\pi}$ 

 Un polo recorre la mitad de la circunferencia  
 $e_{max} = 2Bm * l * \frac{2\pi f}{p/2} * \frac{\tau p}{2\pi} * Kp = 4Bm * l * \tau * f * Kp$

Pero  $Bm * l * \tau = \frac{\pi}{2} \varphi_{max}$  por lo tanto

$$E_{max} = 4 * \frac{\pi}{2} * \varphi_{max} * f * Kp$$

$$E_{rms} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} * \varphi_{max} * f * Kp \text{ V/espira}$$

$$E_{rms} = 4.44 * \varphi_{max} * f * Kp$$

Si se considera N espiras aparece otro término llamado factor de distribución ( $K_d$ ), el cual da cuenta de la forma como esta distribuidas las espiras a lo largo del estator. Es usual considerar el producto del factor de paso ( $K_p$ ) y el factor de distribución ( $K_d$ ) como el factor de devanado ( $K_w$ ).

Por lo tanto, el voltaje inducido en una bobina de N espiras es

$$E_{rms} = 4.44 * \varphi_{max} * f * K_w \text{ V/fase}$$

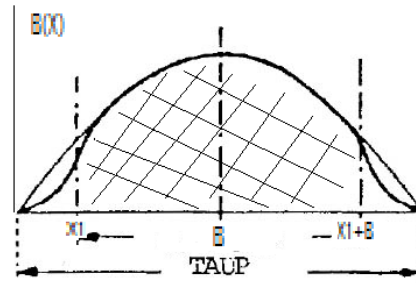
**Factor de paso:** Es la relación entre el flujo entrelazado por una bobina al flujo total por polo. La espira con un ancho igual a “b”, se tiene entonces:

$$Kp = \frac{\text{Area sombreada}}{\text{Area total}}$$

$$Kp = \frac{\int_{x_1}^{x_1+b} Bm \text{Sen}\left(\frac{\pi x}{\tau}\right) dx}{\int_0^{\tau} Bm \text{Sen}\left(\frac{\pi x}{\tau}\right) dx} = \text{sen} \frac{\pi b}{2\tau}$$

$\theta_e$  = Ancho de la bobina expresado en grados eléctricos

$$\theta_e = \frac{\pi}{\tau} b \text{ por lo tanto } Kp = \text{sen} \frac{\theta_e}{2}$$



Por otra parte el ancho de la bobina se puede expresar como:

$$\theta_e = \text{paso en ranuras} * \alpha$$

Donde  $\alpha$  es el Angulo entre dos ranuras adyacentes

$$\alpha = \frac{180 p}{Q} \text{ Donde } Q: \# \text{ total de ranuras.}$$

**Factor de distribución:** Dado que todas las espiras no pueden alojarse en la misma ranura la f.e.m. no es la suma aritmética de las f.e.m. de cada espira, por ello es necesario utilizar un factor que compense la suma fasorial de las f.e.m. de las espiras de una bobina de la suma aritmética de las mismas. Adicionalmente al distribuir las espiras se consigue utilizar la periferia interior completa del hierro del estator.

$$Kd = \frac{\sum \text{vectorial f.e.m de bobina por fase}}{\sum \text{aritmética f.e.m de bobina por fase}}$$



$$\beta = q\alpha$$

$\beta =$  Angulo que cubre las ranuras de una fase  
 $q =$  Numero de ranuras que ocupa cada fase por polo

$$\text{sen } \frac{\beta}{2} = \frac{E_R/2}{r} \rightarrow E_R = 2r \text{sen } \frac{\beta}{2}$$

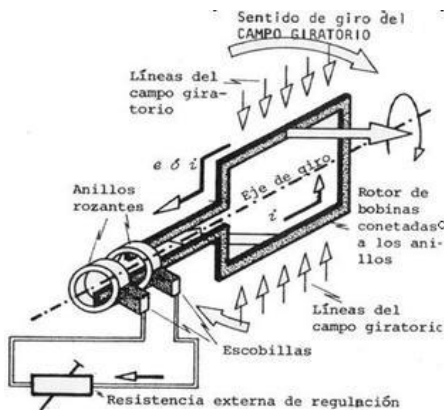
$$E_R = 2r \text{sen } \frac{q\alpha}{2} \text{ Pero } \text{sen } \frac{\alpha}{2} = \frac{E_b/2}{r} \text{ por lo tanto } E_b = 2r \text{sen } \frac{\alpha}{2}$$

$$Kd = \frac{E_R}{qE_b} = \frac{2r \text{sen} \left( q \frac{\alpha}{2} \right)}{2rq \text{sen} \left( \frac{\alpha}{2} \right)} \Rightarrow Kd = \frac{\text{sen} \left( q \frac{\alpha}{2} \right)}{q \text{sen} \left( \frac{\alpha}{2} \right)}$$

$$q = \frac{\text{Ranuras totales}}{\text{polos} * \text{fase}} = \frac{Q}{p * n} \text{ donde } n: \# \text{ de fases}$$

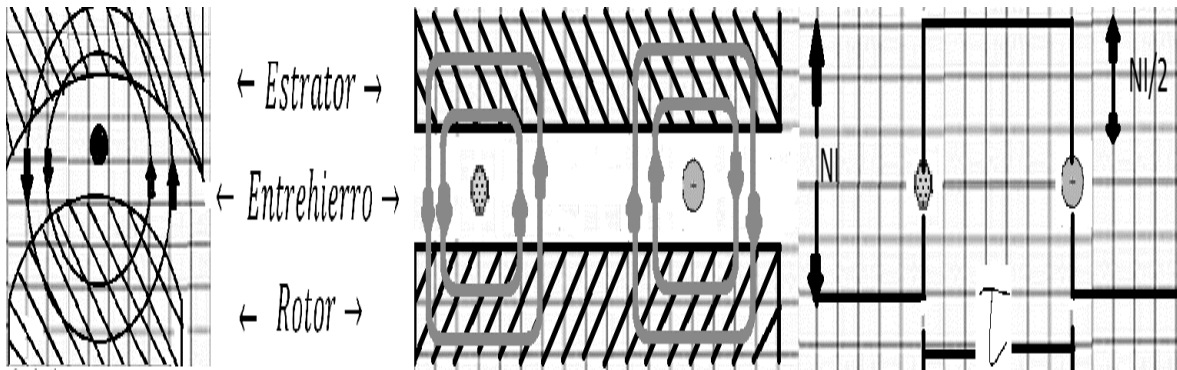
### 3.4 FUERZA MAGNETOMOTRIZ EN UN DEVANADO (F.M.M.)

Para analizar el tipo de fuerza magnetomotriz que se produce en devanado, vamos a considerar una espira del rotor alimentada con corriente continua.

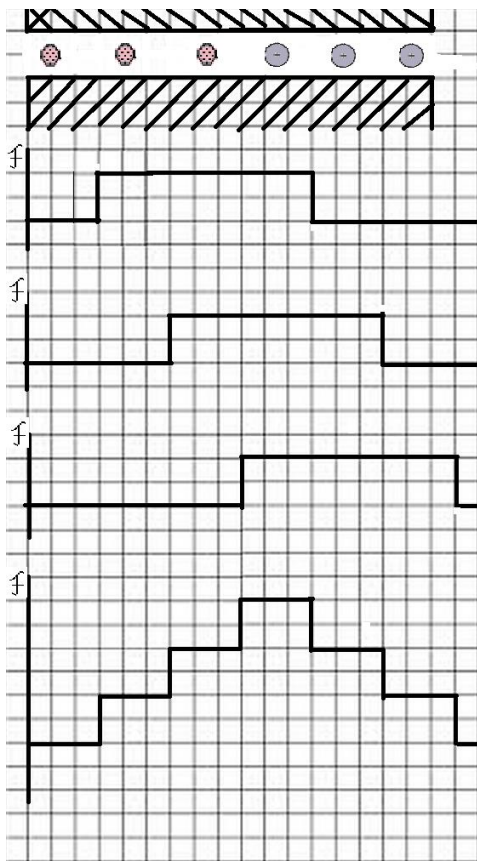


Al circular una corriente por un conductor se crea un campo magnético  $\vec{B}$  que entrelaza las espiras del estator y el rotor. Debe considerarse la permeabilidad magnética del hierro y el entrehierro diferentes. Al crearse una trayectoria cerrada entre el estator y el rotor de la máquina, la F.M.M será:

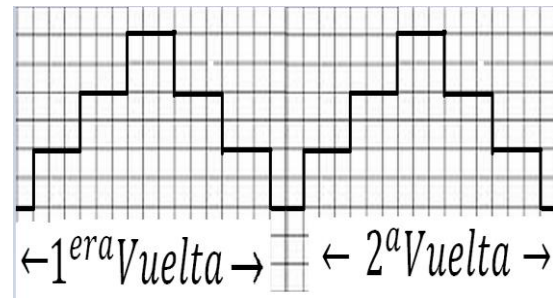
$$f = NI = \oint H \cdot dl$$



Si son  $N$  espiras, la  $f$  resultante es la suma de todas las figuras magnetomotrices individuales por espira.



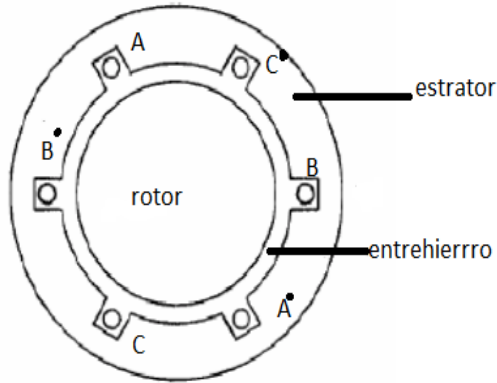
La  $f$  resultante, es por lo tanto una onda escalonada, estática, distribuida a lo largo del entrehierro, que puede ser descompuesta por serie de Fourier la fundamental y sus armónicos. Esta consideración es válida puesto que al dar vuelta sucesivamente el entrehierro la onda periódica es infinita en extensión.



Por consideración de simetría no existen armónicos pares y solo maquinas muy especiales contienen armónicos pares.

$$f(\theta) = -f(-\theta)$$

### 3.5 FUERZA MAGNETOMOTRIZ DE UN DEVANADO TRIFÁSICO



La figura muestra una máquina trifásica elemental de dos polos. El arrollamiento consta de tres bobinas de paso diametral, desplazada entre sí en el espacio  $120^{\circ}$  eléctricos (que corresponden a  $120^{\circ}$  mecánicos).

$$\theta_e = \frac{p}{2} \theta_m$$

$\theta_e$  = grados eléctricos  
 $\theta_m$  = grados mecánicos  
 $p$ : #de polos

$$\frac{d\theta_e}{dt} = \frac{p}{2} \frac{d\theta_m}{dt} \rightarrow W_e = \frac{p}{2} W_m$$

$W_m$  = frecuencia angular mecánica del rotor

$W_e$  = frecuencia angular de las ondas eléctricas

$$W = 2\pi f \rightarrow f_m = \frac{n}{60} \quad n: \text{velocidad del rotor en r.p.m}$$

$$f_e = \frac{p}{2} f_m \rightarrow f_e = \frac{p}{120} n \rightarrow n = \frac{120 f_e}{p}$$

Las bobinas A, B y C se alimentan por corriente trifásica balanceada de secuencia abc, que expresada en función del tiempo son:

$$i_a = I_m \sin \omega t$$

$$i_b = I_m \sin(\omega t - 120^{\circ}) = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$i_c = I_m \sin(\omega t + 120^{\circ}) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$$

Ahora la distribución de los devanados sobre el perímetro del inducido como una función del paso polar ( $\tau$ ), viene dada por:

$$\begin{cases} N_A = N_m \sin\left(\frac{\pi x}{\tau}\right) \\ N_B = N_m \sin\left(\frac{\pi x}{\tau} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ N_C = N_m \sin\left(\frac{\pi x}{\tau} + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Dónde:

X: longitud sobre el perímetro del inducido.

$\tau$ : Paso polar

$$f = NI$$

$$f_A = N_A * i_a = N_m I_m \sin(\omega t) \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x\right)$$

$$f_B = N_B * i_b = N_m I_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$f_C = N_C * i_c = N_m I_m \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x + \frac{2}{3}\pi\right)$$

Sabiendo que  $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$

$$f_A = \frac{1}{2} N_m I_m \left[ \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) - \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x\right) \right]$$

$$f_B = \frac{1}{2} N_m I_m \left[ \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) - \cos\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{\tau} x\right) \right]$$

$$f_C = \frac{1}{2} N_m I_m \left[ \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) - \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{\tau} x\right) \right]$$

Por lo tanto cada bobina produce una  $f$  que se la suma de dos componentes sinodales:

- Una que contiene la suma
- Otra que contiene la diferencia

Es decir, una onda viajera en un sentido y la otra en sentido contrario, dando como respuesta una onda estacionaria en el espacio y variante en el tiempo.

Al interconectarse los tres devanados se tiene una  $f$  resultante que se:

$$f_R = f_A + f_B + f_C = \frac{1}{2} N_m I_m \left[ 3 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) - \left\{ \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x\right) + \cos\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{\tau} x\right) + \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{\tau} x\right) \right\} \right]$$

$$f_R = \frac{3}{2} N_m I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right)$$

### 3.6 EFECTO DE LOS ARMÓNICOS EN LA DISTRIBUCIÓN DEL FLUJO

Considerar la onda de flujo puramente senoidal es una aproximación de lo que realmente sucede. La onda real es escalonada, que por tener simetría de media onda contiene armónico impares que influyen en la forma de onda y magnitud de la tensión inducida. Los armónicos tienen una posición fija con respecto a la fundamental, por lo tanto inducen armónicos de f.e.m en el devanado de armadura con una frecuencia “n” veces de la fundamental. De esta manera los armónicos de la f.e.m son en el tiempo y los de la f.m.m del entrehierro son armónicos en el espacio.

Teniendo en cuenta el efecto de los armónicos, la densidad del flujo es de la forma:

$$B(x) = B_{1(x)} + B_{3(x)} + \dots + B_{n(x)}$$

Con  $B_{n(x)} = B_n \left( n\pi \frac{x}{\tau} \right)$  para n: 1, 3, 5, ..., n

Para cualquier armónico  $\varphi_n = \int_{x_1}^{x_1+b} B_n \sin\left(n\pi \frac{x}{\tau}\right) l dx$

El flujo máximo por polo de cada armónico es:

$$\frac{\varphi_{max}}{polo} (\text{por armónico}) = 2B_n l \frac{\tau}{n\pi}$$

Aplica la ley Faraday y reduciendo:

$$e = -\frac{d}{dt} \left( B_n l \frac{\tau}{n\pi} \left[ \cos \left( n\pi \frac{x}{\tau} \right) - \cos \left( n\pi \frac{(x_1+b)}{\tau} \right) \right] \right)$$

$$e = -2B_n l w_n r \cos \left( n\pi \frac{x_1}{\tau} + n\pi \frac{b}{\tau} \right) \sin n\pi \frac{b}{2\tau}$$

Dónde:

$$K_{pn} = \sin \left( n \frac{\pi b}{2\tau} \right) = \sin \left( n \frac{\theta_e}{2} \right)$$

Al considerar N espiras y haciendo las transformaciones necesarias, se llega a la expresión:

$$K_{dn} = \frac{\sin \left( nq \frac{\alpha}{2} \right)}{q \sin \left( n \frac{\alpha}{2} \right)}$$

### 3.7 DEVANADOS POLIFÁSICO

**Devanados enteros de una capa:** considerados también como devanados de media bobina (solo existe un lado de bobina por ranura); se usan en los estatores de algunos motores de inducción y en los pequeños motores con rotores de tipo bobinado.

Ejemplo: analizar y dibujar el devanado indicado de un estator de 24 ranuras,  $\Delta$  polos, trifásico de paso diametral en una sola capa.

$$q = \frac{Q}{mp} = \frac{24}{3 \times 4} = 2$$

$$\theta_e = \frac{p}{2} \theta_m \quad \alpha = \frac{180p}{Q}$$

$$\alpha = \frac{180 \times 4}{24} = 30^\circ$$

El ancho de la bobina en grados eléctricos.

b: de ranuras de polo

$$b: \frac{24}{4} = 6 \frac{\text{ranuras}}{\text{polo}}$$

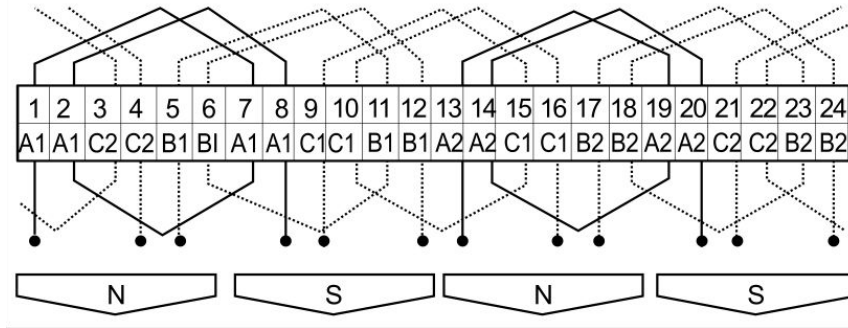
$$\theta_e = b\alpha = 180^\circ (\text{paso diametral})$$

Para desarrollar el devanado, se debe realizar los siguientes pasos:

- Dibuja las ranuras del estator en forma longitudinal
- Colocar la primera bobina correspondiente, a partir de la primera ranura y colocar el final de esta bobina en la ranura calculada, diferenciándola con una barita en negrilla en la parte superior.
- Colocar la bobina restante del primer grupo en las ranuras siguientes después de la primera, al igual que sus respectivos finales. al terminar queda completa la fase A del primer grupo de (polos).
- Una vez completa este grupo de fase A, contar  $120^\circ$  eléctricos entre su primera bobina y la ranura donde debe ir alojada la primera bobina de la fase B.



- Continuar el desarrollo del devanado siguiendo el procedimiento expuesto:
- Una vez desarrollado el estator se puede devanar como imbricado, ondulado o concéntrico.



**Devanado entero de dos capas:** llamado también de bobina completa por tener dos lados de bobina por ranura. Se utiliza universalmente en casi todas las máquinas de corriente alterna, especialmente en el devanado del estator. presenta como ventaja el hecho de poder utilizar paso fraccionario (acortado) lo cual no es posible con los devanados enteros de una sola capa.

**Ejemplo:** realizar el mismo devanado de la maquina anterior, pero ahora de dos capas para:

- Paso diametral
- Paso acortado en una bobina.

Para el desarrollo, se procede hacer los cálculos correspondientes y posteriormente a colocar la bobina teniendo en cuenta. El estator está compuesto por dos capas superpuestas (superior e inferior). Cuando los comienzos se colocan en la capa superior los finales se colocan en la capa inferior. Se sigue el mismo procedimiento anterior:

N						S					
A1	A1	C4	C4	B1	B1	A3	A3	C1	C1	B3	B3
A4	A4	C2	C2	B4	B4	A1	A1	C4	C4	B1	B1

N						S					
A2	A2	C3	C3	B2	B2	A4	A4	C2	C2	B4	B4
A3	A3	C1	C1	B3	B3	A2	A2	C3	C3	B2	B2

Para cuando el paso es acortado en una ranura, se tiene:

$$b = 5 \text{ ranuras} \rightarrow \theta_e = b * \alpha = 150^\circ$$

N						S					
A1	A1	C4	C4	B1	B1	A3	A3	C1	C1	B3	B3
A4	C2	C2	B4	B4	A1	A1	C4	C4	B1	B1	C3

N						S					
A2	A2	C3	C3	B2	B2	A4	A4	C2	C2	B4	B4
A3	C1	C1	B3	B3	A2	A2	C3	C3	B2	B2	A4

Es posible en todo devanado dejarla terminales disponibles de cada grupo de bobina accesibles para realizar las conexiones que se desean. Los grupos pueden conectarse en serie o paralelo, por fase y a su vez interconectarse las fases en estrella o delta según los requerimientos de tensión y corriente.

**Devanados fraccionarios:** son aquellos en los que el número de ranuras por polos y por fase es un fraccionario. Esta fracción se debe compensar dejando en un polo más ranuras que en el otro, lo que significa que para distribuir el devanado en la unión básica se pueden realizar diferentes combinaciones de ranuras por fase, seleccionando la que de la distribución más equilibrada posible.

Para este devanado  $q = \frac{a}{b}$ , donde “b” representa el número de polos que forma la unidad básica o fundamental que contiene un número exacto de ranuras donde van alojadas lastres fases.

El arrollamiento completo resulta de repetir la unidad fundamental las veces que sea necesaria, hasta completar el número total de polos. Su devanado se hace siguiendo el mismo procedimiento que con el de dos capas, teniendo en cuenta que la fase B empieza  $120^\circ$  delante de la fase A en el primer polo e invirtiendo la conexión a  $300^\circ$  en el segundo polo, así puede empezar en cualquier polo a  $180^\circ$  del anterior. La fase C empieza a  $60^\circ$  de la A (en el primer polo) o a  $240^\circ$  (en el segundo polo) y así sucesivamente.

Este devanado entre otras, tiene las ventajas sobre el entero, tales como economía de cobre y reducción de los armónicos en la F.E.M y de la F.M.M del entrehierro.

El factor de distribución en este tipo de devanado, se calcula teniendo una de las fases y analizando el espaciado de cada uno de los vectores (fasores) de la unidad fundamental. Si estos vectores están igualmente espaciados se puede calcular la expresión dada para el factor de distribución, eso teniendo en cuenta que “q” representa ahora el número total de vectores y  $\alpha$  es el espaciado en grados eléctricos de los vectores. En caso que los vectores no se encuentren igualmente espaciados,  $K_d$  se puede calcular a partir de su definición, es decir la relación entre la sumatoria fasorial y la sumatoria aritmética de los vectores por fase.

**Ejemplo:** analizar y dibujar el devanado de una maquina trifásica de 264 ranuras, 16 polos con paso de bobina de 13 ranuras.

$$q = \frac{Q}{m * p} = \frac{264}{3 * 16} = 5\frac{1}{2} \frac{r}{p * f}$$

Luego la unidad fundamental es 2, y el devanado completo es 8 veces la unidad fundamental. El número de ranuras por fase en la unidad fundamental es:

$$5\frac{1}{2} * 2 = 11 (q * b)$$

De esta manera el número de ranuras totales en la unidad fundamental es:

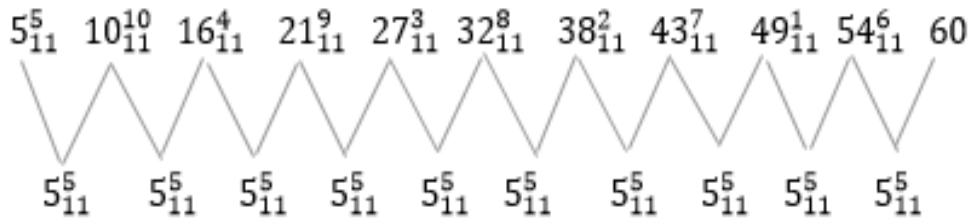
$$q * m * b = 33$$



El primer vector del segundo polo está en la posición (ranura) 17 y que por ser final de bobina se debe restar 180°.

Si se ordenan los vectores, quedarían:

$5_{11}^5$	$10_{11}^{10}$	$16_{11}^4$	$21_{11}^9$	$27_{11}^3$	$32_{11}^8$	$38_{11}^2$	$43_{11}^7$	$49_{11}^1$	$54_{11}^6$	$60^\circ$



$$K_{dn} = \frac{\text{sen}(n * q * \frac{\alpha}{2})}{q * \text{sen}(n * \frac{\alpha}{2})} ; \quad K_{d1} = \frac{\text{sen}(11 * \frac{5_{11}^5}{2})}{11 * \text{sen}(\frac{5_{11}^5}{2})} = 0.95529$$

Existen ocasiones en donde la distribución en el devanado fraccionario es asimétrico en el ángulo de separación de los vectores (fasores) de la unidad fundamental o básica de la máquina.

**Ejemplo:** sea una máquina síncrona trifásica de 108 ranuras, 10 polos, analizar el devanado, dando la configuración de la máquina, ángulo entre vectores, espaciamiento entre los fasores de cada fase.

$$q = \frac{108}{3 * 10} = 3_5^3 \frac{r}{pxf}$$

La unidad fundamental es 5 polos, haciendo que el devanado completo sea 2 veces la unidad fundamental. El número de ranuras por fase en la unidad fundamental sea:

$$3_5^3 * 5 = 18 \frac{\text{ranuras}}{\text{fase}}$$

De esta manera el número de ranuras totales por unidad fundamental:

$$18 * 3 \text{ fases} = 54 \text{ ranuras}$$

El ángulo eléctrico entre ranuras adyacentes es:

$$\alpha = \frac{180 * p}{Q} = \frac{180 * 10}{108} = 16\frac{2}{3}$$

La distribución de las 18 ranuras en los 5 polos puede ser:

<b>polo</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	
<b>Ran/fase</b>	3	3	4	4	3	<b>Opción 1</b>
	4	4	4	3	4	<b>Opción 2</b>

Se escoge la segunda opción.

La primera ranura para cada fase será:

- A: primera ranura.
- B:  $\frac{120}{\alpha} = 7\frac{1}{5}$  para el primer polo (**descartada**).  
 $\frac{120+180}{\alpha} = 18$  ranuras (**Escogida**).
- $\frac{60}{\alpha} = 3\frac{3}{5}$  para el primer polo (**descartada**).  
 $\frac{60+180}{\alpha} = 14\frac{2}{5}$  Para el segundo polo (**descartada**).  
 $\frac{60+2(180)}{\alpha} = 25\frac{1}{5}$  Para el tercer polo (**descartada**).  
 $\frac{60+3(180)}{\alpha} = 36$  Para el cuarto polo (**Escogida**).

De esta manera la fase A empieza en la primera ranura, la B en la ranura 19 y la C en ranura 37.

<b>Fase/ polo</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>A</b>	4	3	4	3	4
<b>B</b>	4	4	3	4	3
<b>C</b>	4	3	4	4	3

12 13      22 23      33 34      44 45

Los vectores (fasores) de la fase A están en las ranuras:

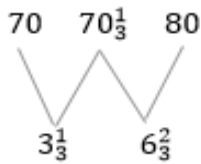
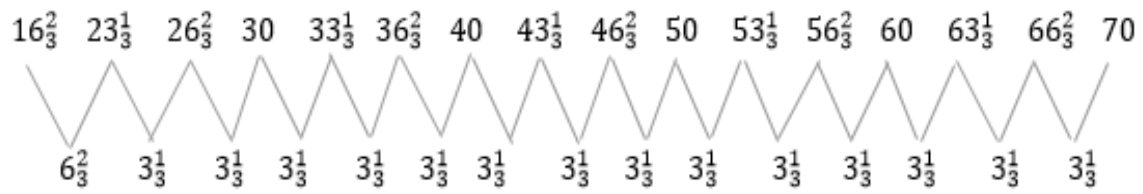
<b>Primer polo</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
	$16\frac{2}{3}$	$33\frac{1}{3}$	50	$66\frac{2}{3}$

<b>Segundo polo</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
	$13 * 16\frac{2}{3} - 180 = 36\frac{2}{3}$	$14 * 16\frac{2}{3} - 180 = 53\frac{1}{3}$	$15 * 16\frac{2}{3} - 180 = 70$

<b>Tercer polo</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>
	$23 * 16\frac{2}{3} - 360 = 23\frac{1}{3}$	$24 * 16\frac{2}{3} - 360 = 40$	$25 * 16\frac{2}{3} - 360 = 56\frac{2}{3}$	$26 * 16\frac{2}{3} - 360 = 73\frac{1}{3}$

<b>Cuarto polo</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	
	$26\frac{2}{3}$	$43\frac{1}{3}$	60	
<b>Quinto polo</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>
	30	$46\frac{2}{3}$	$63\frac{1}{3}$	80

Se ordenan los fasores:



$$K_{d2n} = \frac{\text{sen}(n2 * \frac{63\frac{1}{3}}{2})}{2 * \text{sen}(n * \frac{63\frac{1}{3}}{2})} ; \quad K_{d16n} = \frac{\text{sen}(n16 * \frac{3\frac{1}{3}}{2})}{16 * \text{sen}(n * \frac{3\frac{1}{3}}{2})}$$

$$K_{dtotal} = \frac{2K_{d2n} + 16K_{d16n}}{18}$$

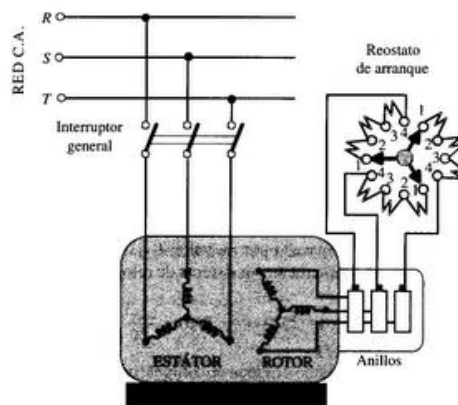
## 4. MÁQUINAS DE INDUCCIÓN

Es una máquina rotativa de corriente alterna. Fue inventada por Nikola Tesla en 1886, que puede operar como motor o generador, pero generalmente como motor para la industria, dado que no tiene un buen desempeño como generador. También puede usarse como convertidor de frecuencia.

En este tipo de máquina, el flujo de excitación lo produce una fuente de corriente alterna aplicada en el estator y por efecto de la inducción electromagnética, también se induce una corriente alterna en el rotor o armadura.

Para el estudio de la máquina de inducción se puede considerar el motor de inducción como un transformador en el cual la potencia eléctrica se transforma en potencia mecánica entre el estator y el rotor.

### 4.1 PARTES PRINCIPALES



Motor asíncrono de rotor devanado y reóstato de arranque correspondiente.

Imagen tomada de: Maquinas Eléctricas de Jesús Fraile Mora

**Estator:** Es la parte inmóvil de la máquina y contiene el devanado inductor.

**Rotor:** Es la parte móvil de la máquina y es conocido también como inducido. Existen dos clases de rotores, que sirven para clasificar a la máquina de inducción o asíncrona así:

**Rotor Bobinado:** Posee un devanado polifásico similar al del estator generalmente con igual número de polos en el rotor que el devanado del estator. Sus terminales son conectados a unos anillos rozantes (deslizantes), que a su vez se cortocircuitan por medio de escobillas.

Estos terminales son accesibles desde el exterior insertando una resistencia adicional a cada devanado, se modifica las condiciones de arranque logrando controlar de esta manera la velocidad.

Las fases de los devanados del rotor están conectados en Y.

Estos motores son más costosos que los tipos jaula de ardilla y requieren mayor mantenimiento debido al desgaste asociado a sus escobillas y a sus anillos rozantes. Su uso es limitado.

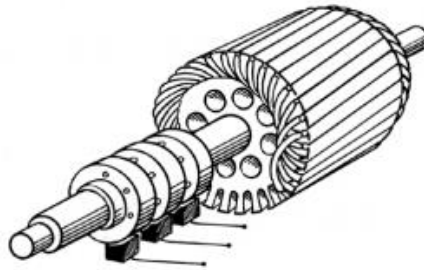


Imagen tomada de:

[http://platea.pntic.mec.es/~jgarrigo/SAP/archivos/1eva/introduccion\\_motores\\_ca.pdf](http://platea.pntic.mec.es/~jgarrigo/SAP/archivos/1eva/introduccion_motores_ca.pdf)

**Rotor jaula de ardilla:** Consta de un núcleo cilíndrico de acero laminado que lleva un elevado número de barras de cobre o aluminio alojadas en ranuras echas en su periferia. Todas estas barras están unidas (cortocircuitadas) en sus extremos por dos anillos de metal. No poseen escobillas, teniendo la gran ventaja de ser encapsulado.

Son prácticamente libres de mantenimiento. Es el de mayor uso en la industria.

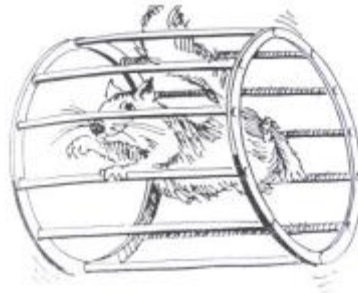


Imagen tomada de:

[http://platea.pntic.mec.es/~jgarrigo/SAP/archivos/1eva/introduccion\\_motores\\_ca.pdf](http://platea.pntic.mec.es/~jgarrigo/SAP/archivos/1eva/introduccion_motores_ca.pdf)

## 4.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

El motor de inducción tiene un bobinado trifásico balanceado, uniformemente repartido sobre el estator. Cuando una corriente trifásica balanceada recorre el circuito de estator, aparece una fuerza, magnetomotriz giratoria que recorre el estator a la velocidad sincrónica, e induce corriente en el rotor. El torque (par) se produce por la acción del campo magnético giratorio y las corrientes inducidas en el rotor.

De acuerdo a:

$$F = il \times B$$

Se genera una fuerza tangencial al rotor que da origen al par motor.

En el instante de arranque el rotor está quieto, por lo tanto el corte de línea de flujo es grande y se inducen altas corrientes en el rotor. Las magnitudes de estas corrientes son independientes de la carga aplicada al eje del motor, y su frecuencia es la misma de la red de alimentación.



El giro de la maquina se produce por la tendencia de la fuerza tangencial producida en el rotor, a seguir al campo magnético giratorio del estator, de tal manera que cuando más se aproxima a la velocidad de sincronismo ( $\eta_s = \frac{12f}{p}$ ), tanto menor resulta la F.E.M inducida en los conductores del rotor, reduciendo las corrientes en el mismo, provocando una disminución del par interno o par electromagnético del motor. En otras palabras, a medida que aumenta la velocidad, disminuye el corte de líneas de flujo y por lo tanto la corriente inducida en rotor también disminuye.

La velocidad, el par y la corriente alcanzan el valor de régimen estable, cuando satisfacen la condición de equilibrio electromecánico para la carga impuesta al eje de la máquina. En el estado de equilibrio el rotor gira a una velocidad inferior que la sincrónica, además cuando al eje del motor se coloca una carga, las corrientes en el rotor inducen a la vez corrientes que tratan de disminuir el flujo magnético del entre hierro, a esto se le llama “reacción de armadura (inducido)”.

Si como caso limite, el rotor girase a la velocidad de sincronismo  $\eta_s$ , no habría movimiento del campo giratorio respecto al rotor, desapareciendo con ello la F.E.M inducida, y como consecuencia de esto se anularía la corriente y el par.

### 4.3 POTENCIA NORMALIZADA

Para seleccionar un motor en términos de la potencia que puede desarrollar, se debe graficar primero el ciclo de trabajo mecánico durante un periodo de tiempo, de este grafico se calcula la potencia promedio y con base en ella se escoge el motor apropiado.

En la siguiente tabla se muestra algunas potencias normalizadas en HP para los motores de inducción.

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	5	$7\frac{1}{2}$	10	15	20
25	30	40	50	60	75	100	125	150	200	250	300	350	400	450
500	600	700	800	900	1000	1500	1750	2000	2250	2500	3000	3500	4000	4500
5000														

Es común encontrar motores de inducción cuyas especificaciones de potencia y tensión son:

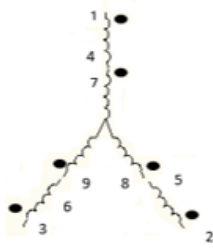
<b>Voltaje (v)</b>	<b>110</b>	<b>208/220</b>	<b>440/550</b>	<b>2300</b>	<b>4000</b>	<b>4600</b>	<b>6600</b>
<b>Potencia Limite en HP</b>	<b>15</b>	<b>200</b>	<b>1000</b>	<b>50-6000</b>	<b>100-7500</b>	<b>250-8000</b>	<b>400 o mas</b>

Existen motores trifásicos que tienen dos devanados para cada fase en el estator, con el fin de poder utilizarlos con dos valores diferentes de tensión, o con dos números diferentes de polo. El estator de estos motores puede estar conectado en  $Y$  o  $\Delta$ .

- Los motores mayores de 5HP, 220V deben arrancar a tensión reducida.
- Los motores mayores de 12 HP, 440 deben arrancar a tensión reducida.

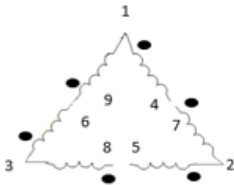
Para determinar la polaridad de las bobinas de un motor de inducción conexión en Y de doble bobinado se procede así:

- Se identifica la estrella interna (terminales 7, 8 y 9) midiendo continuidad.
- Se identifican las bobinas restantes midiendo continuidad entre pares de puntos diferentes a los antes identificados.
- Se une un punto cualquiera de la estrella interna con uno cualquiera de las bobinas restante.
- Se energizan las tres fases de la estrella interna a tensión reducida.



	1	2	3	Conexión	$L_1$	$L_{21}$	$L_3$	Unión de bornes
	●	●	●	440V	1	2	3	(4-7), (5-8), (6-9)
	7	8	9	220V	1	2	3	(4-5-6), (1-7), (2-9) (3,9)
	●	●	●					
	4	5	6					

**Característica:** Potencia constante



	1	2	3	Conexión	$L_1$	$L_{21}$	$L_3$	Unión de bornes
	●	●	●	440V	1	2	3	(4-7), (5-8), (6-9)
	7	8	9	220V	1	2	3	(4-6-7), (2-4-8), (3-5-9)
	●	●	●					
	4	5	6					

**Característica:** Par constante

- Se mide la tensión entre los dos puntos restantes de la estrella interna y el punto libre de la bobina escogida. Si las dos tensiones son iguales entre sí, el puente une bobinas de una misma fase.
- Se las tensiones medidas son menores que la tensión aplicada, los terminales unidos son de diferente polaridad y en caso contrario los terminales unidos son de igual polaridad.

#### 4.4 DESLIZAMIENTO

En el motor de inducción, la velocidad del rotor es menor que la velocidad sincrónica en condiciones de carga nominal; para condiciones de vacío la velocidad del rotor es casi igual a la velocidad sincrónica pero nunca igual.

Se define el deslizamiento de una máquina de inducción como el porcentaje de atraso de la velocidad del rotor, con respecto a la velocidad sincrónica, así:

$$s = \frac{\eta_s - \eta}{\eta_s} \times 100\%$$

$s$ : Deslizamiento en porcentaje

$\eta_s$ : Velocidad síncrona en rpm.

$\eta$ : Velocidad del rotor en rpm.

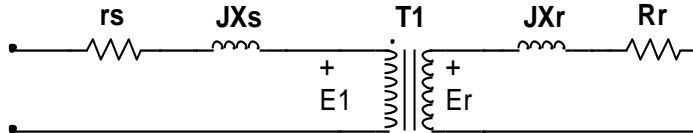
En reposo  $\eta = 0$  y  $S=1$

A la velocidad síncrona  $\eta = \eta_s$  y  $s=0$ , no se induce F.E.M en el circuito del rotor, pues la velocidad relativa entre el rotor y la F.M.M giratoria es cero y no hay corte de líneas de flujo magnético.

En un rotor de inducción, el rotor gira a una velocidad tal que su deslizamiento es suficiente para inducir la corriente necesaria, capaz de producir la fuerza tangencial y el par motor, requeridos por la carga.

#### 4.5 CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR DE INDUCCIÓN (PARÁMETROS CONCENTRADOS)

Al observar al motor de inducción desde los terminales de alimentación, se ve primero una resistencia del estator  $R_s$ , un flujo en el bobinado del estator que no pasa al rotor a través del entrehierro (o flujo de dispersión), representado por  $X_s$ . En el entrehierro se ve un flujo magnético que pasa del estator hacia el rotor a través de un proceso de transformación con acople ideal (flujo de magnetización) y se representa por  $X_m$ . En el rotor encontramos una resistencia  $R_r$  propia de los devanados y una dispersión de flujo representada por  $X_r$  (propia del rotor).



Se deduce la expresión para la frecuencia de la corriente inducida en el rotor  $f_2$  que se verá en función del deslizamiento y la frecuencia de la red.

$$\eta_s = \eta_r = \eta_2$$

$\eta_s - \eta_r$ : Velocidad relativa entre F.M.M del estator y la velocidad de rotor.

$\eta_2$ : Velocidad a la que se realiza el corte de líneas de flujo y a la cual se induce la corriente en el rotor.

En términos de velocidad angular:

$$\begin{aligned} \omega_s - \omega_r &= \omega_2 \\ \omega_r &= \omega_s(1 - S) \\ \omega_s - \omega_s(1 - s) &= \omega_2 \\ \omega_2 &= s\omega_s \\ 2\pi f_2 &= s2\pi f_s \\ f_2 &= sf_s \end{aligned}$$

En el circuito equivalente del rotor de inducción se incluye el efecto de la corriente de magnetización, y la corriente del rotor reflejada en el estator ( $I_2 = I_r$ ). La tensión inducida en el rotor  $E_r$ , da lugar a la corriente del rotor así:

$$I_r = \frac{E_r}{R_r + jX_r}$$

Ahora la tensión  $E_r$  debe cumplir con:

$$E_R = N \frac{d\phi}{dt}$$

Como el flujo es senoidal, la tensión del rotor es:

$$E_R = 4.44N_2f_2\phi_{max}K_w$$

Donde  $N$ ,  $\phi_{max}$  y  $K_w$  son constantes, pero  $f_2$  depende de  $Sf_s$

$$E_r = s(4.44N_2f_s\phi_{max}K_w) = sE_2$$

Como se puede observar, la tensión inducida en el rotor es directamente proporcional al deslizamiento, la relación de espiras no depende del deslizamiento, si no de las características geométricas y de construcción de la máquina.

Para las expresiones que siguen se adoptan los siguientes parámetros:

$I_2$ : Corriente del rotor vista desde el estator.

$r_2$ : Resistencia del rotor vista desde el estator

$X_2$ : Reactancia del rotor vista desde el estator

Los factores de conversión solo son necesarios para efectos de diseño, dado que en la práctica estos datos se toman directamente de los bornes de la máquina.

$$I_r = \frac{sE_2}{R_r + jsw_s l_r} = \frac{E_2}{\frac{R_r}{s} + jw_s l_r}$$

$$E'_2 = 4.44K_w f_s N_2 \phi_{max} = 4.44K_w f_s N_1 \phi_{max} = E_1$$

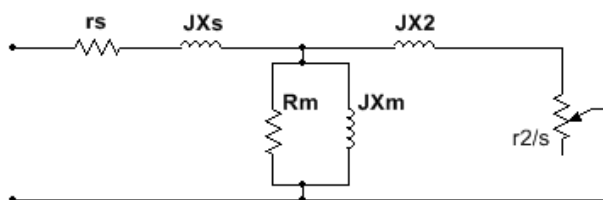
$$K_w N_2 = K_w N_1$$

$$I_2 = \frac{E_1}{\frac{r_2}{s} + jX_2}$$

Pero  $r_2 = \frac{R_r}{s}$ : Resistencia vista desde el estator

$X_2 = w_s l_r$ : Reactancia vista desde el estator.

Por tanto el circuito queda así:



Como las pérdidas en el hierro se clasifican como perdidas por histéresis y corrientes de Eddy, se considera en la rama de magnetización la resistencia  $R_m$  y  $X_m$  como la reactancia de magnetización. Generalmente las pérdidas en el hierro corresponden a las del estator, porque la corriente del rotor es pequeña en comparación a la del estator. En el arranque  $S=1$ , por lo tanto el valor de la corriente del estator solo depende de la resistencia  $R_e$ , la cual es pequeña con respecto a los valores que va tomando a medida que el rotor va alcanzando la velocidad nominal y el valor de  $r_2 = R_r/S$  va aumentando por que el deslizamiento se hace menor. De esta forma  $R_r/s$  va creciendo hasta alcanzar su valor nominal a carga nominal

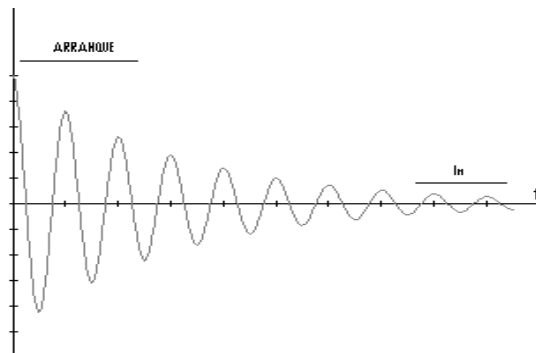


Figura: Transitorio del motor

Para efectos prácticos se consideran los parámetros fijos, aunque  $T_2$  no sea fija, porque el área transversal de circulación de la corriente en las barras del rotor es constante, es decir, en el arranque la frecuencia de la corriente del rotor  $f_a$  es  $S_n \cdot f_s$ , en donde  $S_n$  es el deslizamiento nominal. Para frecuencias muy bajas, la distribución de corriente para el área transversal de cada barra del rotor se puede considerar uniforme, el área de circulación de corriente en la barra se reduce, finalmente para frecuencias altas (cercanas a la de la red), la circulación de corriente por el área transversal es casi superficial, por ello la sección transversal de un rotor jaula de ardilla no es constante.

#### 4.6 DIAGRAMA FASORIAL

A partir del circuito equivalente se puede dibujar el diagrama fasorial del motor de inducción

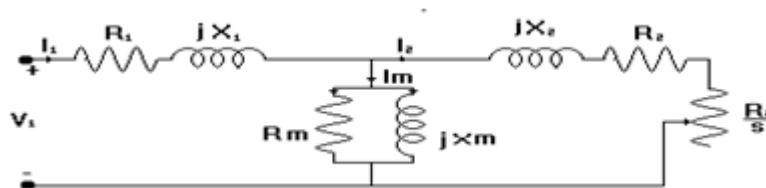


Figura: Circuito equivalente

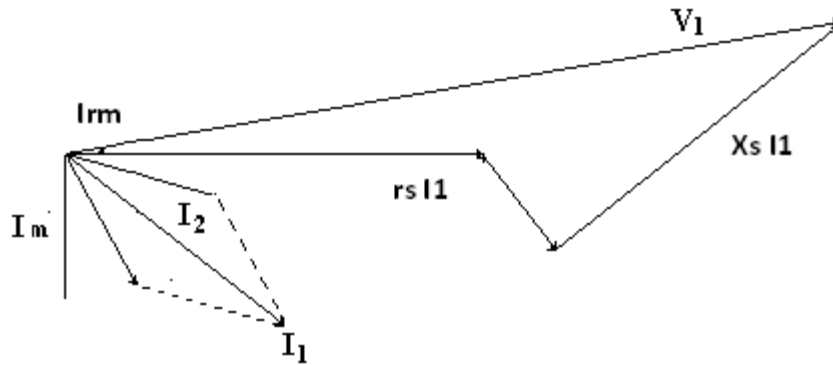


Figura: Diagrama fasorial

#### 4.7 BALANCE ENERGETICO

Para el balance de potencia del motor de inducción se tiene en cuenta todas las potencias como son la potencia eléctrica, electromagnética, perdida en el rotor y estator, perdida por fricción, ventilación y rotación.

Al igual que los transformadores el máximo rendimiento en los motores de inducción se logra cuando las pérdidas variables son iguales a las pérdidas fijas. La potencia mecánica desarrollada por la máquina de inducción se puede calcular a partir del circuito equivalente, donde se incorpora el efecto de la carga mecánica aplicada al eje de la máquina.

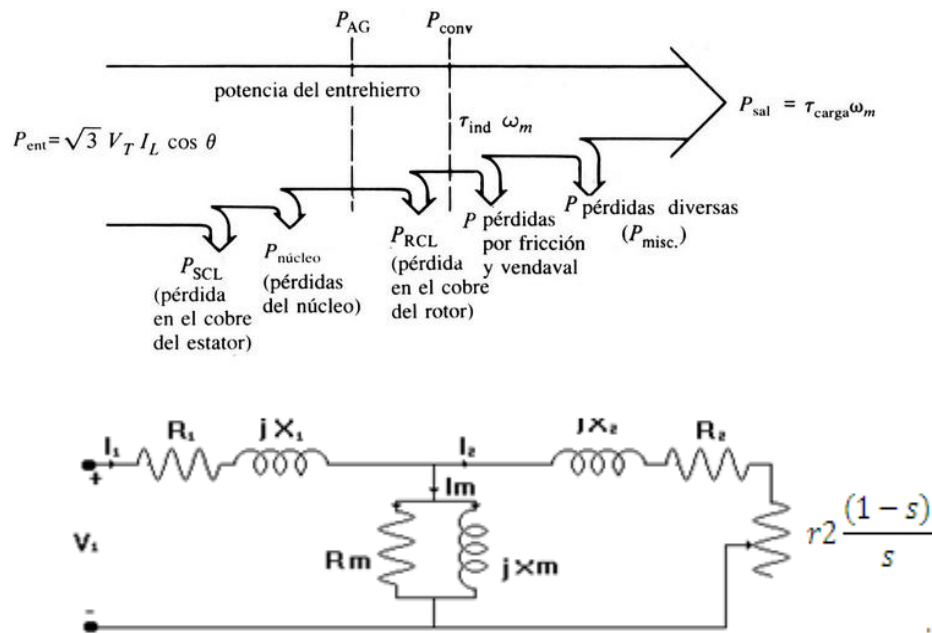


Figura: Circuito equivalente con carga acoplada

Del circuito anterior se tiene que:

$$\text{Potencia mecánica desarrollada (PMD)} = 3I_2^2 r_2 \frac{(1-s)}{s}$$

El par electromagnético  $\tau_{em}$  es:

$$\tau_{em} = \frac{Pg}{Ws}$$

Y el par mecánico es:

$$\tau_{mec} = \frac{PMD}{Wm}$$

Reemplazando:

$$\tau_{mec} = \frac{Pg(1-s)}{Ws(1-s)} = \tau_{em}$$

#### 4.8 INFLUENCIA DE LOS PARAMETROS DE LA RED EN EL COMPORTAMIENTO DE LA MAQUINA DE INDUCCION

Cuando el motor de inducción se conecta a la red de alimentación, se debe tener en cuenta que la red se presenta como una impedancia para el motor, cuyo valor depende de todas las cargas conectadas como motores, iluminación, entre otras. Estas cargas pueden conectarse o desconectarse momentáneamente a la red haciendo que se presente al motor como una impedancia variable.

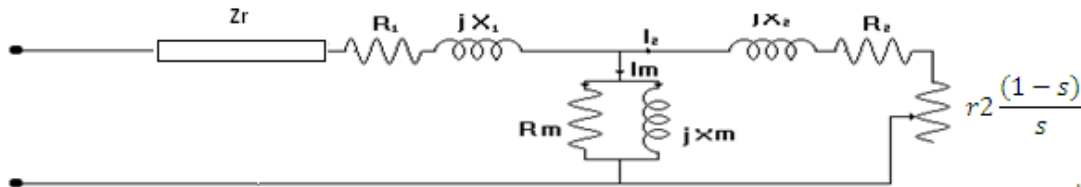


Figura: Circuito equivalente teniendo en cuenta la impedancia de la red.

La impedancia vista al final del circuito es:

$$Z_{th} = r_2 + jX_2 [(R_o // jX_m) // (Z_r + r_s + jX_s)]$$

Donde  $Z_r$  representa la impedancia de la red e incluye el efecto de cargas conectadas o desconectadas a la red en forma momentánea.

#### 4.9 CURVA PAR VELOCIDAD

En los transformadores frecuentemente se simplifica el análisis del circuito equivalente ya se despreciando completamente la rama de excitación o aceptando la aproximación de llevarlo directamente a los terminales del primario. Estas aproximaciones son admisibles en un motor de inducción funcionando en condiciones normales, porque la presencia del entre hierro exige una corriente de excitación mucho mayor y por qué las reactancias de dispersión son también necesariamente altas.

Para los efectos de simplificación en los cálculos se debe de trasladar la rama de magnetización a la entrada del motor.

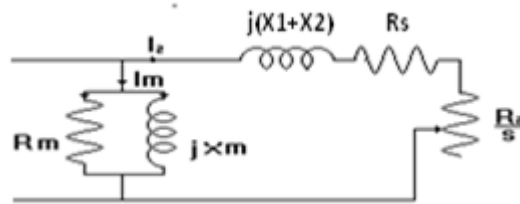


Figura: Circuito equivalente simplificado

$$|I_2| = \frac{V_1}{\sqrt{(R_s + \frac{r_2}{s})^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

Pero:

$$\begin{aligned} X &= X_1 + X_2 \\ V_1 &= \frac{V_L}{\sqrt{3}} \\ |I_2|^2 &= \frac{V_1^2}{(R_s + \frac{r_2}{s})^2 + (X)^2} \end{aligned}$$

Pero:

$$P_g = 3I^2 \frac{r_2}{s}$$

Al reemplazar,  $P_g$  nos queda de la siguiente forma:

$$P_g = V_l^2 r_2 \frac{S}{S^2 R_s^2 + 2SR_s r_2 + r_2^2 + S^2 X^2}$$

Reemplazando  $P_g$  en la ecuación de par electromagnético  $\tau_{em}$ :

$$\tau_{em} = \frac{V_l^2 r_2}{W_s} \frac{S}{S^2 R_s^2 + 2SR_s r_2 + r_2^2 + S^2 X^2}$$

Al derivar  $\tau_{em}$  con respecto a S, obtenemos:

$$r_2^2 = S^2(R_s^2 + X^2)$$

Despejando S:

$$S_{max} = \pm \frac{r_2^2}{\sqrt{(R_s^2 + X^2)}}$$

Este es el deslizamiento para el par electromagnético máximo.



#### 4.10 OPERACIÓN DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN

A partir del deslizamiento se puede hacer el análisis de la máquina de inducción, así:

- $0 \leq S \leq 1$ : La máquina recibe potencia eléctrica y entrega potencia mecánica, es decir trabaja como motor.
- $S > 1$ : Es necesario que  $W_s - W_r > 1$ , es decir que la velocidad del rotor es negativa, gira en sentido contrario al giro del campo del estator, Aquí la maquina trabaja como un freno dinámico, la cual es una situación transitoria.
- $S < 0$ : Es necesario que  $W_s - W_r < 0$ , es decir que la velocidad del rotor es mayor que la velocidad síncrona ( $W_r > W_s$ ), para lograr esta condición es necesario un motor auxiliar que impulse el eje del rotor, haciendo para la maquina trabaje como generador.

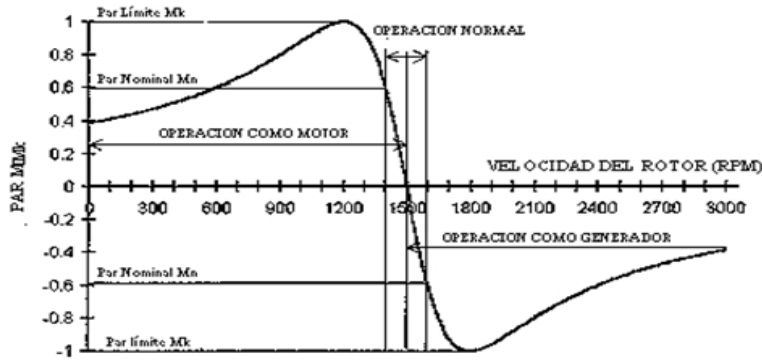


Figura: Representación de la operación de la máquina de inducción.

#### 4.11 DIAGRAMA CIRCULAR DEL MOTOR DE INDUCCION

Es el lugar geométrico de la corriente primaria del motor de inducción, de esta manera que si la componente activa y reactiva se representa gráficamente, una en función de la otra, el lugar geométrico extremo de su suma vectorial, que es siempre la corriente total, será un círculo, donde cada punto de este círculo representa un punto de operación de la máquina de inducción.

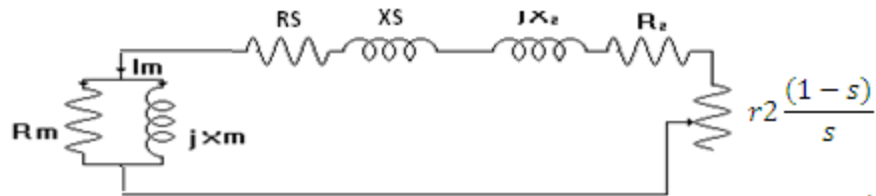


Figura: Circuito equivalente simplificado

En el circuito la corriente  $I_m$  en la rama paralelo es constante, las reactancias  $X_s, X_2$  y las resistencias  $R_s, R_2$  también son constantes  $r_2(1-s)/s$ , varía con la carga (deslizamiento), por consiguiente, el lugar extremo  $I_2$  es un círculo.

Ahora, como  $I_1$  es la suma de  $I_2$  e  $I_o$ , el lugar geométrico de  $I_1$  es también un círculo. Del circuito anterior tenemos que:

$$I_2 = \frac{V_1}{R_s + \frac{r_2}{s} + jX} = \frac{V_1}{Z(s) \angle \theta r(s)}$$

Donde  $Z(s)$  representa la impedancia total del motor polifásico de inducción. Al expresar esta ecuación en forma rectangular y tomando la tensión  $V_1$  con el eje de las ordenadas, se tiene:

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{V_1}{X} \sin \theta r(s) \angle -\theta r(s) \\ I_2 &= I_2 y + j I_2 x \\ I_2 y &= \frac{V_1}{X} \sin \theta r(s) \cos \theta r(s) \\ I_2 x &= \frac{V_1}{X} \sin^2 \theta r(s) \end{aligned}$$

Multiplicando a  $I_2$  por su conjugada se tiene:

$$I_2^2 y + I_2^2 x = \frac{V_1^2 X}{X^2 V_1} I_2 x$$

La ecuación describe el lugar geométrico de la corriente de carga  $I_2$ , con centro  $(0, V_1/2X)$ .

Los datos para trazar el diagrama circular se obtienen por medio de los ensayos de vacío y rotor bloqueado, empleando los datos obtenidos en estos ensayos, se puede determinar el funcionamiento del motor con un grado de precisión aceptable.

**PRUEBA DE VACIO:** SE pone a girar el motor en vacío sin carga a la tensión nominal, se toman los datos de tensión de línea e intensidad de corriente, así como la potencia  $P_o$  en vatios. Con estos valores es posible obtener el ángulo  $\theta_o$  del factor de potencia.

$$\cos \theta_o = \frac{P_o}{\sqrt{3} V_l I_o}$$

La intensidad de corriente  $I_o$  se dibuja retrasada en un ángulo  $\theta_o$  con relación a  $V_1$  obteniendo el punto  $P$  del diagrama circular, se considera que en este punto  $s=0$ , dado que la velocidad sin carga es muy cercana a la velocidad sincrónica.

**PRUEBA CON ROTOR BLOQUEADO:** Impidiendo el movimiento del rotor, se alimenta el motor a tensión reducida, manteniendo la intensidad de corriente dentro de un rango razonable, se recomienda que este valor sea igual a la corriente nominal. Se toman los datos de corriente por fase  $I_b'$ , la potencia total  $P_b$ , Y la tensión por fase  $V_1'$ . La corriente medida se multiplica por la relación  $V_1/ V_1'$  lo que da

**OH**, que es la corriente por fase que correspondería si se aplica la tensión nominal con el rotor bloqueado, en ese punto  $S=1$ . La corriente tiene un retraso  $\theta b$  con relación a  $V_1$ , siendo:

$$\cos \theta b = \frac{P_b}{nV'_1 I_b'}$$

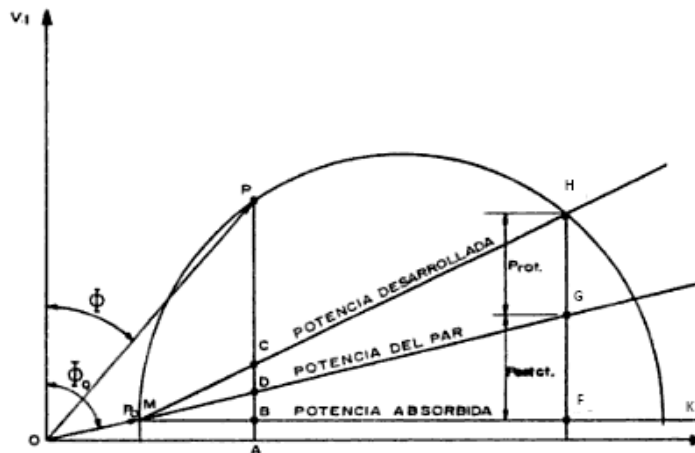


Figura: Diagrama circular

Se traza **OH=I<sub>b</sub>**, formando un ángulo  $\theta b$  con **OV**, con lo que se determina el punto H del círculo.

Se traza la recta **PH** y la recta **PK** que es paralela al eje de las abscisas (no es necesario conocer el punto **K**). En el punto medio de **PH**, **M'**, se traza una línea perpendicular cuya intersección con la recta **PK** da el centro del círculo **M**. Con centro en **M** y radio **MP** se traza la circunferencia **PEHK**.

**PK** es su diámetro y su longitud a escala, da en amperio el valor de  $(V_1/(X_1+X_2))$  en donde  $X_1$  y  $X_2$  son las reactancias del estator y rotor por fase, referidas al estator.

Desde el punto **H** se traza la línea **HJ**, la cual es paralela al eje de las ordenadas. La recta **HF** se divide en dos segmentos tales que:

$$\frac{HG}{GF} = \frac{r_2 I_2^2}{R_s I_1^2}$$

Es decir, la relación de las resistencias del secundario referidas al primario y la resistencia del primario. Luego se traza la recta **PG** (línea del par mecánico).

Si el motor es de rotor bobinado, la recta **HF** se divide directamente en los dos segmentos **HG** y **GF** que están en relación  $r_2/R_s$

Las pérdidas totales por resistencias del estator y del rotor esta representadas por  $\overline{HF}$ , que se determina con el rotor bloqueado y la frecuencia de la red. En condiciones de marcha, la frecuencia del motor es directamente proporcional a **S**.

Para el motor jaula de ardilla la distancia total  $\overline{HF}$  se determina con rotor bloqueado y  $\overline{GF}$  se hace igual a  $R_s I_B^2$ , siendo  $R_s$ , la resistencia efectiva del estator, que puede ser de 1,3 a 1,6 veces su resistencia óhmica, determinando el punto **G**.

Para cualquier corriente de carga  $\bar{I}$ , la corriente del rotor  $I_2 = \overline{PE}$ , fasorialmente igual a  $\bar{I} - \bar{I}_0$ .  
Del diagrama circular se puede obtener los siguientes valores:

$$\begin{aligned} PE &= I_2 && : \text{Intensidad de corriente en el secundario.} \\ EA * V_1 &= P_1 && : \text{Potencia absorbida por fase.} \\ BA * V_1 &= P_0 && : \text{Pérdidas del núcleo y mecánicas por fase.} \\ BC * V_1 &= R_s I_1^2 && : \text{Pérdidas del cobre del estator por fase.} \\ CD * V_1 &= r_2 I_2 && : \text{Pérdidas del cobre del rotor por fase.} \\ DE * V_1 &= P && : \text{Potencia útil por fase.} \\ \frac{DE}{AE} &= \eta && : \text{Rendimiento.} \\ \frac{CE}{CE} &= \tau && : \text{Par a escala.} \\ \frac{CD}{CE} &= S && : \text{Deslizamiento.} \\ \frac{CE}{EA} &= \cos \theta && : \text{Factor de potencia.} \\ \frac{EA}{I} & && \end{aligned}$$

Trazando  $\overline{P'G'}$  paralela a  $\overline{PG}$  y tangente al círculo en  $E'$  se obtiene el par crítico  $\tau_B = C'E'$  (a escala).  
El diagrama se dibuja para una sola fase del motor. Los valores de las potencias, pérdidas y par, deben multiplicarse por un número n de fases.

- La escala del par puede hallarse teniendo en cuenta el siguiente criterio:
- El par es igual a una constante multiplicada por la potencia y dividida por la velocidad.
- El valor de la constante depende de las unidades adoptadas.
- Si la potencia útil por fase es  $DE * V_1$  y la velocidad del rotor es  $\eta_r = \eta_s(1 - S)$ , queda:

$$\eta_r = \eta_s \left(1 - \frac{CD}{CE}\right) = \eta_s \left(\frac{CE - CD}{CE}\right) = \eta_s \left(\frac{DE}{CE}\right)$$

- El par desarrollado por fase es:

$$\tau = K \left(\frac{P}{\eta_r}\right) = K \left(\frac{V_1 * DE}{\eta_s \left(\frac{DE}{CE}\right)}\right) = \frac{K(V_1 * CE)}{\eta_s}, \text{ donde } K \text{ es una constante.}$$

- $P_g = \overline{CE} * V_1$ : Potencia total electromagnética (potencia transferida al rotor)
- Para n fases será:  $P_g = nV_1 * \overline{CE}$
- La potencia útil en HP es:  $n\overline{DE} * \frac{V_1}{746} = \frac{2\pi * \eta_r * \tau}{75 * 60}$ , donde  $\tau$  es el par total
- $\eta_r = \eta_s \left(\frac{DE}{CE}\right)$ , luego  $\tau = 0,96 * n * V_1 * \frac{CE}{\eta_s}$  en Kgm, siendo  $K = 0,96 * n$
- Como el número de fases n, la tensión  $V_1$  y la velocidad de sincronismo  $n_s$ , suelen ser fijos, el par es entonces:

$$\tau = K' * \overline{CE}, \text{ siendo } K' = \frac{0,96(n * V_1)}{\eta_s}$$

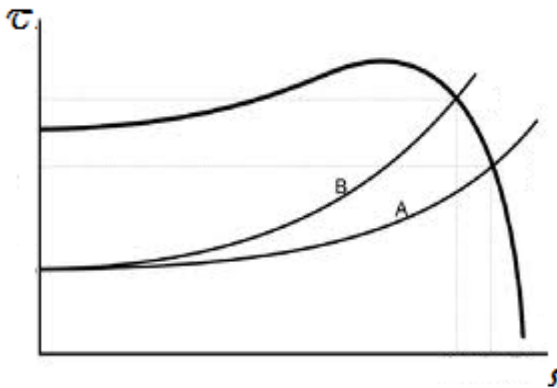
### Línea de deslizamiento

- **Primera forma:** se traza una perpendicular a la línea  $\overline{PG}$  en el punto P. En el punto L (se situa arbitrariamente en la perpendicular) se traza una línea paralela a  $\overline{PG}$ , a esta línea se le denomina línea de deslizamiento. El punto S=0 está dado por la intersección de la línea de deslizamiento con la línea  $\overline{PL}$ . El punto S=1 está dado por la intersección de la línea de deslizamiento y la prolongación de la línea  $\overline{PH}$ .
- **Segunda Forma:** se une el centro del círculo M con el punto  $P_{oc}$  y se traza una perpendicular a esta línea en cualquier punto arbitrario. Esta nueva línea se denomina línea de deslizamiento. El punto S=0 está dado por la intersección de la línea de deslizamiento con la línea  $\overline{PG}$  o  $\overline{PP_{oc}}$ . El punto S=1 esta dado por la intersección de la línea de deslizamiento y una línea trazada por  $\overline{P_{oc}H}$ .

Al igual que en el caso anterior el deslizamiento se distribuye uniformemente entre S=0 y S=1. El deslizamiento para cualquier corriente  $I_1$ , se da uniendo “E” (para nuestro gráfico) con el punto  $P_{oc}$ , la intersección con la línea de deslizamiento es el valor correspondiente de “S” para esa corriente.

### 4.12 ARRANQUE DE MOTORES DE INDUCCIÓN

En el arranque de un motor de inducción se debe buscar que la corriente sea baja para que no afecte el sistema al cual está conectado el motor y además economizar energía para el usuario.



Durante el arranque el motor sigue la curva par-velocidad hasta alcanzar a la que el par motor es igual al par de la carga  $\tau_L$ .

$$\tau_{acelerante} = \tau_m - \tau_L$$

Esta ecuación expresa la aceleración de las masas giratorias.

Ahora la potencia en el rotor está dada por:

$$P_{rotor} = \frac{1}{S} * \frac{(V_L^2 * r_2)}{(R_s + \frac{r_2}{S})^2 + X^2} = P_g$$

Al arrancar, el rotor está quieto y el deslizamiento

es igual a 1 (S=1), entonces

$$P_{rotor} = \frac{(V_L^2 * r_2)}{(R_s + r_2)^2 + X^2} \text{ y el par en el arranque será:}$$

$$\tau_{arranque} = \frac{P_{rotor}}{\omega_s} = \frac{r_2}{\omega_s (R_s + r_2)^2 + X^2} * V_L^2 = K * V_L^2$$

De aquí se puede ver que el par de arranque varia con el cuadrado del voltaje aplicado, donde la constante de proporcionalidad K está definida por los parámetros de la máquina y la velocidad de sincronismo.

Mientras el circuito magnético es prácticamente lineal bajo condiciones de marcha nominal, las corrientes relativamente altas del rotor y el estator durante el arranque puede saturar las porciones de hierro, principalmente los dientes los dientes del estator y el rotor.

En condiciones nominales el par (torque) está dado por:

$$\tau_{nom} = \frac{P_{nom}}{\omega_s}$$

Si el arranque se hace a tensión nominal se tiene:

$$\tau_{arranque}(tension\ nominal) = K(V_{LN})^2 = \tau_{aN}$$

De las anteriores expresiones se tiene:

$$\frac{\tau_{arranque}}{\tau_{aN}} = \left(\frac{V_L}{V_{LN}}\right)^2$$

La corriente en el rotor de  $I_2$  en forma general está dada por:

$$|I_2| = \frac{S * E_2}{\sqrt{r_2^2 + S^2 X_2^2}}$$

En el arranque se tiene que:

$$|I_{2\ arranque}| = \frac{E_2}{\sqrt{r_2^2 + X_2^2}} = K'_1 E_2 = K_1 V_L$$

Si el arranque se hace a tensión nominal, se tiene:

$$\begin{aligned} I_{arranque\ VN} &= K_1 V_N \\ \frac{I_{arranque}}{I_{arranque\ VN}} &= \frac{V}{V_N} \end{aligned}$$

Como se observa, la corriente y el par motor durante el periodo de arranque depende únicamente de los parámetros del motor y son independientes del par motor de oposición de la carga.

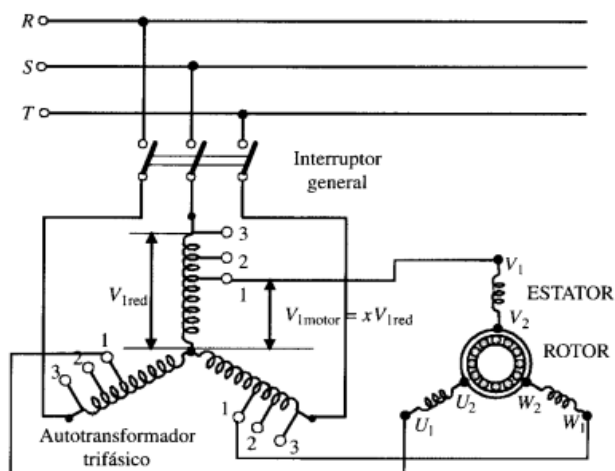
Cuando el motor es jaula de ardilla su arranque solo puede ser controlado desde el estator, mientras que en el motor de rotor bobinado, en arranque se puede controlar con el devanado del estator y con el devanado del rotor.

Un motor necesita desarrollar solamente un par de arranque moderado para aplicaciones como abanicos, ventiladores y extractores. Sin embargo algunas cargas requieren un par de arranque alto tal como sucede en bandas transportadoras, en donde es necesario contrarrestar un alto par estático y cargas con alta inercia.

El valor de la resistencia del rotor que desarrolla un par máximo de arranque, causa un exceso de deslizamiento a un par nominal, con la consecuencia de una mala eficiencia y una mala regulación de

velocidad. En el motor de rotor devanado se puede solucionar este inconveniente con el uso de resistencias en serie externas al rotor que está en corto circuito, de esta manera se puede controlar tanto la corriente al arranque como la velocidad del motor.

Para reducir las corrientes de arranque de un motor de inducción se emplean métodos especiales de arranque, según que la maquina tenga su rotor en forma de jaula de ardilla o sea rotor bobinado.

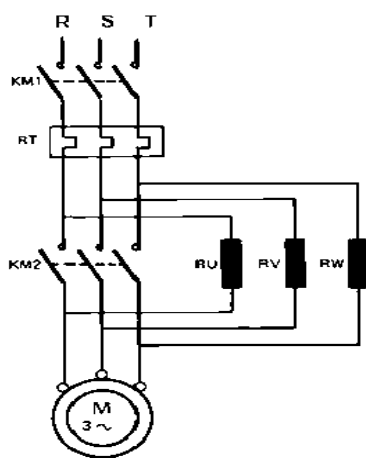


**Arranque con autotransformador:** consiste en intercalar un autotransformador entre la línea y la red, de tal manera que la tensión en el arranque sea solo una fracción de la tensión nominal. Así de esta manera, la corriente de línea y la corriente del motor no son iguales; la corriente de línea es la corriente primaria en el autotransformador, mientras que la corriente del motor es la secundaria. El proceso puede realizarse en 2 o 3 escalones y con tensiones no inferiores al 40%, 60% y 75% de la tensión nominal.

Si se tiene en cuenta que el par ( $\tau$ ) varía con el cuadrado de la tensión aplicada en el momento del arranque se tiene:

$$\tau_{arr} = X^2 \tau_{arrN}$$

Este método es usado solamente en los casos en que el par resistente de la carga no sea muy elevado



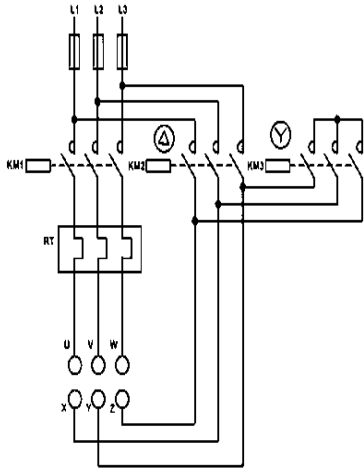
**Arranque con resistencias o reactancias:** Consiste en colocar una resistencia o reactancia en serie con el devanado del estator del motor. La corriente de arranque del motor es igual a la corriente de línea, se reduce directamente con su tensión final, mientras que el par motor se reduce con el cuadrado de la tensión final. Generalmente se utiliza una reactancia para disminuir las pérdidas.

**Arranque estrella-triángulo:** este método solo puede ser usado en motores que estén diseñados para trabajar en triángulo con la tensión de la red. La máquina se conecta en estrella en el momento del arranque y cuando alcance aproximadamente el 70% u 80% de su velocidad nominal se conmuta a triángulo. Al arrancar en estrella, la tensión por fase en el momento del arranque será  $1/\sqrt{3}$  la tensión nominal.

$$\tau_{arranque Y-\Delta} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \tau_{arrN} = \frac{1}{3} \tau_{arrN}$$

Por lo tanto la corriente en el momento de arranque es solo 1/3 de la corriente de línea que tomaría si arrancara en triángulo.

$$\tau_{arr Y} = \frac{1}{3} \tau_{arr \Delta}$$



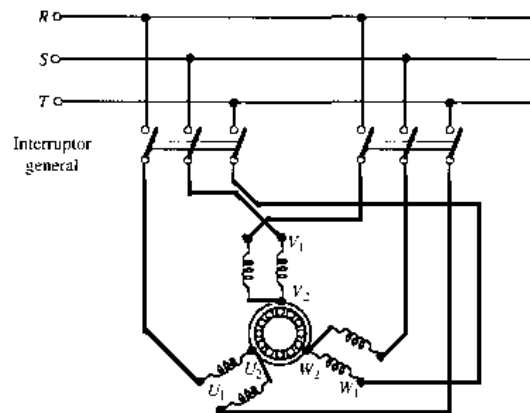
Este método solo se aplica en aquellos casos en el que el par resistente de la carga en el momento del arranque, no exceda como media el 50% del par nominal, tal como sucede con las bombas centrifugas, ventiladores, entre otras aplicaciones.

**Arranque con una sección de devanado:** se utiliza en aquellos motores que vienen para trabajar con 2 o más circuitos paralelos en cada fase. Para el arranque se utiliza primero uno de los circuitos paralelos y luego se conectan separadamente los otros circuitos sobre la línea.

Usando solo uno de los circuitos paralelos se incrementa la impedancia del arrollamiento del estator, reduciendo la corriente y el par motor de arranque.

**Arranque de los motores de rotor bobinado:** en estos motores la resistencia del circuito no es fija como en el motor de jaula de ardilla. La resistencia del rotor puede variarse entre un valor infinitamente grande (anillos rozantes abiertos) y la resistencia  $r_2$  del arrollamiento del rotor (un corto en los anillos deslizantes). En forma general, la resistencia  $r_2$  de un motor de rotor bobinado está dada por:

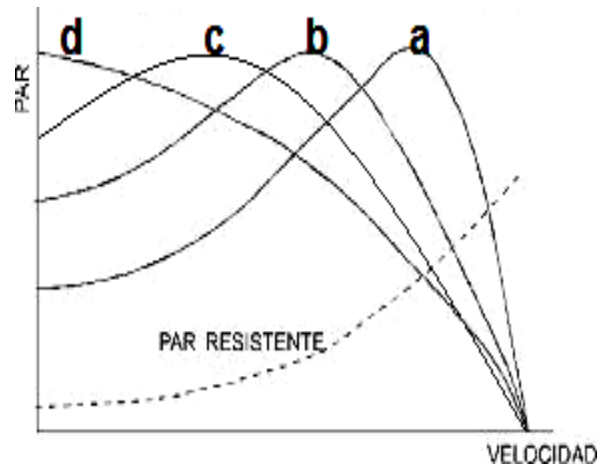
$$R_{2T} = r_2 + R_e$$



Donde  $R_{2T}$  es la resistencia total del circuito rotórico referida al estator;  $r_2$  es la resistencia del rotor referida al estator y  $R_e$  es la resistencia externa del rotor, referida al estator.

Debido a que el deslizamiento para un par motor dado es proporcional a la resistencia del rotor; cada valor de  $R_{2T}$  determina una curva par motor-velocidad como se muestra en la figura. Se observa que la resistencia externa desplaza el par máximo a valores de mayor deslizamiento, pero sin modificar el par máximo.





La curva “a” corresponde a  $R_e=0$  y es la curva normal de par motor-velocidad, mientras que las curvas “b”, “c” y “d” corresponden a diferentes valores de  $R_e$ .

Si se desea que el motor desarrolle el par nominal en el arranque, se debe cumplir la siguiente relación:

$$\frac{R_{2T}(S = 1)}{1} = \frac{r_2}{S_n} \text{ es decir, } \frac{(r_2 + R_e)}{1} = \frac{r_2}{S_n}$$

$$\text{luego, } R_e = r_2 \left( \frac{(1 - S_n)}{S_n} \right)$$

Pero se sabe que el deslizamiento para el cual ocurre el par máximo es:

$$S_{Tmax} = \frac{R_{2T}}{\sqrt{R_s^2 + X^2}} = 1 = \frac{r_2 + R_e}{\sqrt{R_s^2 + X^2}} \text{ entonces } R_e = \sqrt{R_s^2 + X^2} - r_2$$

En general para un par y frecuencia constante, se cumple:

$$\frac{r_2}{S_n} = \frac{R_{2T}}{S_x}$$

Donde  $S_n$  es el deslizamiento nominal y  $S_x$  es para un deslizamiento determinado.

### Regulación de velocidad de un motor de inducción

Los motores de inducción trabajan prácticamente a velocidad constante, sin embargo, en algunas aplicaciones se requieren varias velocidades.

Cuando es necesario disponer de una velocidad variable se prefieren los motores de corriente continua y de ahí su aplicación en tracción eléctrica, trenes de laminación, etc. Ahora, debido al alto costo del motor y del mantenimiento, además de tener un mayor tamaño las máquinas de corriente continua, se han desarrollado diversos métodos de regulación de los motores de inducción, que hoy en día gracias a la electrónica de potencia se utilizan más a menudo.

Sabiendo que  $n = (1 - S)n_s = (1 - S)\frac{120f}{p}$  lo que indica que la velocidad depende del deslizamiento, la frecuencia y el número de polos, por ello se utilizan las siguientes opciones de variar la velocidad sincrónica de un motor de inducción: Modificando el número de polos, modificando la frecuencia, variando la tensión, variando la resistencia del rotor y aplicando tensiones a frecuencia apropiada en el rotor.

**Cambio de velocidad sincrónica**

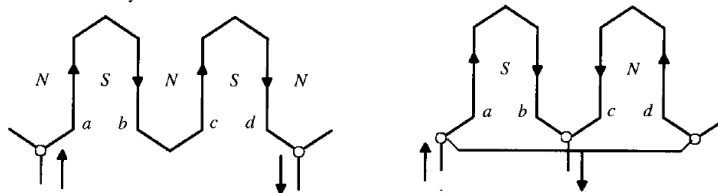
Tiene dos posibilidades, cada una con sus ventajas, desventajas y limitaciones.

Cambio del número de polos: esto solo puede realizarse en máquinas especiales en donde se tiene acceso a los grupos de bobinas. Para que el funcionamiento sea posible es necesario que el rotor sea de jaula de ardilla, ya que este tipo de motor adopta, automáticamente (por inducción) su número de polos en el rotor a los existentes en el estator. Con frecuencia se emplean dos escalones de velocidad, que se denomina conexión Dahlander.

En la figura se muestra las dos posibles formas de cambios de polos con un motor jaula de ardilla.

Se requiere que ambas conexiones tengan un par máximo igual, tal que al duplicar la tensión se obtenga de la potencia.

Lo anterior se utiliza para motores de inducción pequeña, con el cambio de numero de polos se obtiene el control de velocidades muy similares.



En el caso de devanados trifásicos, la conmutación se realiza de acuerdo con los circuitos mostrados.

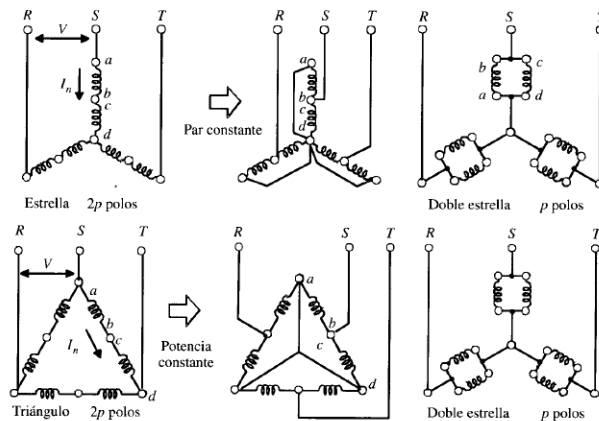


Figura 4.39. Conexión Dahlander. Cambios a par constante y a potencia constante.

El cambio de estrella a doble estrella se emplea en los accionamientos en los que el cambio de velocidad se hace con cargas que trabajan a par constante, así para la estrella se cumple que:

$$P_Y = \sqrt{3}V_L I_n \cos \theta$$

Para la doble estrella se tiene:

$$P_{YY} = \sqrt{3}V_L (2I_n) \cos \theta = 2P_Y$$

Ahora como en la doble estrella la velocidad es el doble, dado que el número de polos es ahora la mitad, entonces el par se mantiene constante.

El cambio de triángulo a doble estrella se emplea en aquellas aplicaciones en el que se conserva la potencia. Aquí se cumple que:

$$P_{\Delta} = \sqrt{3}V_L I_n \cos \theta \text{ Donde } I_n \text{ es la corriente de rama.}$$

Para el doble estrella:

$$P_{YY} = 3 \frac{V_L}{\sqrt{3}} 2I_n \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{3}} P_{\Delta} = 1.155 P_{\Delta}$$

Es decir prácticamente se conserva la potencia.

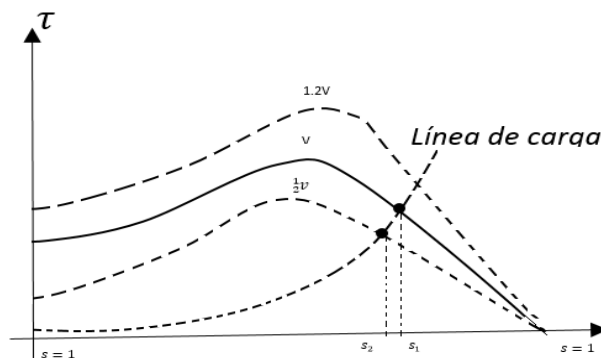
Este procedimiento se aplica en ciertos tipos de máquinas herramientas con objeto de disminuir sus transmisiones mecánicas, también se emplea en ventiladores, extractores, ascensores, etc.

Fuente de frecuencia variable: esta variación de frecuencia se puede obtener de dos maneras: Empleando una máquina de rotor bobinado a manera de transformador de frecuencia (convertidores de frecuencia rotativa) y empleando convertidores estáticos de frecuencia, por medio de SRC, denominados AC drive. Para mantener el par constante se debe mantener el flujo constante (el mismo grado de saturación), se debe variar la tensión proporcionalmente a la frecuencia.

El motor de inducción regulado de esta forma, tiene unas características semejantes a la de un motor de corriente continua de excitación independiente con flujo constante y tensión variable en el inducido.

### Control de deslizamiento

Variando la tensión de alimentación:



Este procedimiento no es aconsejable porque resulta afectado el par, ya que este varía con el cuadrado de la tensión.

Si la carga tiene la característica Par-velocidad señalada en la figura, la maquina a una tensión V está en el punto 1, si se disminuye la tensión, la maquina estará en el punto 2.

Este método presenta tres grandes inconvenientes

- No es una verdadera regulación de velocidad ya que no puede variarse la velocidad en vacío que viene impuesta por la frecuencia.
- El par máximo es proporcional a la tensión, por tanto al reducir la tensión se reducen las posibilidades del motor.
- Las pérdidas por el efecto joule son proporcionales al deslizamiento, el trabajo, el trabajo con el deslizamiento mayor implica un rendimiento menor.

**Variando la resistencia del rotor:**

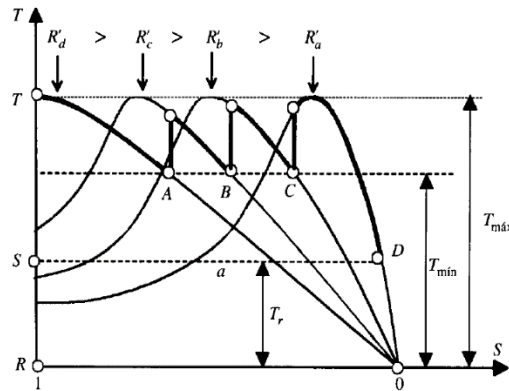


Figura 4.34. Curvas par-velocidad al variar las resistencias del rotor.

La forma más clásica de controlar el deslizamiento y por lo tanto la velocidad en la carga del motor, con rotor bobinado es utilizar un reóstato secundario.

Como se sabe el par es función del deslizamiento y la resistencia del rotor. La figura muestra la característica Par-Velocidad para diferentes resistencias en el rotor. Los valores de  $R_2'$  y  $R_2''$  se calculan de la siguiente forma:

$$R_2 \rightarrow R_{EXT} = 0; R_2' = R_2 + R_{EXT1}; R_2'' = R_2 + R_{EXT2}$$

Entonces:  $\frac{R_2}{s_A} = \frac{R_2'}{s_B} = \frac{R_2''}{s_C}$

Este método presenta los inconvenientes “a” y “c” del método anterior.

Presenta algunas ventajas como:

- Permite variar la velocidad de giro de una carga cualquiera ya que la parte utilizada de la característica Par-Velocidad es siempre estable.

- Las pérdidas debidas al aumento de deslizamiento se disipan en el reóstato y no en el motor. Este puede desarrollar el par máximo a cualquier velocidad.

### Criterios para el funcionamiento de una maquina

- Eficiencia o rendimiento.
- Par de arranque: se debe tener en cuenta el trabajo que va a realizar el motor. Por ejemplo si se va a utilizar en un perforador de un pozo petrolero, debe tener un par de arranque alto.
- Par de arranque máximo que el motor puede soportar.
- El mejor factor de potencia que se puede obtener: no siempre el mejor factor de potencia se presenta con el rendimiento máximo.
- Corriente de arranque.

Para encontrar la resistencia del rotor ( $R_r$ ) para la cual el par sea máximo se tiene:

$$P.M.D. = 3I_2^2 R_r \frac{(1-s)}{s} = T_{em} - W_m = T_{em}(1-S)W_S$$

$$T_{em} = 3I_2^2 \frac{R_r}{sW_S}$$

Ahora  $I_2 = \frac{SE_2}{\sqrt{R_r^2 + (SX_2)^2}}$  por lo tanto

$$T_{em} = 3 \frac{E_2^2}{W_S} \left[ \frac{SR_r}{R_r^2 + (SX_2)^2} \right]$$

Para obtener el  $T_{emmax}$  se deriva

$$\frac{\partial T_{em}}{\partial R_r} = 3 \frac{SE_2^2}{W_S} \left[ \frac{R_r^2 + (SX_2)^2 - 2R_r^2}{R_r^2 + (SX_2)^2} \right] = 0 \rightarrow R_r = SX_2$$

De esta manera el deslizamiento para este par máximo es  $S = \frac{R_r}{X_2}$ . Si se quiere que el par máximo sea en el arranque, entonces  $S=1$  y se tiene  $R_r=X_2$ .

Ahora, el efecto de  $X_2$  sobre el par es tal que para una resistencia de rotor dada, el par de arranque será máximo si  $X_2=0$ .

### CLASIFICACIÓN DE LOS MOTORES DE INDUCCIÓN SEGÚN NEMA

El motor polifásico de inducción tipo jaula de ardilla ha sido clasificado por la **National Electrical Manufacturers Association (NEMA: Asociación de Fabricantes Eléctricos)**, con el fin de tener uniformidad en l aplicación.

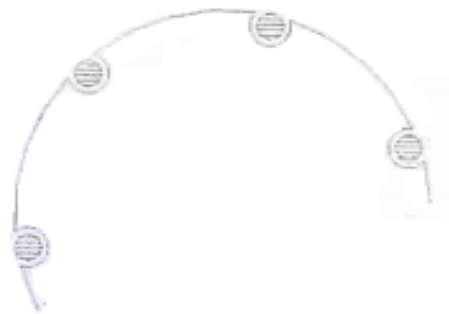
Su clasificación es de acuerdo con:

- Par desarrollado a rotor bloqueado
- Par máximo desarrollado
- Corriente de arranque

Para obtener estas características hay que tener en cuenta como son y como están alojadas las barras en el rotor jaula de ardilla. La reactancia del rotor representa la reactancia de dispersión de los embobinados. Cuanto más retirada del estator esté una de las barras del rotor o parte de una de ellas, mayor será la reactancia de dispersión, y por lo tanto mayor será la reactancia del rotor. Si las barras de un rotor de jaula de ardilla se colocan cerca de la superficie del rotor, tendrá un pequeño flujo de dispersión y la reactancia del rotor será más pequeña en el circuito equivalente.

Según lo anterior NEMA clasifico los motores de inducción tipo jaula de ardilla en cinco diseños, así:

### **DISEÑO CLASE A:**



Es un motor de inducción jaula de ardilla normal o estándar, fabricado para uso a velocidad constante, con un momento de arranque normal, una corriente de arranque normal y bajo deslizamiento. Las barras del rotor, son bastantes grandes (para una buena disipación de calor) y se colocan cerca de la superficie del rotor, el cual tendrá una resistencia baja (debido a su sección transversal grande), y una reactancia del rotor baja. Por ser la resistencia baja del rotor, el momento de torsión máximo estará bastante cerca de la velocidad sincrónica, y el momento de arranque de torsión será pequeño y su corriente de arranque será alta.

Durante el periodo de arranque, la densidad de corriente es alta cerca de la superficie del rotor; durante el periodo de marcha, esta densidad se distribuye con bastante uniformidad. Esta diferencia origina algo de alta resistencia y baja reactancia al arranque, con lo cual se tiene un par de arranque entre 1.5 y 1.75 veces el nominal (a plena carga). El par de arranque relativamente alto y la baja resistencia del rotor producen una aceleración bastante rápida hacia la velocidad nominal.

En este diseño el deslizamiento es bajo y a plena carga debe ser menor de 5% y menor que el de los motores del diseño B de condiciones equivalentes.

El par máximo está entre 2 y 3 veces el par a plena carga y sucede bajo deslizamiento (menos del 20%). El problema principal de esta clase de diseño es su elevada corriente de arranque que varía entre 5 y 7 veces la corriente nominal normal, haciéndolo menos deseable para arranque con la línea, en especial en los tamaños grandes. Sin embargo, en tamaños menores de corriente que sean indeseable.

Las aplicaciones típicas para estos motores son los ventiladores, abanicos, bombas, tomos y otras máquinas herramientas.

### DISEÑO CLASE B:



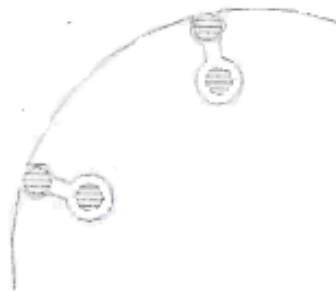
A este tipo de motores se denomina a veces motores de propósito general. Las ranuras de su rotor están profundas que en lo de clase A y esta mayor profundidad tienden a aumentar la reactancia de arranque y marcha del motor. El aumento de reactancia en el arranque, pero reduce también la corriente de arranque (cerca de un 25% menos). La gran área de sección transversal resultante hace la resistencia del rotor bastante pequeña, lo que se traduce en una buena eficiencia a deslizamientos bajos.

El par máximo es mayor o igual a 2 veces el par nominal, pero menor que el diseño A, en razón del aumento de la reactancia del rotor.

El deslizamiento a plena carga varía entre 1.5% y 3%, los motores de 200 hp pueden tener deslizamiento menor del 1% y los motores con 10 o más polos pueden tener un deslizamiento ligeramente mayor al 5%.

Las aplicaciones son similares al diseño A, pero se prefieren en general, debido a sus corrientes de arranque algo menor y sus características equivalentes; entre ellos tenemos: tornos, esmeriles, fresas, bombas centrífugas de impulsión, sopladores, prensas, trituradores,...

### DISEÑO CLASE C



Estos motores tienen un rotor de doble jaula de ardilla, el cual desarrolla un alto par de arranque, entre 2 y 2.5 veces el par nominal. La doble jaula consiste en un juego de barras de resistencia grande y baja, enterradas profundamente en un rotor y un juego de barras pequeño y de alta resistencia, situado cerca de la superficie del rotor. En condiciones de arranque, solamente la barra pequeña cumple su cometido; la resistencia del rotor es bastante alta y produce un momento de torsión grande. Sin embargo a

velocidades de funcionamiento normales, ambas barras cumplen su función y la resistencia es casi tan baja como un rotor de barra profunda.

Este tipo de motor es más costoso que otro tipo de rotor, pero son más baratos que los de rotor devanado.

A plena carga tienen un deslizamiento bajo (menos del 5%) y una menor corriente de arranque, de 3.5 a 5 veces la corriente nominal. Debido a su alto par de arranque acelera rápidamente. Sin embargo, cuando se emplea con cargas de alta inercia, pesadas, se limita la disipación térmica del motor porque la mayor parte de la corriente se concentra en el devanado superior, esto ocasiona a tener la tendencia a sobrecalentarse en condiciones de arranque. Se adecuan mejor a cargas repentinas, pero de tipo de baja inercia.

El par máximo es ligeramente más bajo que el de los motores diseño A. su regulación de velocidad es menos buena de las de los motores diseño A y B.

Las aplicaciones de estos motores se limitan a condiciones en las que es difícil el arranque, como en bombas, compresores de pistón y bandas transportadoras.

## **DISEÑO CLASE D**

Estos motores se conocen también como de alto par y alta resistencia. Las barras del rotor son pequeñas localizadas cerca de su superficie, y están fabricadas en aleación de alta resistencia. Como el área de la sección transversal de las barras es pequeña, la resistencia del rotor es relativamente alta y por estar las barras localizadas cerca del estator, la reactancia de dispersión también es pequeña; esto ocasiona que este tipo de motor tenga un par máximo alto (se acerca a 3 veces el par nominal), el cual se presenta a muy baja velocidad, incluso es posible que el par más alto ocurra a velocidad cero o sea a rotor bloqueado (100% de deslizamiento). El par de arranque es bastante alto (2.75 veces o más el par nominal), y una corriente de arranque relativamente baja. La relación de resistencia a reactancia del rotor al arranque es mayor que en los motores de las clases anteriores.

El deslizamiento a plena carga para estos motores es bastante alto a razón de la alta resistencia del rotor, la que por lo general tiene de un 7% a un 11% pero puede llegar hasta el 17% o más. Este motor está diseñado para servicio pesado de arranque. Pero como el motor diseño C, tampoco se recomienda para arranques frecuentes debido a su pequeña sección transversal y a su deficiente capacidad de disipación de calor. Luego su uso es especialmente en aplicaciones que requieren la aceleración de cargas de tipo inercia extremadamente altas, especialmente grandes volantes usados en prensas punzadoras, grúas de tijera o cizallas. En tales aplicaciones, estos motores aceleran un gran volante hasta su máxima velocidad, para luego impulsar la perforadora. Después de una operación de perforación, el motor re acelera el volante por un periodo de tiempo razonablemente largo para la siguiente operación.

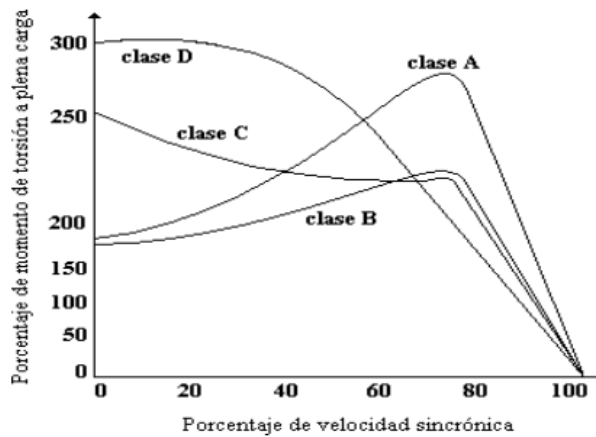
La regulación de velocidad de esta clase de motores es la peor entre todos las clases.



## DISEÑO CLASE E Y F

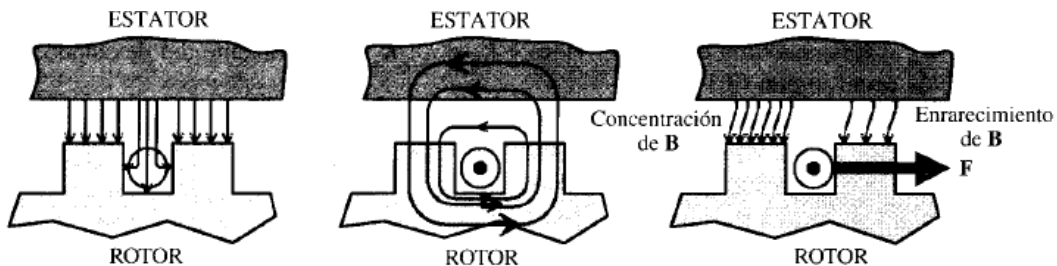
A esta clase de motores se le conoce como motores de doble jaula y bajo par. Están diseñados principalmente como motores de baja corriente de arranque, porque necesita la menor corriente de arranque de todas las clases. Tienen una resistencia del rotor muy alta, tanto en su devanado de arranque como en el de marcha y tiende a aumentar la impedancia de arranque y de marcha, y a reducir la corriente de arranque y de marcha.

Este tipo de motor se diseñó para reemplazar la clase B. El par de arranque es aproximadamente 1.25 veces el par nominal y bajas corrientes de arranque, de 2 a 4 veces la nominal. Se fabrican en general en tamaños mayores de 25 hp para servicio directo de la línea. Debido a la resistencia del rotor relativamente alta de arranque y de marcha, estos motores tienen menos regulación que los de clase B, baja capacidad de sobrecarga y en general baja eficiencia de funcionamiento. Sin embargo, cuando arrancan con grandes cargas, las bajas corrientes de arranque eliminan la necesidad de equipo para voltaje reducido, aun en los tamaños grandes.



## Referencias

- <http://www.liceoagb.es/ondas/proguia/cacoamo1/osciamortiguadas.GIF>
- maquinas eléctricas - Irving Kosow
- <http://autodesarrollo-electricidadpractica.blogspot.com/2011/07/motores-electricos.html>
- [http://platea.pntic.mec.es/~jgarrigo/SAP/archivos/1eva/introduccion\\_motores\\_ca.pdf](http://platea.pntic.mec.es/~jgarrigo/SAP/archivos/1eva/introduccion_motores_ca.pdf)





## 5. MÁQUINAS SÍNCRONAS

Se llama así porque trabaja a la velocidad de sincronismo, entendiéndose ésta, como la velocidad a la cual debe girar la máquina para obtener una determinada frecuencia eléctrica, en relación a su número de polos.

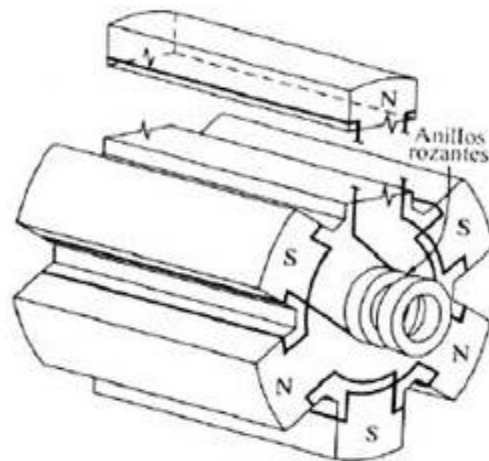
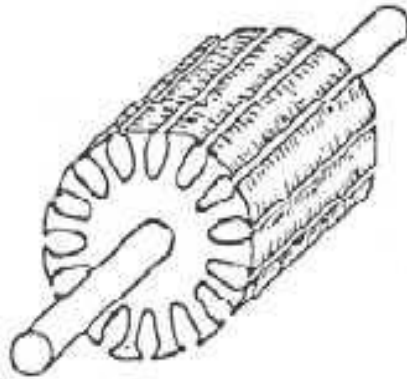
La máquina síncrona tiene dos partes básicas, así:

- La estructura del campo magnético que lleva un devanado excitado por corriente continua.
- La armadura, que tiene generalmente un devanado trifásico, en el que se genera la f.e.m. de corriente alterna, también conocido como estator (la mayoría de las veces).

Debido a su diseño, principio de funcionamiento y características, su aplicación más usual es como generador. Su uso como motor depende de la necesidad de una velocidad específicamente constante o un gran tamaño, aprovechándose la facilidad para corregir el factor potencia.

Dependiendo de la construcción del rotor, una máquina síncrona puede ser del tipo de rotor liso o cilíndrico o la máquina de polos salientes.

Las de rotor liso son máquinas de pocos números de polos (2 o 4), de alta velocidad, tal como los generadores de turbinas a vapor o turbogeneradores, que se utilizan en las centrales térmicas o similares.



Las máquinas de polos salientes son adecuadas para generadores de gran número de polos, de baja velocidad, que se utilizan en las centrales hidráulicas. Este rotor no requiere una resistencia mecánica muy grande, lo que permite que pueda ser laminado, de poca longitud, de gran diámetro, con devanados de tipo concentrado.

Por el contrario, las máquinas síncronas de polos lisos deben tener una gran resistencia mecánica que se consigue reduciendo el diámetro y aumentando la longitud. A su motor macizo se le debe practicar un tratamiento térmico adecuado, para reducir las pérdidas en el hierro. El devanado de campo es normalmente de tipo distribuido.

## 5.1 CLASIFICACIÓN DE LAS MAQUINAS SINCRONAS

Según el número de fases del inducido

- Monofásicas
- Polifásicas (generalmente trifásicas)

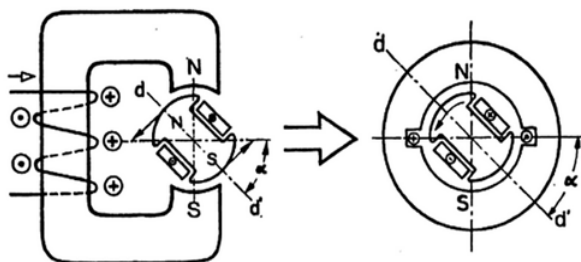
Por la construcción del rotor

- Máquinas de polos salientes
- Máquinas de rotor cilíndrico

Según el tipo de su sistema inductor.

- Heteropolares: El devanado del inducido es concatenado por flujos alternos (polaridades norte y sur)
- Homopolares: Las bobinas del inducido son concatenadas por un flujo cuya magnitud fluctúa entre un máximo y un mínimo pero con un mismo sentido de polaridad.

## 5.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO



Si se aplica corriente continua al devanado inductor (rotor) se produce un campo magnético, y si se hace girar el rotor con un par externo a la velocidad síncrona, se produce un campo magnético rotacional dentro de la máquina que concatena a las bobinas del estator. Este flujo total concatenado es una función periódica del ángulo  $\alpha$  (ver figura), que forma el eje de las

bobinas con el eje polar o directo del inductor. Si como origen de tiempos se considera el instante en que el eje de las bobinas coincide con el eje directo o del rotor, se tiene:

$\varphi = N\varphi_0 \cos\alpha = N\varphi_0 \cos \omega_1 t$  donde  $\varphi_0$  es el flujo generador en el inductor.

Como consecuencia de esta variación del flujo en el tiempo, se induce en la bobina una f.e.m. igual a:

$$e = \frac{d\varphi}{dt} = -N\varphi_0\omega_1 \text{sen}\omega_1 t = -E_0 \text{sen}\omega_1 t = E_0 \cos(\omega_1 t - \pi/2)$$

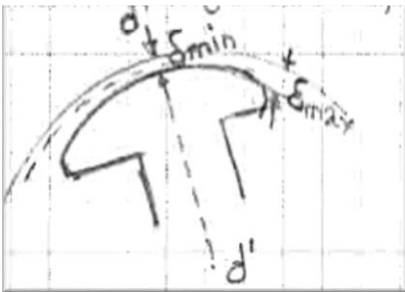
El valor eficaz como se sabe es:  $E = 4.44fN\varphi_p K_w$

La conexión del devanado inducido a un circuito de carga trifásica equilibrada origina la circulación por cada una de las fases, una corriente, que forma un sistema trifásico equilibrado. Este sistema trifásico determina en el entrehierro una f.m.m. ( $\mathcal{F}$ ) giratoria en el mismo sentido y una igual velocidad angular que el rotor.

Al girar esta  $\mathcal{F}$  a la misma velocidad que la  $\mathcal{F}$  generada por el inductor se podrán combinar y se obtiene el flujo giratorio resultante de la máquina  $\varphi_R$  que es distinto a la de la máquina en vacío. Este efecto del flujo producido por las corrientes del inducido sobre el flujo del inductor constituye el fenómeno conocido como **reacción de inducido**.

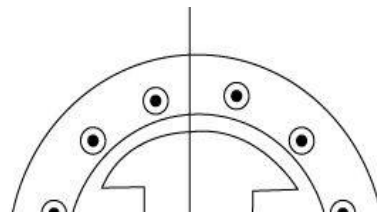
### 5.3 SISTEMA INDUCTOR

El sistema inductor está compuesto por el circuito magnético rotórico y el devanado inductor. Si la máquina es de polos salientes la fijación de los polos sobre el rotor debe ser sólida para soportar los esfuerzos provocados por las fuerzas centrífugas y las fuerzas magnéticas a que están sometidos.



En el diseño de las expansiones polares es importante conseguir que la onda de inducción a lo largo del entrehierro sea lo más senoidal posible para así reducir el contenido de los armónicos. Para este propósito se construye los polos como se muestra en la figura.

Otra particularidad de las máquinas de polos salientes son los devanados amortiguadores, constituidos por barras de cobre, algunas veces de bronce, alojadas en ranuras practicadas en las expresiones polares. Estas barras están cortocircuitadas entre sí, formando fracciones de devanado jaula de ardilla o una jaula de ardilla completa similar a la de los motores de inducción.



La función del devanado amortiguado es múltiple:

- El flujo creado por este devanado se opone a la presencia de todo campo excitado por el inducido que no gire en sincronismo con el inductor. En este sentido reduce la amplitud de los armónicos de la tensión debido a los armónicos de la corriente de inducido.
- Se opone a toda acción que pueda alterar el sincronismo entre la velocidad del rotor y la velocidad del campo. Introduce en consecuencia, un par que tiene por función amortiguar las oscilaciones pendulares que pueden presentarse en la marcha en paralelo de alternadores o en el funcionamiento como motor síncrono.
- Se opone, finalmente a toda variación brusca de amplitud del campo principal del inducido en los transitorios. En particular demora notablemente el establecimiento del campo de reacción del inducido desmagnetizante en los primeros instantes de producirse el corto-circuito.
- En los motores síncronos de polos salientes la misión no es la misma para generadores, si no que actúa como un arrollamiento de arranque igual que un motor de inducción.



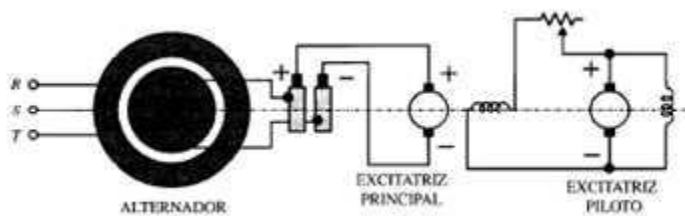
**Bobinas de polos salientes**



**Bobinas rotor cilíndrico**

#### 5.4 CORRIENTE DE EXCITACIÓN

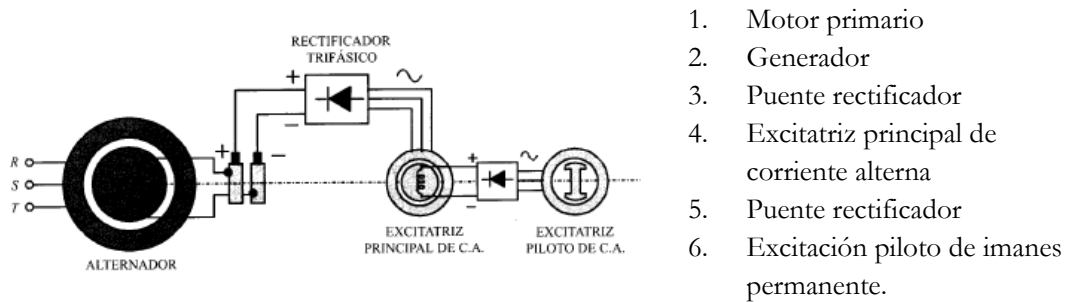
Hasta hace algunos años la corriente de excitación ( $I_f$ ) que requiere el inductor era proporcionada por una fuente de corriente continua, independiente del sistema.



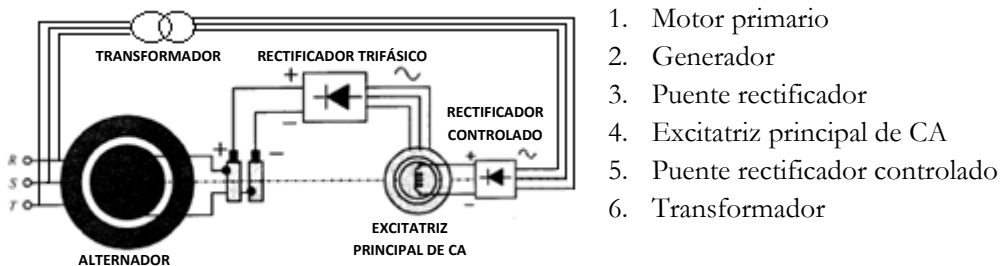
1. Motor primario (Par mecánico)
2. Generador
3. Excitatriz independiente principal
4. Excitatriz piloto autoexcitada.

La línea a trazos significa que el motor primario mueve todo el sistema.

El desarrollo de la electrónica de potencia ha logrado mejorar el sistema de excitación de las máquinas síncronas. Una primera solución ha sido sustituir el dinamo por un alternador de inducido móvil y un puente rectificador montado sobre el propio rotor eliminando así el uso de escobillas. Este sistema se denomina excitación sin escobillas.



Otra innovación de gran interés es la posibilidad de lograr la autoexcitación del alternador, una vez la máquina ha sido excitada por una fuente exterior de corriente continua.



## 5.5 FUNCIONAMIENTO EN VACÍO Y CARACTERÍSTICA DE VACÍO

La tensión generada en una máquina viene dada por:

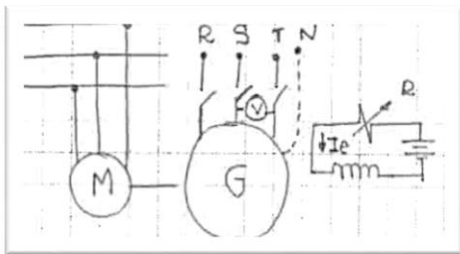
$$E = 4.44fNK_w\phi_p$$

Como la máquina síncrona gira a una velocidad constante, la frecuencia es constante y por lo tanto se tiene que  $4.44fNK_w$  es un término constante, quedando la expresión de la tensión inducida solo en función del flujo concatenado por el inducido. Cuando la máquina trabaja en vacío, este flujo viene determinado únicamente por el valor de la corriente de excitación, por lo tanto la f.e.m inducida en vacío,  $E_o$ , es una función de esta corriente de excitación  $I_e$ .

$$E_0 = f(I_e)$$

La representación gráfica de esta función define la característica de vacío de la máquina.

Esta característica de vacío se determina experimentalmente, haciendo girar la máquina mediante un motor auxiliar a la velocidad de sincronismo, y midiendo la tensión en bornes que corresponde a cada valor de corriente de excitación sin carga.



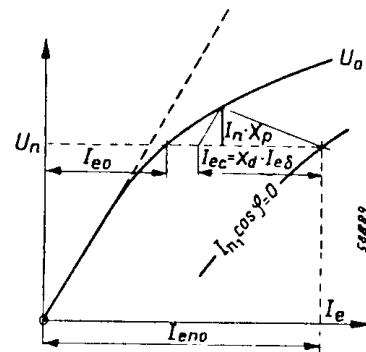
La curva se inicia a partir del origen de coordenadas (despreciando el efecto de histéresis), con una línea recta que corresponde a la proporcionalidad entre el flujo y la corriente de excitación, mientras el circuito magnético no se haya saturado. A medida que aumenta  $I_e$ , la línea empieza a curvarse (t de la curva de vacío) debido a la saturación del circuito magnético por el flujo que al curva tiende de nuevo a una recta en su valor máximo.

La prolongación de la parte rectilínea inicial de la característica de vacío, es conocida como característica del entrehierro, recta del entrehierro o recta convencional de vacío.

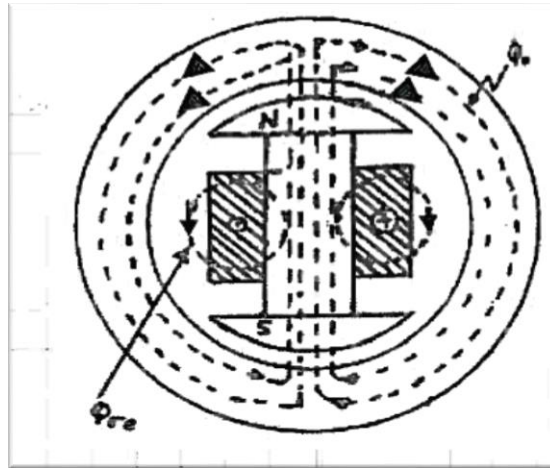
Determina la f.e.m. inducida en vacío  $E_0$ , se procede a encontrar la diferencia entre esta f.e.m y la tensión en los bornes, cuando la maquina funciona con carga, es decir, cuando por los devanados circulan corrientes. La diferencia entre estas tensiones se denomina **reacción de inducido**.

- **Flujos útiles y dispersión. Reactancia de dispersión:**

Cuando el generador funciona en vacío, la totalidad del flujo magnético es producido por el devanado inductor. No todas las líneas de inducción de este flujo concatenan el devanado del inducido, algunas salen del polo norte y vuelven al polo sur sin enlazar ninguna espira del inducido. A este flujo se le denomina **flujo de dispersión** del inductor,  $\varphi_{\sigma e}$  y al flujo que concatena al devanado del inducido se le denomina **flujo útil o común, o flujo principal**,  $\varphi_0$







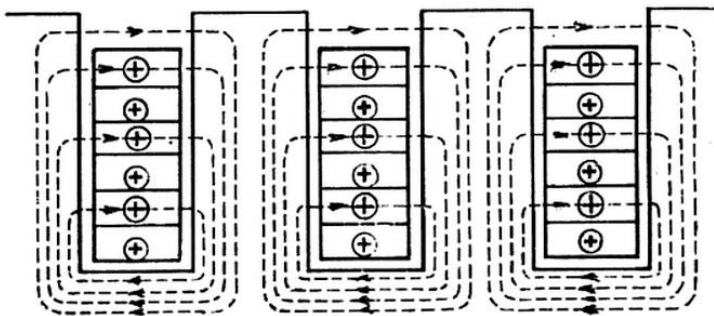
La relación entre el flujo total del inductor  $\varphi_e$  y el flujo útil,  $\varphi_0$ , se conoce con el nombre de coeficiente de dispersión total del inductor.

$$\sigma = \frac{\varphi_e}{\varphi_0} = \frac{\varphi_0 + \varphi_{\sigma e}}{\varphi_0} = 1 + \frac{\varphi_{\sigma e}}{\varphi_0}$$

En los rotores cilíndricos, aparte de la dispersión entre superficies polares, tiene lugar así mismo una dispersión del flujo inductor en las ranuras y en las cabezas de bobina del devanado inductor. El coeficiente de dispersión de estos rotores es levemente inferior al de polos salientes.

En vacío no hay flujo de dispersión del inducido, por no haber corrientes que circulen por este devanado. Cuando hay carga, por el devanado del inducido circulan corrientes, que crean la f.m.m principal y f.m.m cuyas líneas de inducción no alcanzan al inductor, solo concatenan al devanado inducido del estator, por cuya causa es llamado flujo **de dispersión del inducido**.

- **Flujo de dispersión de ranura:** Este flujo corresponde a las líneas de inducción que se cierran por las propias ranuras en que están alojadas los conductores.

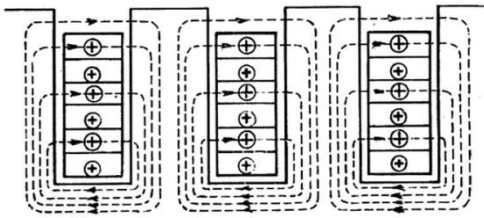


Una ranura excesivamente ancha causa irregularidades en la onda de inducción, por lo tanto una mayor amplitud de los armónicos de ranura. Este flujo además causa una desigual distribución de la corriente en los conductores alojados en la ranura y al efecto pelicular o

“skin”, el cual implica un aumento de la resistencia efectiva del devanado entre 1.1 a 1.4 veces la resistencia medida con corriente continua.

Despreciando la reluctancia del hierro frente a la del aire, el flujo de dispersión de ranura es proporcional a la corriente total que pasa por los conductores en la ranura; aumenta con la profundidad de esta y es inversamente proporcional al ancho de la ranura.

- **Flujo de dispersión de cabeza de diente:** Es el que es producido por la corriente que circula por los conductores del inducidos alojados en la ranuras,

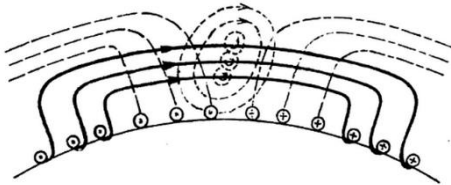


cierra sus líneas de inducción por fuera de la ranura.

La magnitud de este flujo depende de la reluctancia que hay en el trayecto de los dientes y en especial el aire.

En máquinas de polos salientes varía entre un máximo y un mínimo, según sea la posición de las ranuras respecto a las piezas polares.

- **Flujo de dispersión de cabeza bobina o frontal:** Es el producido en las partes frontales de las bobinas (extremos axiales), tal como se muestra en la figura.



Este flujo sigue un camino casi completamente por el aire. El valor de este flujo depende de las conexiones y tipo de arrollamiento.

- **Reacción de inducido de la maquina síncrona polifásica:** Una maquina síncrona trifásica funcionando como motor o como generador, conectada a una red trifásica equilibrada, dará lugar a que por el devanado de inducido circule un sistema trifásico de corrientes generando una  $\mathcal{F}_i$  (f.m.m.).

Esta onda aunque no sea senoidal, se puede considerar como una suma de ondas senoidales (series de Fourier), compuesta por la fundamental y las armónicas impares.

La amplitud de la onda fundamental  $\mathcal{F}_i$  en un sistema trifásico es igual a 1.5 veces la amplitud de la  $\mathcal{F}_a$  alternativa de una fase, así:

$$\mathcal{F}_i = \frac{3}{2} \mathcal{F}_a = \frac{3}{2} * 0.9 * K_w * \frac{N_s I}{P} = 1.35 K_w \frac{N_s I}{P} \left( A_v / P \right)$$

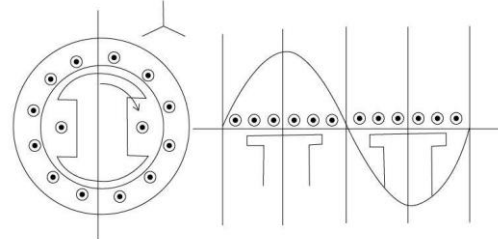
Donde:  $K_w$ : Factor de bobinado

$N_s$ : Espiras en serie por fase

$I$ : Corriente eficaz por espira

El eje de esta  $\mathcal{F}$  va coincidiendo en el espacio con el eje de la fase en aquel instante es recorrida por el valor máximo de la corriente, se supondrá una máquina trifásica de 2 polos con seis ranuras por polo.

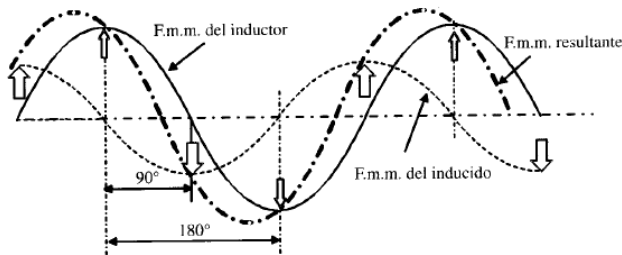
En vacío solo se produce la  $\mathcal{F}$  debida a la corriente por el inductor (excitación), por lo tanto la  $\mathcal{F}_e$  (onda resultante) será la misma onda fundamental  $\mathcal{F}_e$  y su valor máximo coincide con el eje polar  $dd'$ .



En el instante en que la posición del inductor coincida con el eje  $dd'$  los conductores de la f.e.m. máxima son los de la fase A.

Con carga la corriente de inducido tiene un ángulo  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ , incluyendo  $0^\circ$ .

- **Corriente en fase con  $E_o$  (carga resistiva):**



Con la corriente en fase con  $E_o$ ,  $\cos \theta = 0$ , se tiene una carga resistiva pura. La distribución de corrientes en el inducido será la misma que la de la f.e.m. la  $\mathcal{F}_i$  (reacción de inducido) está retrasada en  $\pi/2$  respecto de la  $\mathcal{F}_e$ .

Esta posición de la  $\mathcal{F}_i$  hace que la  $\mathcal{F}$  inductora se refuerce en la extremidad de salida de las piezas polares y se debilita en la entrada como se puede observar en la figura.

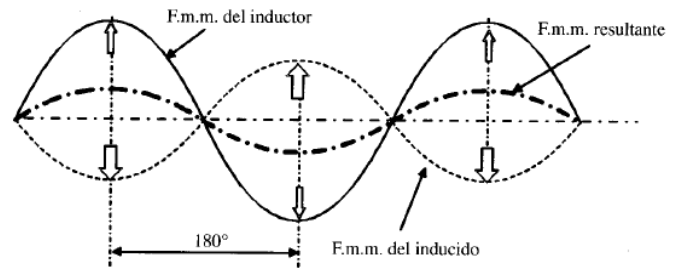
En la figura se tiene que:

1. Onda fundamental debida al inductor  $\mathcal{F}_e$
2. Onda fundamental de reacción de inducido  $\mathcal{F}_i$
3. Onda fundamental resultante  $\mathcal{F}_r$

- **Caso inductivo**

Al ser la carga puramente inductiva, la corriente está retrasada en  $\pi/2$  respecto a  $E_o$  y por consiguiente la  $F_i$  se opone totalmente a  $F_e$  obteniéndose una resta algebraica de flujos como se muestra en la figura.

1. Onda fundamental  $\mathcal{F}_e$
2. Onda fundamental  $\mathcal{F}_i$
3. Onda fundamental  $\mathcal{F}_r$



El efecto de  $\mathcal{F}_i$  es “desmagnetizante”, opuesto a  $\mathcal{F}_e$  y por consiguiente:

$$\mathcal{F}_r = \mathcal{F}_e - \mathcal{F}_i$$

- **Efecto capacitivo:** Si la carga es puramente capacitiva tendremos como resultados que la corriente esta adelantada  $\pi/2$  respecto a  $E_o$  y por lo tanto  $\mathcal{F}_i$  refuerza a  $\mathcal{F}_e$  como se muestra en la figura.

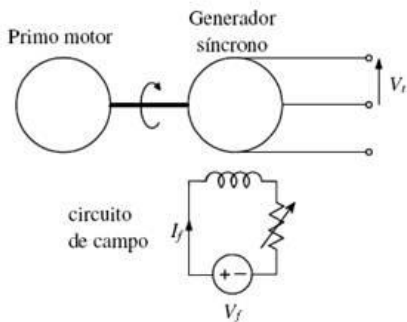
1. Onda fundamental  $\mathcal{F}_e$
2. Onda fundamental  $\mathcal{F}_i$
3. Onda fundamental  $\mathcal{F}_r$

La reacción de inducido es longitudinal pero “magnetizante”, es decir que los amperios vueltas de reacción de inducido actúan en el mismo sentido que el inductor.

Dado que la reacción de inducido la impone el sistema, es él quien toma la corriente de la maquina a un factor de potencia que también depende del sistema, lo que conlleva a concluir que es difícil tener una corriente de excitación a un solo valor y para mantener la tensión nominal constante en los bornes de la máquina, se debe variar a  $I_e$ , según la reacción de inducido que se presente.

## 5.6 CARACTERÍSTICA DEL CORTO CIRCUITO

La característica de cortocircuito es una prueba que se hace a la máquina, en donde los parámetros a medir son la corriente de inducido y la corriente de campo ( $I_a$  vs  $I_e$ ), con los terminales de la maquina en corto circuito y girando está a una velocidad constante.



Experimentalmente se determina esta característica haciendo girar la maquina a la velocidad síncrona. Se va aumentando gradualmente la corriente de excitación hasta que la corriente de inducido alcance un valor no mayor al 150 % de la corriente nominal.

Con estos datos se construye la gráfica de  $I_a$  vs  $I_e$  para diferentes valores de campo se toman las correspondientes valores de corriente de inducido.

La curva es lineal porque no hay saturación debido a que el flujo de reacción de inducido debilita el flujo principal.

El devanado de inducido en cortocircuito se puede considerar como una inductancia pura.

La corriente de corto circuito es independiente de la frecuencia angular “ $\omega$ ” y solo para frecuencias bajas es significativa.

$$I_{co-ci} = \frac{E_o}{\sqrt{R_a^2 + x^2}} \approx \frac{E_o}{X_d} = \frac{4.44 f N \phi_p K_w}{2\pi f L} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{N \phi_p K_w}{L}$$

Como se puede observar la  $I_{co-ci}$  es independiente de la frecuencia.

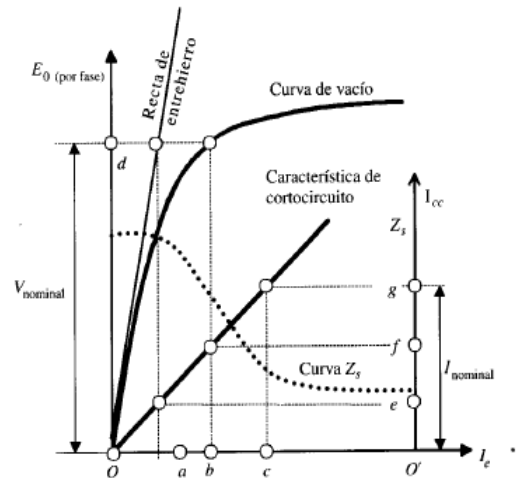
• **Relación de corto circuito (R.C.C.)**

Se define así la relación entre la corriente de excitación requerida para producir la tensión nominal en circuito nominal en corto circuito.

En la figura se muestra la curva de vacío y de corto circuito súper puestas. Según la definición anterior, se tiene:

$$R.C.C. = \frac{OF}{OF''} \quad (\text{No saturada})$$

$$R.C.C. = \frac{OF'}{OF''} \quad (\text{Saturada})$$



Una  $RCC < 1$  indica una reacción de inducido mayor, porque la reluctancia es pequeña (entrehierro). Esto hace a la maquina más sensible a las variaciones de carga y por tanto menos estable en régimen, generalmente a las variables de rotor cilíndrico presentan una R.C.C. de corto circuito cuyos valores oscilan entre  $0.5 < R.C.C. \leq 0.7$ .

Cuando la reluctancia es grande (entrehierro grande), la R.C.C. es mayor que la unidad. La máquina es menos sensible a las variaciones de carga, por tanto más estable. Las maquinas que representan estas características son las de polos salientes, teniendo RCC valores y límites entre 1 y 1.4.

Para excitaciones pequeñas la impedancia síncrona  $Z_s$  es constante, ya que la característica de vacío coincide con la recta del entrehierro y da lugar a la denominación **impedancia síncrona no saturada**, cuyo valor será:

$$Z_s(\text{no saturada}) = \frac{OV}{DF}$$

El comportamiento de la máquina en condiciones normales de funcionamiento, la impedancia síncrona difiere enormemente de este valor, por eso se acostumbra a tomar la **impedancia síncrona saturada** (o ajustada), que consiste en partir de la tensión nominal  $OV$  que corresponde a una corriente de excitación  $OF'$ , que produciría una corriente de inducido  $OE$ , así:

$$Z_s(\text{saturada}) = \frac{OV}{DF}$$

Ahora si tomamos como impedancia base a  $V_n/I_n$ , se tiene que:

$$OV = VN$$

$$Z(s)_{p.u.} = \frac{Z_s}{Z_D} = \frac{V_n/EF'}{V_n/I_n} = \frac{I_n}{EF'}$$

Por relación de triangulo

$$\frac{I_n}{OF'} = \frac{EF'}{OF'} \rightarrow \frac{I_n}{EF'} = \frac{OF''}{OF'} = \frac{1}{RCC}$$

$$Z(s)_{p.u.} = \frac{1}{RCC}$$

## 5.7 CURVAS DEL GENERADOR SÍNCRONO

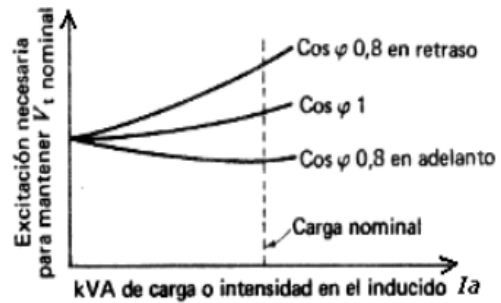
Las características de la maquina síncrona pueden presentarse en forma gráfica permitiendo la comprensión de las relaciones existentes entre los parámetros bajo observación.

Las curvas muestran las diferentes relaciones entre la tensión en bornes, la corriente de inducido, la corriente de excitación, factor de potencia y rendimiento.

- **Característica de regulación**

Esta grafica se realiza a frecuencia y tensión nominal constante en un generador síncrona suministrando potencia a una carga receptora cuyo factor de potencia sea contante.

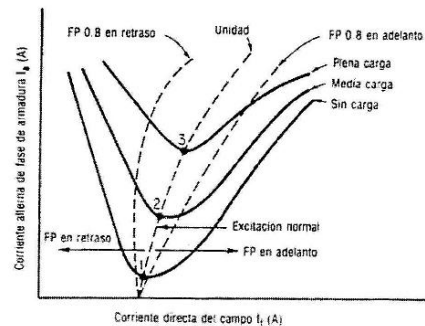
La curva muestra la corriente de excitación ( $I_e$ ) necesaria para mantener la tensión nominal en bornes al varias la carga con factor de potencia constante. La grafica muestra tres curvas características de  $I_e$  vs  $I_a$  para distintos valores de factor de potencia.



- **Curva en V del motor síncrono**

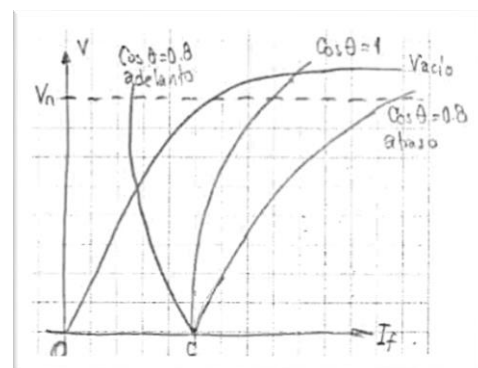
La característica  $I_a$  Vs  $I_e$ , con la tensión y la frecuencia de la red constante, para la maquina trabajando como motor. Al ajustarse la excitación puede regularse el factor potencia al cual trabaja el motor y por lo tanto la corriente en el estator manteniendo constante la tensión en bornes y la carga en el eje de la máquina.

La figura muestra la curva en V de un motor síncrono. Para una potencia en el inducido se da cuando el factor de potencia es uno y aumenta cuando éste disminuye. Las líneas a trazos son curvas de regulación del motor. La curva para factor de potencia igual a 1, divide la gráfica en 2 regiones, la región más alejada del eje de las ordenadas (y) corresponde a factores de potencia en adelanto y la otra región a factores de potencia en atraso.



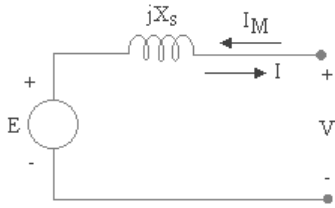
- **Curvas de carga del generador síncrono**

Estas curvas representan la tensión en bornes en función de la corriente de excitación, a una velocidad contante, corriente de inducido ( $I_a$ ) y factor de potencia constantes. En la figura se muestra esta curva para un generador síncrono, donde  $\overline{OC}$  es la  $\mathcal{F}$  que necesita la máquina para obtener la tensión nominal en terminales. Se grafica la curva de vacío para obtener el punto que nos da la tensión nominal. La curva para factor de potencia igual a 1, divide la gráfica en 2 regiones, para factores de potencia en atraso corresponde a la región más alejada del eje de las ordenadas y para factores de potencia en adelanto corresponde la otra región.



### 5.8 CIRCUITO EQUIVALENTE Y DIAGRAMA FASORIAL DEL GENERADOR DE ROTOR CILINDRICO

El generador síncrono se considera como una fuente practica de tensión, cuya impedancia interna es la resistencia de inducido y la reactancia síncrona,  $X_d$ . La tensión ideal (f.e.m.) es la tensión generada.

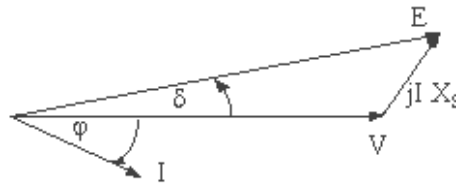


La reactancia síncrona,  $X_d$ , incluye la reactancia de dispersión  $X_\sigma$  la reacción de inducido  $X_a$ , es decir:

$$X_d = X_\sigma + X_a$$

En caso de no considerarse la reacción de inducido,  $X_d$  es la reactancia de dispersión y E es la tensión en el entrehierro. El valor de  $R_a$  es muy pequeño comparado con  $X_d$ , por eso en la mayoría de los casos se desprecia.

El diagrama fasorial correspondiente se muestra en la figura, para un factor de potencia en atraso.



- Potencia en la máquina de rotor cilíndrico**

La potencia de la maquina síncrona, se puede analizar tomando del circuito equivalente su diagrama fasorial.

La potencia por fase, está dada por:

$$P = V I \cos\theta$$

$$FD = I_a Z \sin(90 - (\theta + \alpha)) = E \sin\delta$$

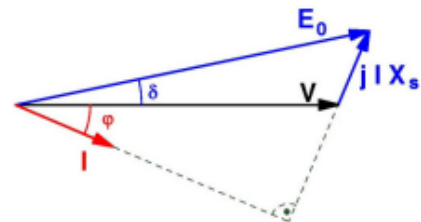
$$FD = I_a Z [\sin 90 \cos(\theta + \alpha) - \cos 90 \sin(\theta + \alpha)]$$

$$FD = I_a Z \cos(\theta + \alpha)$$

$$FD = Z I_a (\cos\theta \cos\alpha - \theta \sin\theta \sin\alpha)$$

$$Z_a = \sqrt{R_a^2 + X_d^2} \quad \wedge \quad \tan\alpha = \frac{R_a I_a}{X_d I_a} = \frac{R_a}{X_d}$$

Si  $R_a \ll X_d \longrightarrow Z \approx X_d \wedge \tan\alpha = 0$  por lo tanto  $\alpha = 0^\circ$





Por consiguiente:

$$FD = X_d I_a \cos \theta = E \operatorname{sen} \delta$$

$$I_a \cos \theta = \frac{E}{X_d} \operatorname{sen} \delta$$

Así se tiene entonces que:  $P = \frac{VE}{X_d} \operatorname{sen} \delta$  (por fase)

Dónde:

$\delta$ : Ángulo del par

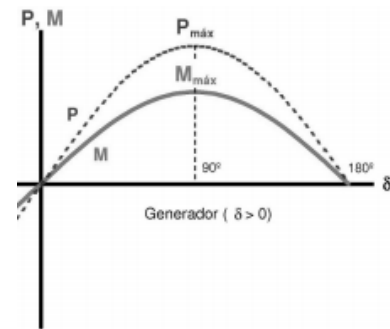
$X_d$ : Reactancia síncrona

$E$ : Tensión de fase generada por el campo resultante

$V$ : Tensión de fase en los bornes

Al hacer un análisis gráfico de esta expresión se observa que la potencia depende del ángulo del par.

La máxima potencia está dada en  $\frac{VE}{X_d}$  cuando  $\delta = 90^\circ$



- **Potencia reactiva**

$$Q = VI \operatorname{Sen} \theta$$

$$\operatorname{Cos} \delta = \frac{V + I_a Z \operatorname{Cos} (90 - (\theta + \alpha))}{E} \rightarrow E \operatorname{Cos} \delta = V + I_a \operatorname{Cos} (90 - (\theta + \alpha))$$

Haciendo la misma apreciación anterior  $Z_a \approx X_d$  por lo tanto  $\alpha = 0$

$$E \operatorname{Cos} \delta = V + X_d I_a \operatorname{Sen} \theta$$

$$I_a \operatorname{Sen} \theta = \frac{E \operatorname{Cos} \delta - V}{X_d}$$

Remplazando en la ecuación se tiene:

$$Q = V \frac{E \operatorname{Cos} \delta - V}{X_d} = \frac{VE}{X_d} \operatorname{Cos} \delta - \frac{V^2}{X_d}$$

De las expresiones de potencia activa y reactiva se puede concluir:

- El control de la potencia activa se realiza mediante el par mecánico en el eje de la máquina.
- El control de la potencia reactiva se realiza por medio de la corriente de excitación ( $I_e$ ).

### 5.9 MÉTODOS PARA CALCULAR LA REGULACIÓN

Para calcular la regulación en las maquinas síncronas se utiliza varios métodos, unos más apropiados que otros y varían si la maquina es de rotor cilíndrico o si es de polos salientes.

- **Método de las f.e.m.s. o de la reactancia síncrona:**

Básicamente consiste en usar el diagrama fasorial, se considera despreciable el efecto de la saturación, la reactancia de dispersión constante, entrehierro constante, caída por reactancia de dispersión proporcional a la corriente y que  $E_o$  se genera cuando la maquina tiene carga con el se considera el efecto de la reacción de limadura por separado.

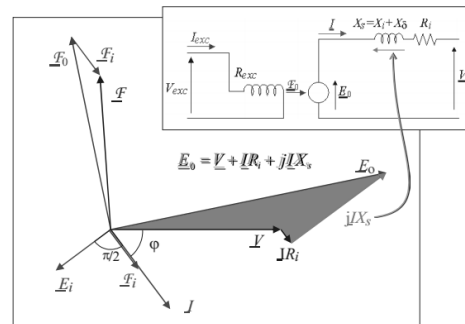
$$|E_o| = \sqrt{OA^2 + AL}$$

$$\overline{OA} = \overline{OC} + \overline{CA} = V \cos \theta + RaI_a$$

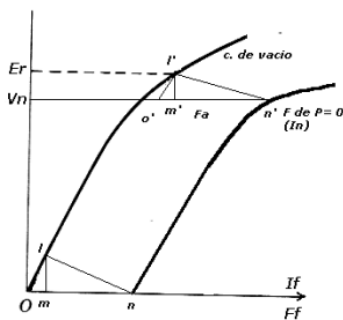
$$AB = AD + DB = V \sin \theta + X_d I_a$$

$$|E_o| = \sqrt{(V \cos \theta + RaI_a)^2 + (V \sin \theta + X_d I_a)^2}$$

$$E\% = \frac{E_o - V}{V} \times 100\%$$



- **Método del triángulo de Potier**



En este método se tiene en cuenta el efecto de la saturación. El triángulo de Potier se determina mediante la característica de vacío y de carga con factor de potencia a cero en atraso. Cuando no es posible determinar esta última, utiliza la característica de corto circuito.

$O_m$ :  $I_e$  para contrarrestar caída por impedancia.

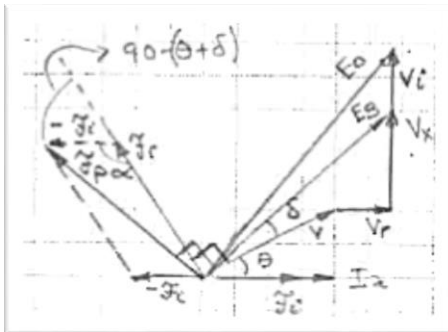
$M_n$ :  $I_e$  (F) para contrarrestar la reacción de inducido.

$L_{mn}$ : triángulo de potier

Para  $R_a \ll X_r$ , entonces  $X_r = \frac{l_m}{l_a}$

**Pasos para determinar la regulación:**

1. Se dibuja la característica de vacío,
2. Se traza la característica con carga, factor de potencia cero en atraso.
3. Se determina  $\overline{On}$  con la característica de carga o con la característica de corto.
4. Se dibuja el triángulo de portier de tal forma que  $\overline{DK} = \overline{On}$
5. Se determina el punto l, trazando una paralela a la línea de entrehierro (por el punto k) hasta encontrar la curva de vacío.
6. Se traza una perpendicular desde l hasta encontrar el valor de la tensión nominal, hallándose de esta forma el punto "m" ( $mD=Fi$  en términos de  $I_e$ ).
7. Se calcula  $X_r = lm / I_a$
8. Con el diagrama fasorial se calcula  $E_g$
9. Con el valor de  $E_g$  en la característica de vacío se calcula la  $F_e$  en términos de  $I_e$
10. Con la  $F_r$  y la  $F_i$  se calcula  $F_{principal}$  en términos de  $I_e$
11. Con la  $F_r$ , se encuentra en la característica de vacío  $E_o$
12. Con  $E_o$  se halla la regulación



Del diagrama fasorial se tiene:

$$F_r = \overline{F_p} + \overline{F_i} \text{ es decir: } F_p = F_r - F_i$$

Por la ley de cosenos se tiene:

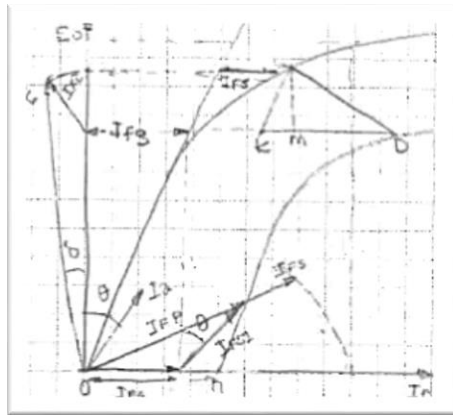
$$F_p = \sqrt{F_i^2 + F_r^2 - 2 F_i F_r \cos \alpha}$$

$$\text{Donde } \alpha = 90 + (\theta + \delta); \cos \alpha = \text{Sen } (\theta + \delta)$$

- **Método de la norma americana (AIEE)**

Este método se diferencia del de potier en que consistía el efecto de la saturación por separado. Los pasos son:

1. A partir de la característica de vacío y de carga (cortocircuito) se determina el triángulo de Potier.
2. Con el diagrama fasorial se determinara  $E_g$ .
3. Con  $E_g$  en la característica de vacío se determina  $I_{fs}$ .  $I_{fs}$  es la diferencia de corriente de excitación en la línea de entrehierro y la característica de vacío para el valor de  $E_g$ .  $I_{fs}$  representa el efecto de la saturación.
4. Con el valor de  $V_n$  (tensión nominal) se determina  $I_{fg}$  que corresponde al valor de la corriente de excitación sin tener en cuenta la saturación.
5. Se traslada  $I_{fg}$  al eje de las abscisas.
6. Se traza  $I_{FSI}$  es la corriente de inducido,  $I_s I_{FSI}$  es la corriente de excitación necesaria para producir  $I_n$  en condiciones de corto-circuito.
7. Se determina  $I_{fp} = I_{fg} + I_{FSI}$
8. Se determina  $\overline{I_{ft}} = I_{fp} + I_{fs}$  (suma aritmética).  $\overline{I_{ft}}$  es la corriente de excitación que determinara  $E_o$ .
9. Se encuentra  $E_o$  de la característica de vacío.



$$\overline{I_{ft}} = \overline{I_{fp}} + \overline{I_{fs}}$$

$$I_{FT} = \sqrt{I_{fg}^2 + I_{fsg}^2 - 2 I_{fg} I_{fsg} \cos(90 - \theta)} + I_{fs}$$

$$I_{ft} = \sqrt{I_{fg}^2 + I_{fsg}^2 + 2 I_{fsg} \sin \theta} + I_{fs}$$

### 5.10 GENERADOR DE ROTOR CILÍNDRICO CONECTADO A UNA BARRA INFINITA

**Barra infinita:** se dice a todo sistema lo suficientemente grande, que puede absorber o general toda la potencia de la máquina, sin que el sistema sufra variaciones.

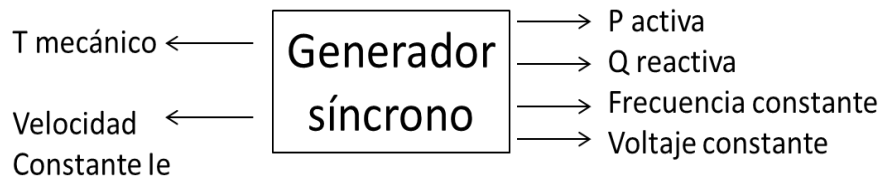
La impedancia que ve el generador en este caso es igual a cero. La frecuencia y la tensión del sistema se consideran inalterable (constante en sus valores nominales).

- **Condiciones para conectar un generador a la barra infinita**

Las condiciones que el generador debe tener respecto del sistema infinito son:

1. Igual valor eficaz de tensión
2. Igual frecuencia
3. Misma secuencia de fase
4. Igual fase (instante de sincronismo)

Dado que el voltaje y la frecuencia de la barra infinita son constante, no se tiene control sobre ellas con el generador, lo que significa que al variar el par se varía la potencia activa permaneciendo constante la potencia reactiva. De la misma forma al variar la excitación varia solo la potencia reactiva.



### 5.11 MÁQUINA DE POLOS SALIENTES – TEORÍA DE LAS DOS REACCIONES

En estas máquinas el efecto de la F de reacción de inducido ( $f_i$ ) es diferente al efecto producido en la máquina de rotor cilíndrico. La diferencia se debe a que el entrehierro no es constante, si no que varía entre un valor mínimo en la cara del polo a un valor máximo en la cavidad situada entre dos polos, lo cual da lugar a considerar este efecto como la presencia de dos reactancias.

$$X_d = X_r + X_{ad}$$

$$X_q = X_r + X_{aq}$$

$X_d$ : Reactancia síncrona de eje directo

$X_q$ : Reactancia síncrona de eje en cuadratura

$X_{ad}$ : Reactancia de reacción de inducido en el eje directo

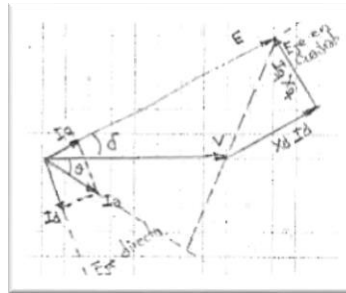
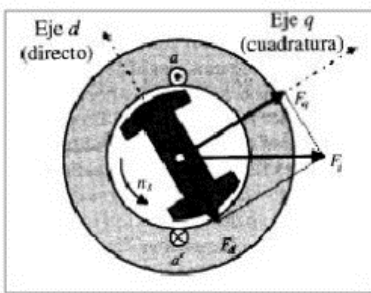
$X_r$ : Reactancia de dispersión.

La reacción de inducido se descompone en dos componentes a  $90^\circ$ , dando a dos ejes, el directo y el de cuadratura. Los amperios de eje directo siempre ven la misma reluctancia, diferente a la que ve el eje en cuadratura.

Como la maquina tiene distintas impedancias en cada uno de los ejes, no es factible trabajar con un circuito equivalente para este tipo de máquinas, por lo que es necesario recurrir al diagrama fasorial.

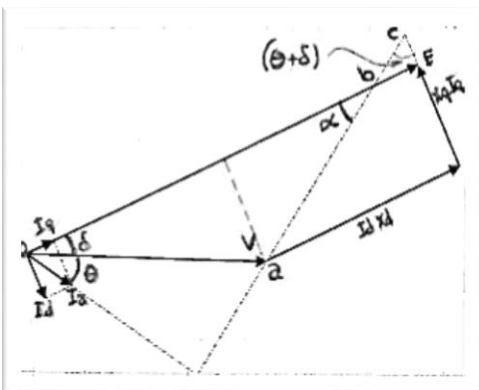
La corriente de eje directo está en fase el flujo de campo, como el flujo adelanta  $90^\circ$  a la tensión, la corriente de eje directo estará en adelanto  $90^\circ$ .

La corriente de eje en cuadratura está a  $90^\circ$  con respecto a la corriente en eje directo.



$$\bar{I}_a = \bar{I}_d + \bar{I}_q$$

$$\bar{E} = \bar{V} + jX_d \bar{I}_d + jX_q \bar{I}_q \text{ (despreciando } R_a)$$



En la mayoría de los casos no se conoce  $I_d$  ni  $I_q$ , por lo que es necesario encontrar una expresión en función de  $I_a$ .

$$\bar{a}\bar{b} = \frac{X_q I_a}{\cos(\theta + \delta)} \text{ pero } I_q = I_a \cos(\theta + \delta)$$

$$\bar{a}\bar{b} = X_q I_a$$

$$\bar{a}\bar{c} = \frac{X_d I_a}{\sin(\theta + \delta)} \text{ pero } I_d = I_a \sin(\theta + \delta)$$

$$\bar{a}\bar{c} = X_d I_a$$



$$P = \frac{VE}{X_d} \text{Sen}\delta + \frac{V^2 \text{Sen}\delta}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right)$$

Se deduce que la potencia es la suma de dos términos, el primero es igual al que se halló en rotor cilíndrico y el segundo término se conoce como la potencia de reluctancia y se debe a la variación de la resistencia por la variación de los polos. El valor máximo de la potencia se da cuando  $\delta$  esta entre 45 y 90°.

Para el cálculo de la potencia reactiva se procede de forma similar:

$$Q = VI_a \text{Sen}\theta$$

$$I_2 \text{Sen}\theta = I_d \text{Cos}\delta - I_q \text{Sen}\delta$$

$$Q = VI_a \text{Cos}\delta - V I_q \text{Sen}\delta$$

Utilizando las expresiones obtenidas anteriormente se tiene:

$$Q = V \frac{E - V \text{Cos}\delta}{X_d} \text{Cos}\delta - V \frac{V \text{Sen}\delta}{X_d} \text{Sen}\delta$$

$$Q = \frac{VE}{X_d} \text{Cos}\delta - V^2 \left( \frac{\text{Cos}^2\delta}{X_d} + \frac{\text{Sen}^2\delta}{X_d} \right)$$

### 5.13 TRANSITORIOS MECÁNICOS DE LA MAQUINA SÍNCRONA

La ecuación que describe el comportamiento transitorio de la maquina síncrona está dada por:

$$J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + b \frac{d\theta_m}{dt} + T_e = T_m$$

Dónde:

J: momento de inercia del sistema rotatorio

b: coeficiente de fricción, incluyendo la amortización eléctrica.

T<sub>m</sub>: par mecánico

T<sub>e</sub>: par electromagnético

Un cambio pequeño en el T<sub>e</sub>,  $\Delta T_e$ , debido a un disturbio alterándose  $\theta_m$  y permaneciendo el par mecánico constante.

$$T_e = \frac{p}{w} = \frac{EV}{wX_d} \text{Sen}\delta ; T_e + \Delta T_e = K_e \text{sen}(\delta + \Delta\delta)$$

$$K_e = \frac{EN}{wX_d} W \text{ es constante, dado que la frecuencia es constante}$$

$$T_e + \Delta T_e = K_e (\text{Sen}\delta \text{Cos}\Delta\delta + \text{Cos}\delta \text{Sen}\Delta\delta)$$



Cuando  $\Delta\delta$  es pequeño se toma  $\text{Cos}\Delta\delta = 1$  y  $\text{Sen}\Delta\delta \approx \Delta\delta$

Por lo tanto:

$$T_e + \Delta T_e = K_e \text{Sen}\delta + K_e \text{Cos}\delta \Delta\delta$$

$$\Delta T_e = K_e \text{Cos}\delta \Delta\delta ; \Delta T_e = C \Delta\delta$$

$\Delta T_e$ : Es el par sincronizante

La ecuación del transitorio de la maquina queda:

$$J \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + b \frac{d}{dt} (\Delta\delta) + C \Delta\delta = 0$$

Esta ecuación corresponde a una ecuación diferencial lineal de segundo orden:

$$W_n: \text{Frecuencia natural de oscilación}; W_n = \sqrt{C/J}; 1.25 < W_n < 12.5$$

$$E: \text{Coeficiente de amortiguamiento}; E = \frac{b}{2\sqrt{CJ}}; E = 0.2$$

## 5.14 RELACIÓN ENTRE VELOCIDAD Y POTENCIA EN LA MAQUINA SÍNCRONA

Si la maquina gira a velocidad constante, se tiene las siguientes condiciones:

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m \text{ y } \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = 0$$

La ecuación del movimiento se reduce a:

$$bW_m = T_m - T_e$$

$$bW_m^2 = P_{mec} - P_{elec}$$

De estas ecuaciones se observa que es una recta, de tal manera que si para un par mecánico constante se disminuye la frecuencia, la potencia que entrega la maquina aumenta, en la misma medida que lo hace el par eléctrico y que lo demande la carga.

Es un sistema infinito lo que se busca es que el sistema tenga una frecuencia constante, luego la potencia es independiente de la frecuencia.

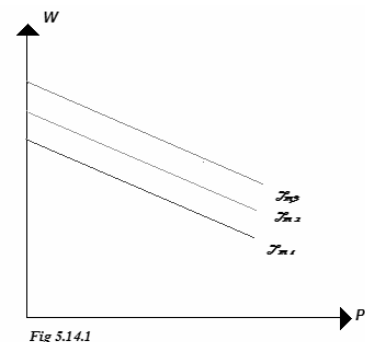


Fig 5.14.1

En términos generales todas las máquinas que suministren la potencia mecánica al generador tienden a comportarse de manera similar: “Cuando la potencia tomada de ellos se incrementa, decrece la velocidad a la cual giran. Por lo general esta disminución de velocidad no es lineal, es usual alguna forma de mecanismo gobernador para hacer la lineal con el incremento de la potencia demandada.

La caída de velocidad de un motor primario se define por la ecuación:

$$SD = \frac{n_{n1} \cdot n_N}{n_N} * 100\%$$

Donde:

$n_{n1}$ : Velocidad del motor primario en vacío

$n_N$ : Velocidad a plena carga

De la expresión anterior y del gráfico se puede concluir.

$$P = s_p(f_o - f_{sist})$$

Donde

P: potencia de salida del generador

$f_o$ : Frecuencia del generador en vacío

$f_{sist}$ : Frecuencia de operación del sistema

$s_p$ : Pendiente de la curva en KW/Hz o MW/Hz

Se puede deducir una relación similar para la potencia reactiva Q y el voltaje en las terminales  $V_T$ . Como se sabe, cuando se agrega una carga en atraso a un generador síncrono, cae el voltaje en los terminales. Es posible elaborar un gráfico del voltaje en los terminales en función de la potencia reactiva, aunque esta característica no es estrictamente línea, hoy en día existen muchos reguladores de voltaje que la vuelven lineal. La curva característica puede desplazarse hacia arriba o hacia abajo cambiando el punto de ajuste del voltaje. Como en el caso de característica frecuencia potencia, esta curva juega un papel importante en la operación de los generadores sincrónicos en paralelo.

Es importante tener presente que cuando está operando un solo generador, la potencia real P y la potencia Q suministradas por el generador serán la cantidad demandada por la carga conectada al generador, por lo tanto estas potencias no pueden ser controladas por los controles del generador. Esto significa que para una potencia real dada, los puntos de ajuste del gobernador controlen la frecuencia del sistema y que para cada potencia reactiva dada, la corriente de campo controla el voltaje en los terminales del generador  $V_T$ .

## 5.14 GENERADORES SINCRONOS EN PARALELO

En la práctica es muy raro que solo un generador suministre su propia carga, independiente de otros generadores.

¿Por qué operan los generadores en paralelo?

Existen varias razones que justifican tal conexión:

- Varios generadores pueden suministrar más carga que una sola máquina
- Al tener muchos generadores se incrementa la confiabilidad del sistema puesto que la falla de uno cualquiera de ellos no causa la pérdida de la totalidad de la carga.
- Al tener muchos generadores trabajando en paralelo es posible retirar uno o varios de ellos para efectuar mantenimiento preventivo.
- Si se utiliza un solo generador y este no se encuentra operando cerca de plena carga, será relativamente ineficiente. Sin embargo al emplear varias máquinas pequeñas es posible operar solo una fracción de ellas. Las que operan lo hacen cerca de la plena carga, haciendo más eficiente el sistema.

### ***Condiciones de puesta en paralelo***

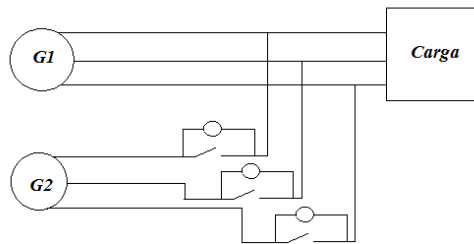
Para llevar a cabo la conexión en paralelo de dos o más generadores, deben cumplir las siguientes condiciones:

- a. Los voltajes RMS de línea de los dos generadores deben ser iguales.
- b. Los dos generadores deben tener la misma secuencia de fase.
- c. Los ángulos de fase de la fase “a” de cada generador deben ser iguales.
- d. La frecuencia del nuevo generador, llamado en “aproximación”, debe ser ligeramente mayor que la frecuencia del sistema en operación.

### ***Procedimiento para poner generadores en paralelo***

1. Ajustar la corriente de excitación del generador entrante hasta que el voltaje en los terminales de este sea igual al voltaje de línea del sistema que se encuentra funcionando.
2. Comparar la secuencia de fases del generador entrante con la secuencia de fase del sistema en funcionamiento. Esto puede realizarse de varias formas.
  - Conectar alternadamente un pequeño motor de inducción a los terminales de cada uno de los generadores. Si el motor gira en la misma dirección en ambas conexiones, la secuencia de fases es igual para los dos generadores; si gira en sentido contrario la secuencia de fase difiere y debe invertirse dos de los conductores del generador entrante.

- Utilizar el método de las tres lámparas. Se conectan 3 lámparas a través de los terminales abiertos del interruptor que conecta al generador entrante al sistema. Como la fase cambia entre los dos sistemas, las lámparas lucirán primero brillantes (gran diferencia de fase) y luego se oscurecerán al mismo tiempo, entonces los sistemas tienen la misma secuencia de fases; si las lámparas brillan alternativamente, los sistemas tienen secuencia de fase opuestas y debe invertirse una de ellas.



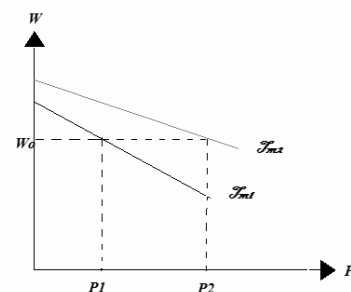
3. Ajustar la frecuencia del generador entrante ligeramente por encima que la del sistema en funcionamiento. Esto se lleva a cabo observando el frecuencímetro hasta que las frecuencias estén muy cercanas y luego se observan los cambios de fase entre los dos sistemas. La frecuencia del generador entrante debe ser ligeramente superior, tal que cuando se conecta se incorpore a la red suministrando potencia como generador en lugar de consumirla como motor.
4. Acoplar las dos máquinas cuando estén en fase (sincronismo). Una forma sencilla de saber cuándo la diferencia de fase es nula o muy pequeña, es observar cuando se apagan las tres lámparas simultáneamente, en este momento la diferencia de voltajes a través de ellas es cero y los sistemas están en fase. Un método más preciso es utilizar un sincroscopio, el cual mide la diferencia de ángulo de fase entre las fases “a” de los dos generadores.

### ***Distribución de cargas***

En los generadores síncronos la distribución de potencia está determinada por las características velocidad – carga de la máquina motrices.

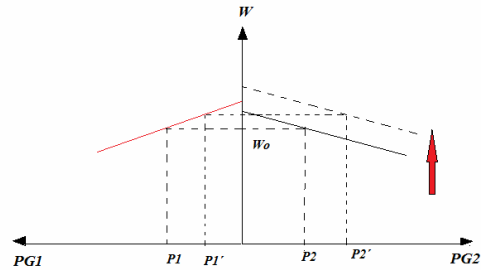
En la figura se muestran las características velocidad de cada uno de los generadores.

Como ambas máquinas trabajan a la misma frecuencia  $W_0$ , le entregan al sistema  $P_1 + P_2$ .



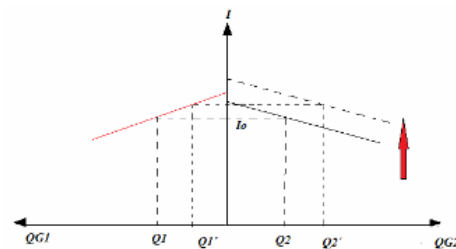
Si la carga eléctrica permanece constante y el par de una de las dos máquinas, entonces la frecuencia se sube, la del par constante entrega ahora menos potencia y la otra entrega mucho más. Se encuentra un punto tal que la reducción de potencia en una maquina se compensa con un aumento en la otra conservándose constante la cantidad  $P_1 + P_2$ .

Se acostumbra a usar la característica anterior, pero colocando el eje de la frecuencia común para las dos máquinas. La potencia de cada máquina se colocan encontradas, de tal manera que se construye el conocido **diagrama de casa**



Ahora si se aumenta la corriente de excitación de uno de los generadores, se incrementa el voltaje en los terminales de los sistemas y se incrementa en los terminales del sistema y se incrementa la potencia reactiva  $Q$  suministrada por ese generador, mientras disminuye la potencia reactiva suministrada por el otro generador.

Si se conocen las pendientes y las frecuencias de vacío de las curvas de caída de velocidad del generador (frecuencia-potencia), las potencias suministradas por cada generador y frecuencia resultante del sistema se pueden determinar cuantitativamente.



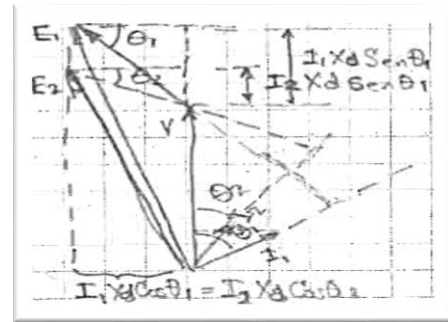
En resumen, en el caso de dos generadores que operan en paralelo:

1. El sistema está restringido porque la potencia total suministrada conjuntamente por dos generadores debe ser igual a la potencia consumida por la carga. Ni la frecuencia del sistema, ni el voltaje en los terminales están forzados a permanecer constante.
2. Para ajustar la distribución de potencia real entre los generadores sin cambiar la frecuencia del sistema se debe incrementar el par mecánico de uno de los generadores mientras se disminuye el del otro generador. El generador en el cual fue aumentando el par, suministrara más potencia que el otro.
3. Para ajustar la frecuencia del sistema sin cambiar la distribución de potencia activa, se debe aumentar o disminuir simultáneamente los pares mecánicos en ambos generadores.
4. Para ajustar la distribución de potencia reactiva entre los generadores sin cambiar el voltaje en los terminales, se aumenta la corriente de excitación de uno de los generadores mientras se disminuye la corriente de excitación del otro. La máquina cuya corriente de excitación fue aumentada suministrara más potencia reactiva.

- Para ajustar la tensión en los terminales sin cambiar la distribución de potencia reactiva, simultáneamente se aumentan o se disminuyen de excitación de los dos generadores.

En la figura se muestra el diagrama fasorial para un generadora síncrono de rotor cilíndrico que suministra potencia a una carga con factor de potencia en atraso.

Cuando el campo se aumenta en la condición 1, aumentando los reactivos siempre que permanezca constante la potencia activa o sea el factor de potencia se desmejora. En la condición 2, la maquina genera menos reactiva porque el campo disminuye. Luego el factor de potencia se mejora generando la misma potencia activa.



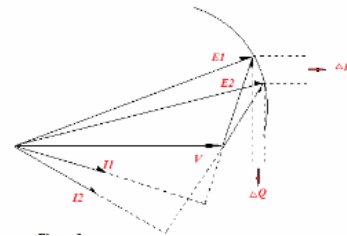
De la gráfica podemos deducir que  $I X_d \cos \theta$  es una medida de potencia activa a otra escala.

$$P = P = V I \cos \theta \text{ donde } V \text{ es constante}$$

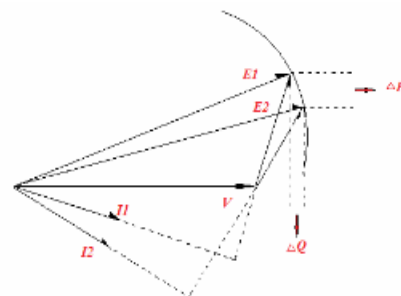
$I \cos \theta$ ; componente de la corriente en fase con la tensión

$$P = K I \cos \theta$$

El lugar geométrico de la F.e.m constante (corriente de excitación) es un semicírculo, como se observa en la figura. La corriente en este caso está en atraso. Un aumento del par o potencia implica que se modifiquen tanto activos como reactivos.



Un generador puede consumir reactivos si su excitación es insuficiente, es decir, si se encuentra sub excitado. Este caso se muestra en la figura. En esta condición el factor de potencia está en adelanto.



### 5.15 MAQUINAS SCINCRONAS COMO MOTOR

La figura muestra un motor síncrono con dos polos. La corriente de excitación  $I_e$ , del motor produce un campo magnético estacionario  $I_e$ , del motor produce un campo magnético estacionario  $B_R$ . al aplicar voltaje trifásico al estator de la maquina se produce un flujo de corriente trifásica en las devanados.

Las corrientes trifásicas que circulan por el inducido, produce un campo magnético giratorio uniforme  $B_s$ . Al existir dos campos magnéticos en la máquina, el campo magnético del rotor tendrá a alinearse con el campo del estator, igual que dos imanes tienden a alinearse si se coloca uno cerca del otro. Como el campo magnético del estator gira, el campo magnético del rotor (y el rotor mismo) tratara constantemente de alcanzarlo. Entre más grande sea el ángulo entre los dos campos magnéticos (hasta un ángulo máximo), mayor será el par de rotor de la máquina. En otras palabras el rotor “persigue” al campo magnético giratorio del estator alrededor de un circulo pero nunca lo alcanza.

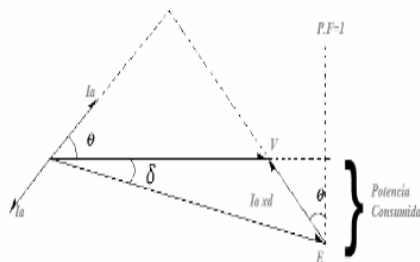
Dado que un motor síncrono es igual físicamente a un generador síncrono, todas las ecuaciones básicas de velocidad, potencia y par dadas para el generador, se utilizan también en los motores síncronas.

El circuito equivalente de un motor síncrono, es igual al de un generador, excepto que se invierte el sentido del flujo de potencia, es decir que el flujo de corriente en el estator del motor también se invierte.

Debido al cambio de la dirección de  $I_a$ , cambia también la ecuación de la ley de voltaje de Kirchhoff para el circuito equivalente, quedando así.

$$V = E + RaI_a + \hat{J} XdI_a \quad ; \quad E = V - RaI_a - \hat{J} XdI_a$$

La principal ventaja del motor síncrono, es la posibilidad de regular su factor potencia. El motor genera reactivo si se satura y consume si su campo es insuficiente.

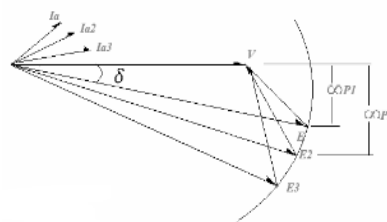


En el motor la corriente está en el tercer o cuarto cuadrante y la única componente que expresa potencia reactiva es la que esta sobre el eje vertical en contrafase con la tensión.

En el motor al igual que en el generador  $XdI_a \cos\theta$   $Xd$  es proporcional a la potencia activa, por lo tanto la línea de  $(I_a \cos\theta)Xd$  es una medida de la potencia en la máquina.

### Efecto de los cambios de carga en los motores síncronos

Se fija una carga al eje de un motor síncrono, el motor desarrollara suficiente para como para mantener el motor y su carga a una velocidad síncrona. Al cambiar la carga, el motor tiene a perder su velocidad. A medida que pierde velocidad, el ángulo del par  $\delta$  se hace más grande y se incrementa el par inducido. Este aumento del par inducido a la larga acelera de nuevo al motor y este vuelve a girar a velocidad síncrona, peor como un ángulo de par  $\delta$  más grande.



Como no se ha variado la corriente de excitación  $E$  se mantiene constante en magnitud, aun cuando la carga varia. Conforme varia la carga,  $E$  se mueve hacia abajo lo cual hace que se incremente la cantidad  $\hat{J}XdI_a$ , por lo tanto también se incrementa la corriente en el inducido, de igual manera cambia el ángulo del potencia, cada vez menos en adelantado y más retraso.

**Efectos de cambio en la corriente de excitación en los motores síncronos.**

Para poder entender mejor el efecto que tiene cambiar la corriente de excitación en un motor síncrono, nos apoyamos en el diagrama fasorial.

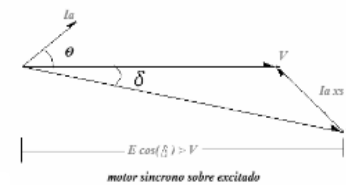
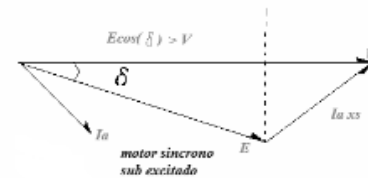
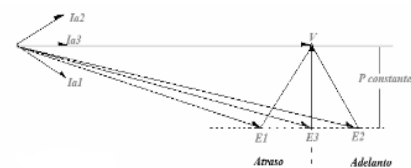
Al aumentar la corriente de excitación, se incrementa  $E$ , pero no afecta la potencia activa suministrada por el motor, la potencia suministra por el motor solo cambia cuando varia el par en la carga del eje ( $R_s$ ) y como la carga en el eje no cambia, la potencia activa suministrada no cambia.

Dado que  $V_T$  también es constante debido a que la tensión de la fuente de potencia que alimenta el motor no cambia. De lo anterior se deduce que:

$$E \sin \delta = I_a \cos \theta = \alpha P \text{ (constante)}$$

De aquí se deduce la famosa “curva en V del motor síncrono” graficando  $I_a$  Vs  $I_e$

Cuando la proyección de  $E$  sobre  $V$  ( $E \cos \delta$ ) es más corta que el mismo  $V$ , el motor síncrono tiene corriente en atraso y consume  $Q$ . Como en esta situación la corriente de campo es pequeña, se dice que el motor esta sub excitado. Ahora cuando la proyección de  $E$  sobre  $V$  es mayor que  $V$ , el motor síncrono tiene corriente en adelanto y suministra por lo tanto  $Q$  al sistema. Puesto que la corriente de excitación en este caso es grande, se dice que el motor esta sobre-excitación.



**El motor síncrono y la corriente del factor de potencia**

Con un motor se puede aprovechar la capacidad de transmitir carga a un eje y la de fijar el factor de potencia de la carga en un valor deseado afectando significativamente la eficiencia en la operación del sistema de potencia. Cuanta más pequeña sea el factor de potencia de un sistema, mayores son las pérdidas



en las líneas de potencia que lo alimentan. Por tal razón, tener una o más cargas en adelanto (motores síncronos sobre excitado) en el sistema puede ser útil por las siguientes razones:

- Una carga en adelanto puede suministrar potencia reactiva ( $Q$ ) a cargas cercanas en atraso en ligar que esta provenga de la fuente, esto hace que se disminuya las pérdidas del sistema.
- Puesta que las líneas de transmisión transportan menos corriente, las características de estas líneas pueden ser menores par aun flujo dado de potencia nominal. Esto puede reducir los costos de instalación del sistema de potencia.
- Al trabajar el motor síncrono con un factor de potencia en adelanto, significa que el motor debe girar sobre-excitado en este modo de operación se incrementa el par máximo del motor y reduce la posibilidad de exceder por accidente el par máximo del mismo.

En una planta cualquier motor síncrono se opera sobre-excitado para corregir el factor de potencia e incrementar su par máximo. Pero operar un motor síncrono sobre – excitado se requiere una corriente de excitación y flujo más alto, lo cual causa calentamiento significativo en el rotor. Se debe tener cuidado de no sobre calentar los devanados de excitación al exceder su corriente nominal.

### ***Arranque del motor síncrono***

¿Cómo obtiene el motor síncrono su velocidad sincrónica?

Un motor síncrono carece prácticamente de par de arranque. En el momento de arranque el rotor está quieto con polos norte-sur también quietos, es decir hay un campo magnético estacionario. Por otro lado los polos norte sur (flujos magnéticos) del estator giran a gran velocidad, no permitiendo que se produzca el arranque, puesto que el periodo en que un polo norte esta frente a uno sur es tan corto que el motor vibra pero no arranca.

Existen tres métodos básicos para el arranque seguro de un motor síncrono.

1. Reduciendo la velocidad del campo magnético del estator a un valor suficientemente bajo para que el rotor pueda acelerar y se enlace con él durante medio ciclo de rotación del campo magnético y se enlace con él durante medio ciclo de rotación del campo magnético. Para lograr esto se reduce la frecuencia de la potencia eléctrica aplicada.
2. Utilizando un motor primario externo para acelerar al motor sincrónico hasta la velocidad de sincronismo, pasar por el proceso de entrada en sincronismo y convertir la maquina al instante en un generador. Luego se apaga o se desconecta el motor primario, lo cual hace que la maquina síncrona se transforme en motor.
3. Utilizando los devanados de amortiguación, lo cual hace que la maquina arranque como un motor de inducción Jaula de ardilla. Durante el arranque los devanados de excitación están en corto circuito, si los devanados estuvieran abiertos, se producirían voltajes muy altos en este devanado durante el arranque. Si los devanados de excitación están corto circuitados durante el arranque,

no se inducen voltajes peligrosos y la corriente de excitación inducida contribuye con un par de arranque extra al motor. Para arrancar un motor por este método se debe seguir el siguiente procedimiento:

- Desconectar los devanados de excitación de su fuente de potencia de corriente continua y corto circuitarlos.
- Aplicar un voltaje trifásico al estator del motor y dejar acelerar el rotor hasta cerca de la velocidad sincrónica. El motor no debe tener carga en un eje para que su velocidad llegue a ser lo más cercana posible a la velocidad sincrónica,  $n_s$ .
- Conectar el devanado de excitación a la fuente de potencia de corriente continua. Luego, el motor se pone a la velocidad sincrónica y las cargas pueden ser acopladas a su eje.

## 6. MAQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

Las máquinas rotativas trabajan sobre la base de interacción entre conductores que llevan corriente y los campos electromagnéticos. Las máquinas de corriente continua no son la excepción, donde basados en la ley de Faraday, se puede deducir que se induce un voltaje (F.E.M) en un conductor que “corta” las líneas de flujo magnético, es decir, que el movimiento relativo entre el conductor y las líneas de flujo son perpendiculares (están en ángulo recto). Si este movimiento no es ángulo recto, solo la componente ortogonal cuenta para inducir el voltaje

$$e = Bl \frac{dx}{dt} = Blv_1$$

Dónde:

B: Densidad de campo magnético

$l$ : longitud del conductor

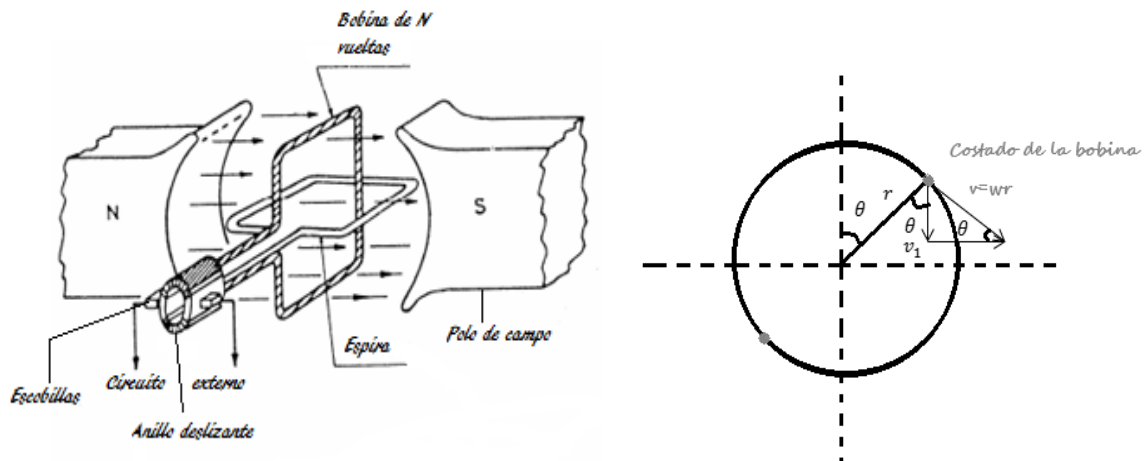
$v_1$ : componente de velocidad perpendicular al campo magnético uniforme

$e$ : f.e.m inducida

Ahora, el voltaje inducido en una bobina rectangular de  $N$  espiras, longitud axial " $l$ " y de radio  $r$ , que gira a una velocidad angular constante  $w$  en un campo magnético uniforme  $B$ , está dado por:

$$e = B(2Nl)v_1$$

Donde  $2Nl$  es la longitud total efectiva de la bobina de  $N$  vueltas.



De la figura se puede deducir que  $v_1 = wr \text{sen} \theta$ , y sabiendo que la bobina gira a una velocidad regular constante  $W$ , entonces:

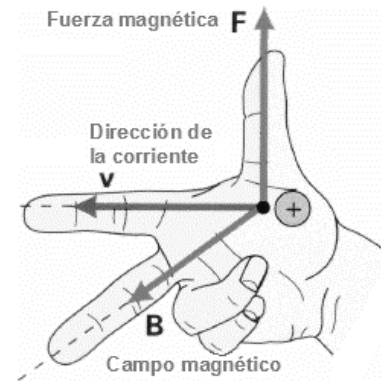
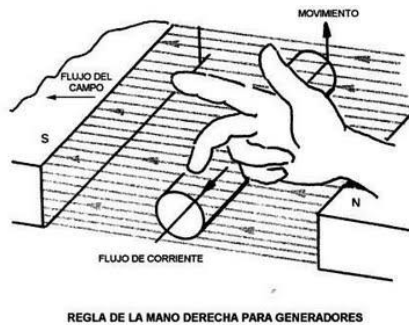
$$e = 2BNlrwSenWt = BNAWSenWt$$

$$e = Em Senwt$$

Esta expresión es válida para una bobina plana arbitraria de área A. Este voltaje se obtiene en los anillos deslizantes (escobillas), tal como se ve en la figura.

Este voltaje que varía sinusoidalmente estará disponible en los anillos rozantes o escobillas de la bobinas rotorica. Las escobillas invierten polaridades periódicamente.

La dirección del voltaje inducido se determina aplicando la **regla de la mano derecha** que no es otra que la expresión vectorial de la ecuación:



$$e = l \vec{v} \times \vec{B}$$

La acción del motor se basa en la ley de ampere, que se puede expresar:

$$F = i \vec{l} \times \vec{B}$$

Dónde:

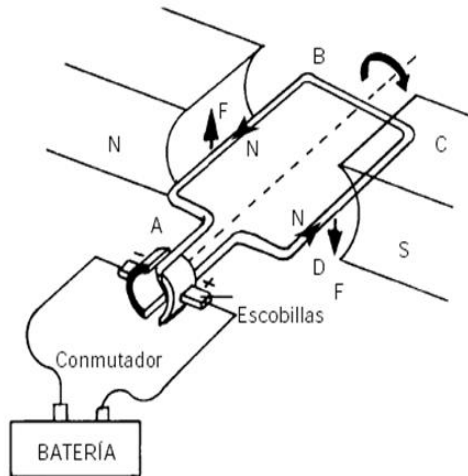
**F:** Fuerza ejercida sobre un conductor que lleva un elemento de corriente dirigida

**i:** Corriente que forma un ángulo recto con las líneas de flujo magnético

**l:** longitud del conductor

Así como se produce un voltaje senoidal de corriente alterna en las terminales de un generador, el par producido por la bobina alimentada en las escobillas por una fuente de corriente continua, es de naturaleza alterna, con un valor promedio en el tiempo igual a cero.

## 6.1 ACCIÓN DEL CONMUTADOR



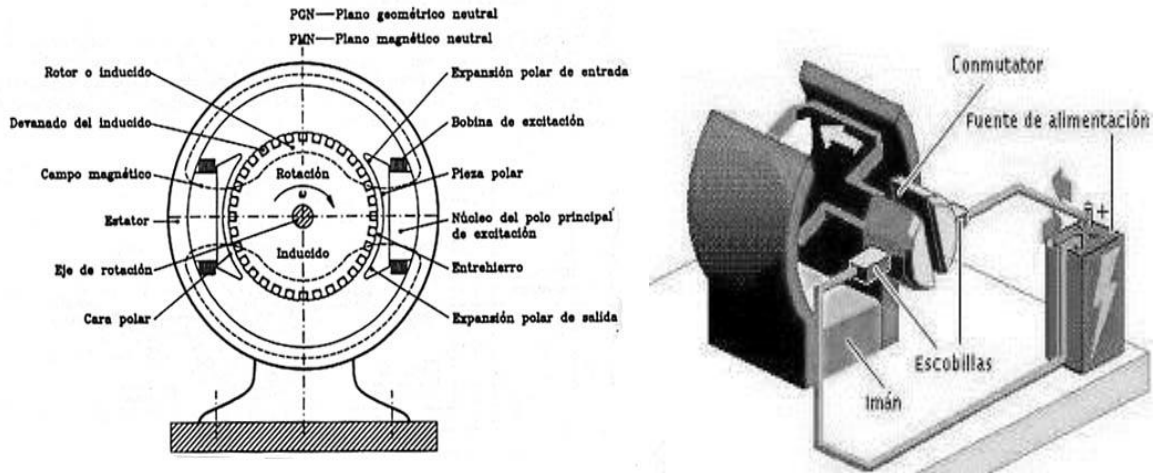
Con el objeto de obtener un voltaje unidireccional en los terminales de la bobina o para obtener un par unidireccional a partir de una bobina en un campo magnético, se modifica el mecanismo de anillo deslizante y escobilla por segmento de conmutador o colector. Ahora en lugar de los dos anillos deslizantes, ahora se tiene un anillo dividido en dos mitades aisladas una de la otra, y las escobillas se deslizan sobre estas mitades, llamadas **segmentos de conmutador**. El hecho que en esta nueva disposición, la escobillas mantendrán sus polaridades sin importar la posición de la bobina, puede verificarse rápidamente aplicando la regla de la mano derecha y viendo que tal sistema de escobillas y conmutador hace que las escobillas tengan polaridades definidas, en otras palabras, la escobilla “a” siempre será positiva y la escobilla “b” siempre será negativa para las polaridades relativas del flujo y la dirección de rotación. En consecuencia, el voltaje promedio de salida es distinto de cero y obtenemos una salida de corriente continua en las escobillas.

También puede verificarse cuando funciona como motor, es decir, si a la bobina conectada al sistema escobilla-colector se alimenta desde una fuente de corriente continua, el par resultante es unidireccional, en este caso se aplica la regla de la mano izquierda.

Este proceso de inversión se conoce como **conmutación**, y se lleva a cabo por el mecanismo colector – escobilla, que sirve también como una conexión al circuito exterior.

## 6.2 DEVANADOS DE ARMADURAS Y PARTES FÍSICAS

La constitución de toda máquina eléctrica rotativa (tanto de c.c. como de c.a) es muy similar. La figura muestra algunas partes físicas más importantes de una máquina de corriente continua. Las principales partes son:



**Inductor:** se encarga de producir y conducir el flujo magnético. Normalmente se monta en el estator. El inductor a su vez, consta de las siguientes partes:

- **Pieza polar:** Sujeta a la culata de la máquina, incluye al núcleo propiamente dicho y a su expansión.
- **Núcleo polar:** Forman parte del circuito magnético de la máquina junto con los polos, las expansiones polares, el entrehierro, inducido y la culata, y en el cual se encuentran los devanados inductores. Para facilitar su ensamble, los núcleos de los polos, están hechos de láminas de acero (No es necesario eléctricamente estar laminadas, debido a que los devanados de excitación llevan c.c). Sin embargo debido a su proximidad a los devanados de armadura (inducidos), es necesario que las caras polares sean laminadas.
- **Devanado inductor o de excitación (campo):** Está formado por el conjunto de espiras que reducirá el flujo magnético cuando circule la corriente eléctrica.
- **Expansión polar (Cara polar):** Es la parte más ancha de la pieza polar, y se encuentra próxima al inducido o rotor de la máquina.

**Inducido:** El inducido constituye el otro elemento fundamental de la máquina. Se denomina también rotor por ser la parte giratoria de la misma. Consta de:

- **Núcleo del inducido (armadura):** Constituido por un cilindro de láminas (chapas) de acero, que están contruidos, generalmente de acero laminado con un 2% de silicio para disminuir las pérdidas en el circuito magnético. Este cilindro se fija al eje de la máquina, el cual descansa sobre

unos cojinetes de apoyo. Las láminas que forman el inducido disponen de ranuras en los que se alojan los hilos de cobre del devanado inducido.

- **Devanado del inducido:** se encuentra conectado al circuito exterior de la máquina a través del colector, y es donde se produce la conversión de energía. El devanado puede ser un devanado imbricado o un devanado ondulado y las diferentes bobinas que forman el devanado de armadura pueden conectarse en una combinación serie-paralelo. En un devanado imbricado simple, el número de trayectorias en paralelo “a”, es igual al número de polos “p” mientras que en un devanado ondulado simple, el número de trayectorias en paralelo es siempre 2.

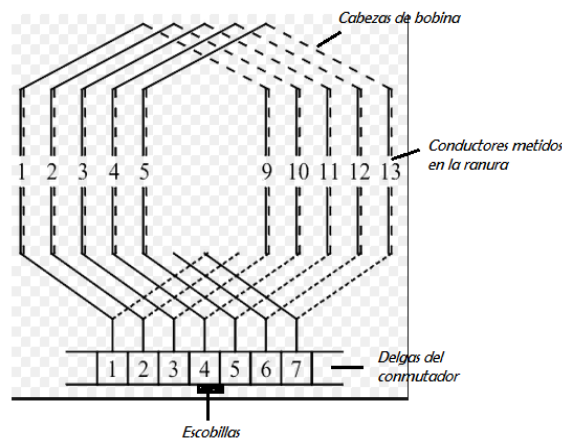


Figura 5.1 Devanado imbricado

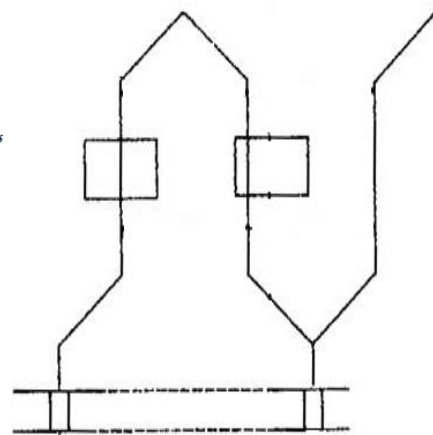


Figura 5.2 Devanado ondulado

- **Colector:** Es un conjunto de láminas de cobre, denominadas delgas, aisladas entre sí y conectadas a las secciones del devanado del inducido, sobre las delgas se deslizan las escobillas de carbón.
- **Escobillas:** Generalmente se fabrican de carbón o gráfico, se hallan alojados en un porta escobillas desde donde se deslizan sobre las delgas del colector y mediante un conductor flexible se unen al borne del inducido.
- **Culata:** Es la envoltura de la máquina eléctrica y está hecho de material ferromagnético. Su función es conducir el flujo creado por el devanado inductor. También se unen a ella los polos de la máquina.
- **Entrehierro:** Es el espacio existente entre la parte fija (estator) y la parte móvil (rotor) de la máquina, es decir, entre el rotor y las expansiones polares, evitándose de esta manera el rozamiento entre ambos.
- **Cojinete:** Sirven de apoyo al eje del rotor de la máquina.

### 6.3 ECUACIÓN DE LA F.E.M

Sabiendo que la f.e.m inducida en un conductor en movimiento, es el flujo cortado por el conductor en una unidad de tiempo  $n$  (ley de Faraday). Consideremos un conductor que gira a “ $n$ ” (rpm) en el campo de “ $p$ ” polos que tienen unos flujos “ $\varphi$ ” por polo. El flujo total cortado por el conductor en “ $n$ ” revoluciones es  $p \varphi n$ ; por lo tanto el flujo cortado por segundo que proporciona el voltaje inducido es:

$$e = \frac{p\varphi n}{60} \text{ (V)}$$

Si existe un total de “ $Z$ ” conductor activos en la armadura, conectados en “ $a$ ” trayectorias en paralelo en paralelo, por lo tanto el numero efectivo de conductores en serie es  $z/a$  los cuales producen el voltaje total “ $E$ ”, en el devanado del inducido. En consecuencia, la f.e.m. para el devanado completo está dado por:

$$E = \frac{p\varphi n}{60} \times \frac{z}{a} = \frac{zp}{z\pi a} \times \varphi \omega_m \text{ (V)}$$

Sabiendo que  $\omega_n = 2\pi n/60$  (rad/s). Esta expresión también puede escribirse como:

$$E = K_a \varphi \omega_m$$

$K_a = Zp/2\pi a$ , es conocida como la constante de armadura.

Si el circuito magnético es lineal (no existe saturación), entonces:

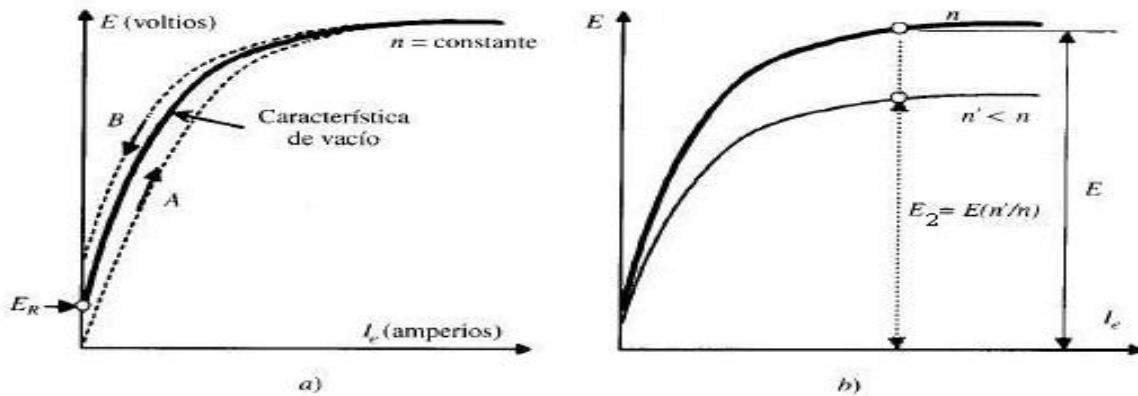
$$\varphi = K_f I_e$$

Donde  $I_e$  es la corriente de excitación y  $k_f$  es una constante de proporcionalidad

$$E = K_i E \omega_m$$

Siendo  $K = K_a K_f$ , para un circuito magnético no lineal,  $E$  contra  $I_e$  es una curva no lineal para una revolución dada.





#### 6.4 ECUACION DEL PAR

La potencia mecánica desarrollada por la armadura es un  $TeWm$  donde  $Te$  es el par (electromagnético) y  $Wm$  es la velocidad angular de la armadura, si este par se desarrolla mientras la corriente de armadura es la " $i_a$ " a un voltaje (inducido) de armadura  $E$ , la potencia en la armadura es  $Ei_a$ . Suponiendo que toda esta potencia eléctrica sea transformada en potencia mecánica (ignorando las pérdidas), tenemos:

$$TeWm = Eia$$

Remplazando a  $E$  por su valor se obtiene la siguiente expresión:

$$Te = Kieia = \frac{zP}{2\pi a} \cdot \phi ia = Ka\phi ia$$

Esta última se conoce como la ecuación del par

#### 6.5 ECUACIÓN DE LA VELOCIDAD Y DE LA FUERZA CONTRA ELECTROMOTRIZ (F.C.E.M)

El inducido de una máquina de c.c., ya sea que opere como generador o como motor, tiene una f.e.m. inducida cuando gira dentro de un campo magnético y desarrolla un par si por el inducido circula una corriente. En un generador la f.e.m. inducida es el voltaje interno utilizable del generador. Cuando el generador alimenta una carga, circula una corriente por el inducido y el desarrollo un par. Este par se opone al par del primo – motor (como puede ser un motor de combustión interna).

El inducido de un motor de corriente continua independiente que gira a una velocidad  $n$ , mientras toma una corriente  $I_a$  en el inducido a un voltaje  $V$ , se muestra en la figura. En condiciones estacionarlas se tiene:

$$V - E = RaI_a$$

Remplazando. E por su valor  $K_a \phi e W_m$ , se llega a la siguiente expresión:

$$W_n = \frac{V - RaI_a}{K_a \phi}$$

Si hacemos  $k_1 = \frac{Zp}{60a}$  y sabiendo que  $K_a = \frac{Zp}{2\pi a}$ , se tiene:

$$\frac{K_1}{K_a} = \frac{2\pi}{60} \rightarrow K_a = \frac{60}{2\pi} K_1$$

$$V - RaI_a$$

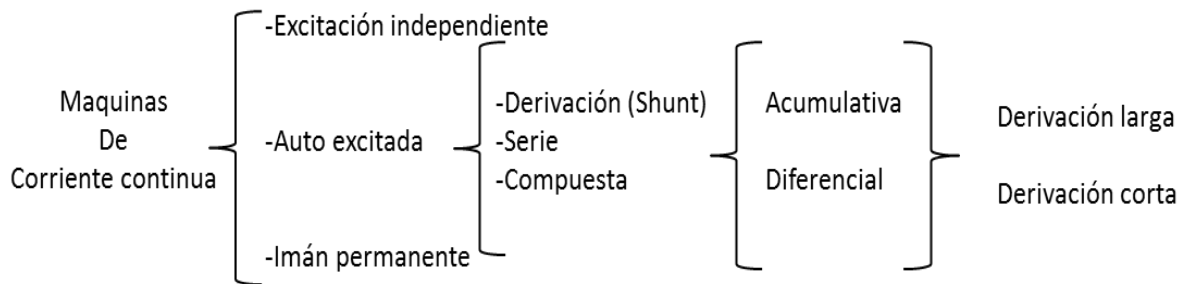
$$W_m = \frac{V - RaI_a}{\frac{60}{2\pi} K_1 \phi}$$

$$n = \frac{V - RaI_a}{K_1 \phi} = \frac{V - RaI_a}{K_m I_a}$$

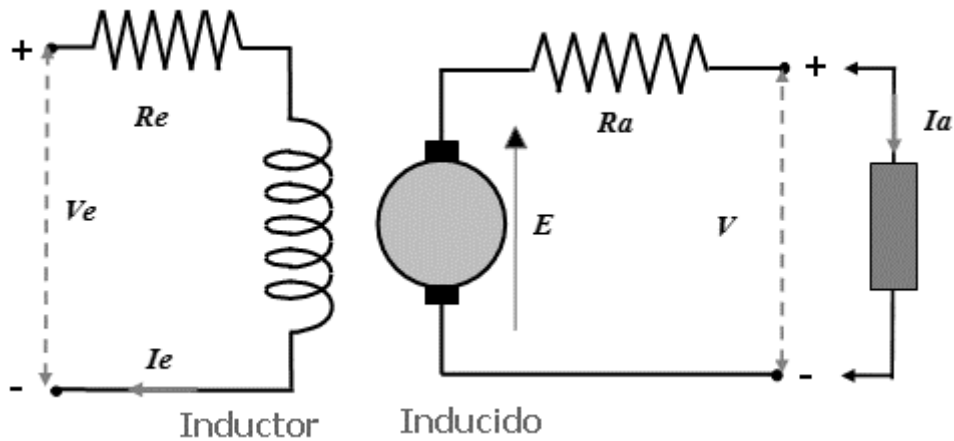
$$\text{Donde } K_m = \frac{2\pi K_1}{60}$$

## 6.6 CLASIFICACIÓN DE LAS MAQUINAS DE ACUERDO CON LA FORMA DE EXCITACIÓN

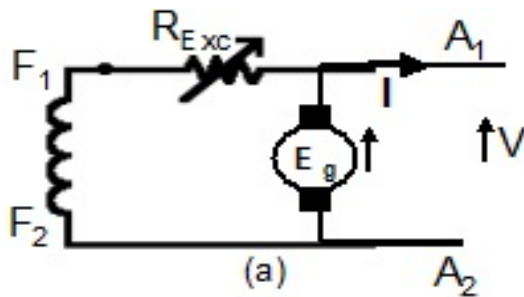
Las máquinas de corriente continua pueden clasificarse sobre la base de las conexiones eléctricas mutuas entre los devanados de excitación y de inducido, como sigue:



- **Excitación independiente:** no hay interacción eléctrica entre los devanados de excitación y del inducido. Como no circula corriente por el inducido, el flujo depende solo de la f.e.m. de excitación. Dado que esta máquina de una tensión exterior para la excitación, su uso como generador es esencialmente en laboratorios y ensayos comerciales.



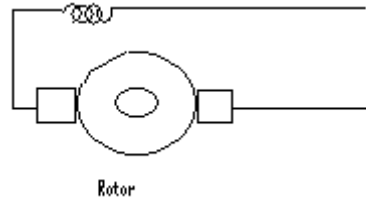
- **Conexión shunt (derivación):**



El devanado en campo se conecta en paralelo con el devanado de armadura. La resistencia del devanado en derivación es elevada. El inducido suministra no solo la intensidad de carga, sino también la intensidad de excitación. Normalmente la intensidad de excitación es del 1 al 5% de la intensidad de inducido. Su uso como generador es recomendable para circuitos de tensión constante, en los que la carga está cerca del generador y en los que no existen caídas de tensión elevadas en las resistencias de la línea. Su uso como motor es en aplicaciones en donde se necesita velocidad constante a cualquier ajuste del control o en las cosas en donde es necesario un rango apreciable de velocidades (por medio de la corriente de excitación). Se usa en los accionamientos para los generadores de corriente continua en los grupos motor generadores de corriente continua.

- **Conexión serie:** Los devanados de excitación y del inducido se conectan en serie. La resistencia del devanado en serie es baja. El devanado debe conectarse de tal manera que la intensidad de excitación

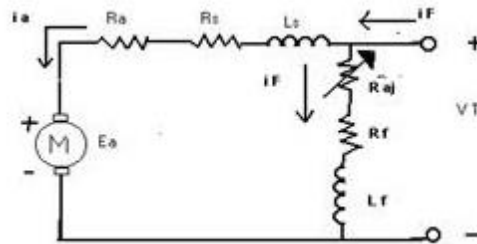
produzca un campo magnético en la misma dirección que el campo de la armadura. Dado la tensión disminuye al disminuir la carga, su uso es muy limitado y solo para aplicaciones especiales. Se puede



Considerar al generador de excitación serie como una fuente de intensidad constante.

Al usarse como motor debe tenerse cuidado que tenga carga, pues desarrolla un elevado par de arranque, como el flujo crece con la carga, la velocidad se reduce a medida que aumenta la carga. Por lo anterior el motor se embala cuando funciona en vacío, su potencia es casi constante a cualquier velocidad, se afecta poco por las variaciones de la tensión de alimentación, ya que un aumento de esta provoca un aumento de la intensidad y por lo tanto del flujo y de la fuerza contra electromotriz, estabilizándose la intensidad absorbida. Por lo anterior su uso como motor es en aquellos casos en los que se requieran un elevado par de arranque a pequeñas velocidades y un par reducido a grandes velocidades (tranvías, locomotoras, trolebuses).

- **Conexión compound (compuesta):**



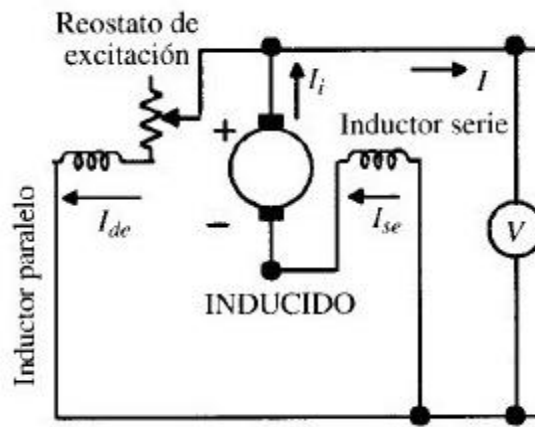
Esta máquina tiene los devanados de campo, tanto en paralelo y en serio, además del devanado de la armadura. Si las polaridades relativas de los devanados de campo paralelo y en serio son aditivas, se define una maquina compuesta acumulativa. En este caso los dos campos se muestran produciendo flujos magnéticos en la misma dirección. Este tipo de conexión ofrece la posibilidad de compensar la caída de tensión en el arrollamiento del inducido así como de vencer el efecto desmagnetizante de la reacción de inducido.

Si el devanado de excitación en serie está en oposición al campo paralelo, implicando que los flujos resultantes respectivos están en oposición, se constituye en lo que se conoce conexión compound diferencial.

Una maquina compuesta diferencial o acumulativa puede tener una conexión de derivación larga; en cuyo caso el devanado en paralelo está a través de la combinación campo en serie de la armadura.

Una conexión de derivación corta, es aquella donde el campo en paralelo está directamente a través de la armadura.

En términos generales, los generadores compound prácticamente no disminuyen su tensión con la carga y además que puede excitarse aunque no esté acoplado al circuito exterior.



Los generadores compound tienen aplicación en los centrales para tracción eléctrica que precisan de una tensión constante y en todos aquellos casos en el que haya que contar con variaciones brusca de carga, como sucede con los talleres con grua de gran potencia, laminadores, etc. Estos generadores se utilizan en el sistema de generación de energía eléctrica de c.c. en aviones poli motores, en los que existe un generador para cada motor.

Por su lado los motores compound se caracterizan por tener un elevado par de arranque, pero no corre el riesgo de ser inestable cuando trabaja en vacío, como ocurre con el motor serie, aunque puede llegar a alcanzar un numero de revoluciones muy alto.

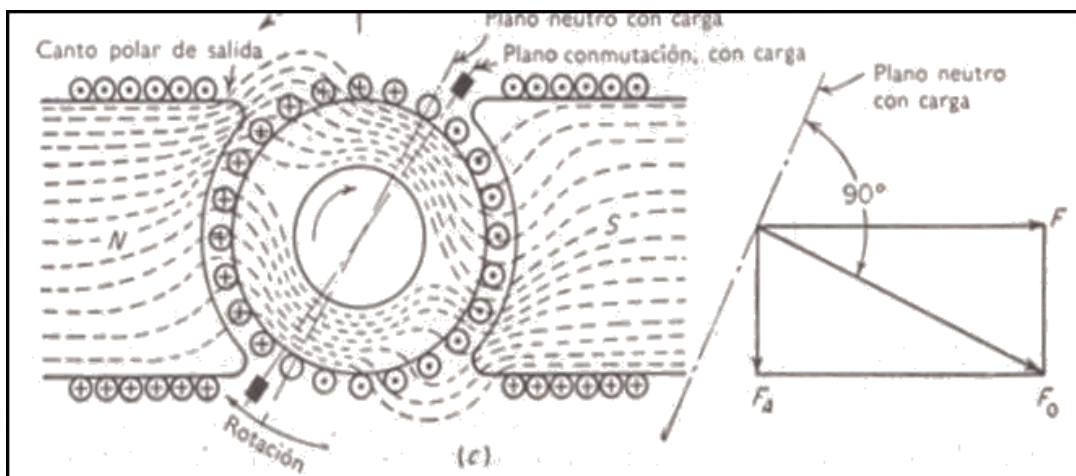
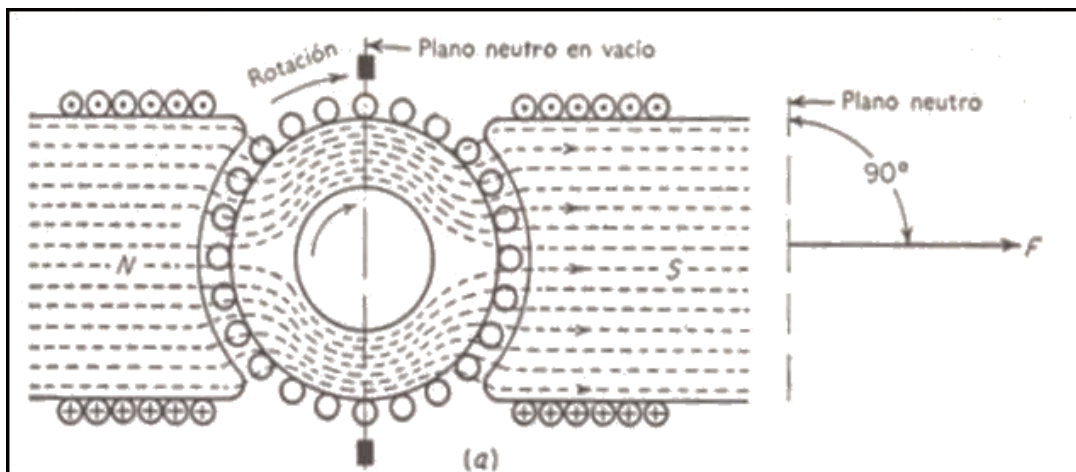
- **Máquinas de imán permanente:** en estas máquinas el devanado de excitación es reemplazado por imanes permanentes, tales maquinas son generalmente de potencia fraccionaria y su

utilización es enorme en maquinaria industrial, maquinaria de embalaje, accionamiento se disyuntores, aplicaciones domóticas, en servo controles, maquinaria de laboratorio.

### 6.7 REACCIÓN DE ARMADURA

Cuando el inducido está cargado, la distribución de flujo se determina mediante la f.m.m. del devanado de excitación y devanado de inducido y es diferente de la de vacío. El efecto de la f.m.m. del devanado del inducido sobre la distribución del flujo decido solo al devanado se denomina reacción de inducido.

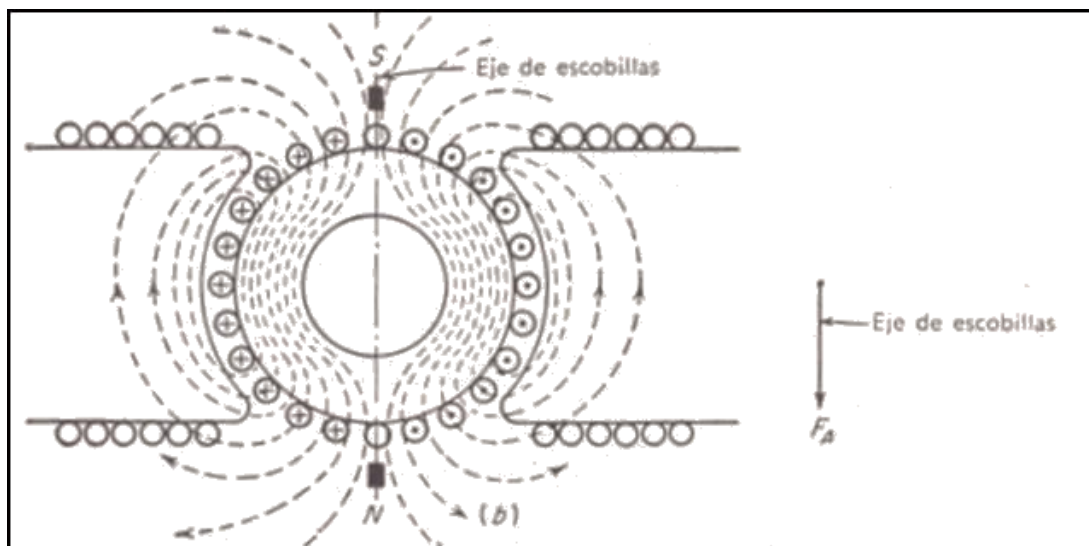
- **Efecto magnetizante transversal del inducido:** la figura se muestra el flujo de un generador de 2 polos cuando solo circula corriente por el devanado de excitación y cuando solo circula corriente por el inducido y las escobillas están en el eje neutro. Se observa que el flujo del inducido es un flujo transversal respecto al flujo de



excitación, y que la f.m.m del inducido refuerza una mitad de un polo y debilita la otra mitad. Cuando el hierro está saturado, el efecto de las f.m.m. del inducido de debilitar medio polo es mayor que el efecto de esta f.m.m de reforzar la otra mitad del polo. El resultado es una reducción del flujo principal.

La f.m.m. del inducido no solo debilita el flujo polar y el flujo en el entrehierro, si no también lo distorsiona y provoca un desplazamiento de la zona neutro.

- **Efecto desmagnetizante del inducido:** La reacción del inducido es mayor cuando las escobillas están desplazadas del eje neutro. Si las escobillas están desplazadas del eje neutro, una parte de los conductores del inducido produce una magnetización transversal y el resto de conductores produce una f.m.m. que actúa a lo largo del eje polar. Es la última acción puede oponerse o ayudar a la f.m.m. del arrollamiento de excitación y por lo tanto alterar el flujo  $\phi$ .



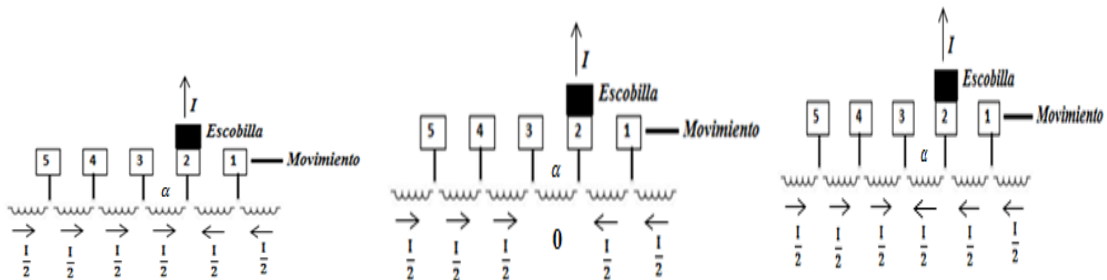
La línea neutra o eje neutro es aquel que divide al inducido y sobre la cual se sitúan las escobillas. Si la máquina no tiene carga, es decir, trabaja en vacío, la línea neutra es la representada en la figura para una máquina bipolar.

Cuando la máquina trabaja con carga, la línea neutra se desvía como consecuencia de la reacción del inducido, que el caso que la máquina trabaje como generador esta desviación se efectuara en el mismo sentido que la rotación, y si la máquina trabaja como motor, en sentido contrario, al fin de mejorar en ambos casos la conmutación.

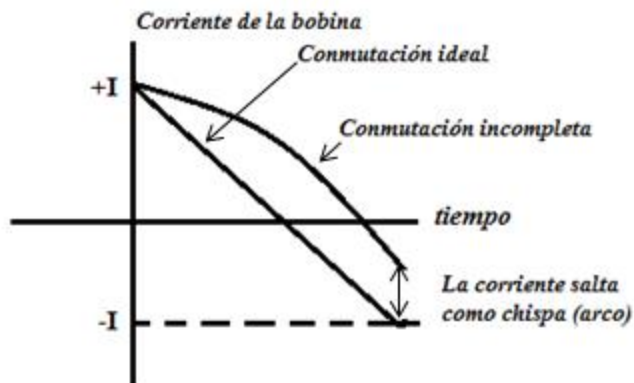
El efecto de magnetización transversal puede neutralizarse por medio de devanados de compensación, que están colocados en ranuras sobre las caras polares, conectados en serie con el devanado de armadura y llevan corrientes en dirección o puesta a la corriente en los conductores de la armadura, que están frente a ellos. Una vez que se ha neutralizado la magnetización transversal, la línea neutra con carga sigue coincidiendo con la línea neutra sin carga en todas las condiciones de carga. El efecto de la desmagnetización puede compensarse aumentando la f.m.m en los polos principales.

### 6.8 VOLTAJE DE REACTANCIA Y CONMUTACIÓN

Sabiendo que la dirección del flujo de corriente en una bobina que es sometida a conmutación se invierte cuando las escobillas se mueven de una a otra delga del conmutador.



En la figura se muestra el flujo de corriente en la bobina "  $\alpha$  " para tres instantes diferentes, se supone que la corriente alimentada por una delga del conmutador es proporcional al área de contacto entre la escobilla y la delga. En consecuencia para obtener una conmutación satisfactoria, la dirección de flujo de corriente en la bobina "  $\alpha$  " debe invertirse completamente al tiempo que la escobilla se mueve de la delga 2 al 3.



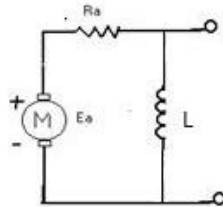


La situación ideal está representada por la línea recta mostrada en la figura y puede llamarse conmutación en la línea recta. Pero como se sabe la inductancia de la bobina de armadura, no permite cambios bruscos de corriente, se produce un  $\frac{\partial i}{\partial t}$  que se traducen una caída de tensión ( $L \frac{\partial i}{\partial t}$ ), denominado voltaje de reactancia, cuya dirección de acuerdo a la ley de Lenz se opone al cambio  $\partial i$  que lo está produciendo. Por lo tanto, la corriente en la bobina de inducido no se invierte por completo en el momento que una escobilla se mueve de una delga a la otra. Esta ocasiona que se produzca una chispa en el colector hacia la escobilla, haciendo que el colector se desgaste a causa de la picadura. La figura anterior muestra la desviación respecto a la conmutación ideal.

Para contrarrestar el efecto se puede lograr produciendo un campo que debilite el polo negativo (sur) al introducir apropiadamente un devanado de campo auxiliar, llamados interpoles o polos de conmutación.

## 6.9 EFECTO DE SATURACIÓN SOBRE EL VOLTAJE DE UN GENERADOR EN DERIVACIÓN

La saturación juega un papel muy importante sobre el comportamiento de las máquinas de corriente continua. Para observar cualitativamente una de sus consecuencias, se estudiara el generador en derivación (shunt) auto excitado.

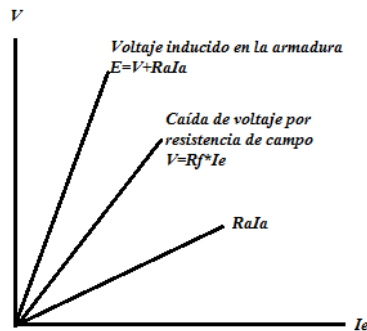


Las ecuaciones en régimen estacionario para la operación de la maquina como generador son:

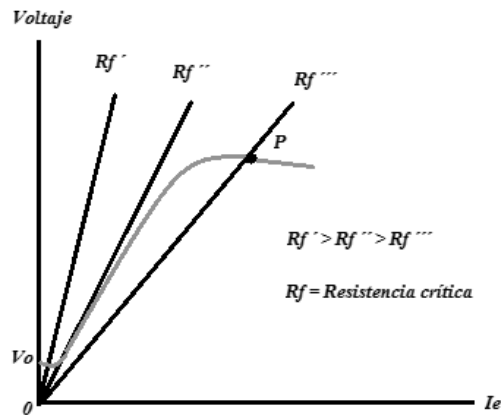
$$V = R_f i_f \quad \wedge \quad E = V + R_a i_a$$

$$E = R_f i_f + R_a i_a$$

Estas ecuaciones representan líneas rectas. Los voltajes V y E continuaran con esa línea y no alcanzarán un punto de equilibrio. Al incluir el efecto de saturación, como se observa en la figura, el punto P, donde la línea de resistencia de campo interseca a la curva de saturación, define el punto de equilibrio.



En la figura se muestra cierto magnetismo residual, medido como el voltaje  $V_0$ , el cual resulta del magnetismo residual de los polos de campo. Sin este flujo remanente el generador en derivación no generara ningún voltaje. De igual manera se muestra la resistencia crítica; una resistencia de campo mayor que la resistencia crítica (para una velocidad dada) no permitirá que el generador en derivación cree un voltaje de operación apreciable. También se debe asegurar que la polaridad del devanado de campo sea tan que una corriente a través del mismo produzca un flujo que ayude al flujo residual. Si los dos flujos tienden a neutralizarse no se generara voltaje en la máquina. En otras palabras, las condiciones para que se forme un voltaje un generador en derivación son:

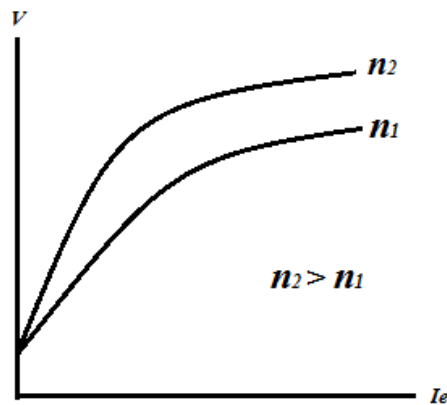


- Presencia de un flujo residual (para proporcional voltaje de arranque)
- Resistencia de campo menos que la resistencia crítica
- Polaridad apropiada del devanado de campo

## 6.10 CARACTERÍSTICAS COMO GENERADOR

Las características de una carga en régimen de motor y en régimen de generador son las mayor de interés en las aplicaciones de estas máquinas. En algunos casos, las características de operación sin carga son también de importancia. Las únicas características en vacío (o en circuito abierto) que tiene sentido son las de generadores en derivación (shunt) y los de excitación independiente.

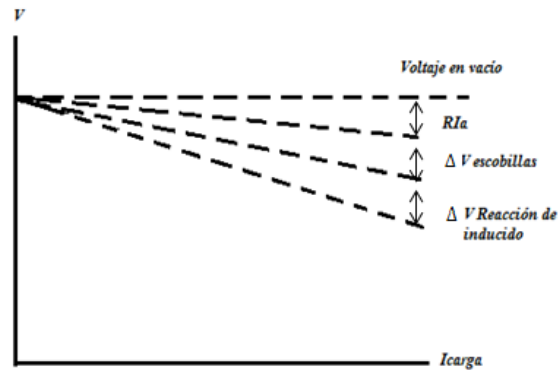
La característica de vacío de generador en derivación se presentó en el apartado anterior. En el caso del generador con excitación independiente, la característica de imanación o saturación, variación de  $E$  (0 V) bajo la condición de circuito abierto en función de la corriente de excitación. En la figura puede observarse esta curva.



Las características de carga, se definen como una variación del voltaje terminal en función de la corriente de carga suministrada por el generador. Para poder comprender mejor estas características es necesario identificar las causas de las caídas de voltajes en los generadores de corriente continua. Estas causas son:

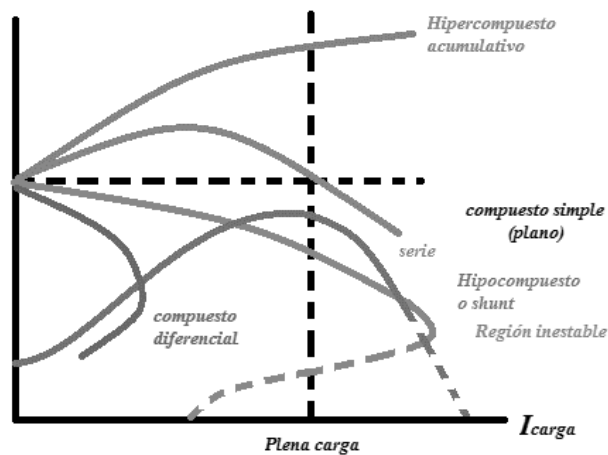
- **Caída en la resistencia de armadura:** Esta es una caída  $R_a I_a$  debida a la resistencia de armadura,  $R_a$ .
- **Caída en el contacto de las escobillas:** El contacto mecánico entre las escobillas y el colector ofrece una resistencia eléctrica. De tal manera que cuando una corriente fluye por una escobilla, ocurre una caída de voltaje. Usualmente, esta caída se toma como una constante (2V).
- **Caída de voltaje por reacción de inducido:** al tener la reacción de armadura una componente desmagnetizante, que se opone a la f.m.m. de campo principal, dando por resultado la reducción del flujo. El flujo reducido a su vez reducirá la f.e.m. inducida y por lo tanto el voltaje en las terminales.

La sobre posición de las caídas por resistencia de armadura y reacción de inducido en generadores auto excitados (paralelo, serie o compound) bajan más el voltaje en los terminales.



De acuerdo a lo anterior la curva característica najo carga de un generador de corriente continua con excitación independiente puede observarse en la figura. El voltaje en vacío por las tres primeras caldas de voltajes mencionados.

El generador en derivación tiene una característica similar a la de un generador de excitación independiente, excepto por el efecto acumulativo expresado con anterioridad. Si el generador en derivación se carga más allá de un cierto punto, este “cae”.



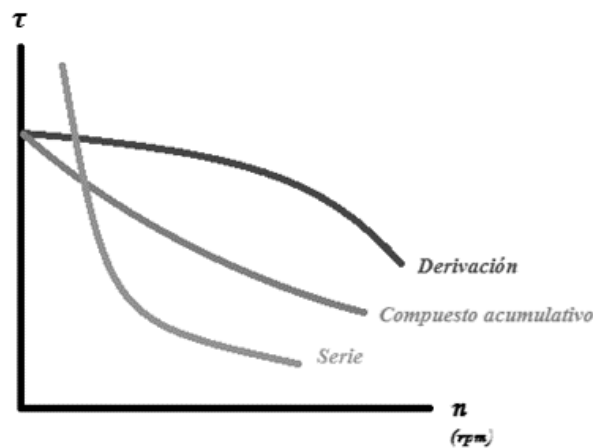
En un generador serie, la corriente de carga circula por el devanado de excitación, esto significa que el flujo del campo, y por lo tanto la f.e.m. inducido, aumenta con la carga hasta que el núcleo comienza a saturarse magnéticamente. Una carga más allá de cierto punto también dará como resultado un “colapso” del voltaje terminal.

Los generadores compuestos (compound) combinan las características de los generadores en serie y en derivación.

- En un generador compuesto diferencial los campos en paralelo y en serie están en oposición, por lo tanto el voltaje cae muy rápidamente con la carga.
- En un generador compuesto acumulativo los campos puedan ajustarse de tal manera que el voltaje a plena carga será menos que el voltaje en vacío como es el caso de un generador sub compuesto o hipo compuesto; o que el voltaje a plena carga pueda ser igual al voltaje en vacío (compuesto simple o plano). Por último el voltaje a plena carga puede ser mayor que el voltaje en vacío, como es el caso de un generador super compuesto o hiper compuesto.

### 6.11 CARACTERÍSTICAS COMO MOTOR

De las características de los motores de corriente continua la más importante es la de par – velocidad, desde un punto de vista práctico. Las ecuaciones de par y de velocidad descritas con anterioridad describen las características de un motor.



De estas ecuaciones (en la zona de saturación) se deduce que los motores en derivación, en serie y compuesta acumulativo tienen una característica par-velocidad de la forma que se muestra en la figura.

Debe recordarse que la potencia desarrollada es simplemente el producto del par desarrollado ( $N - m$ ) por la velocidad angular (en rad/seg), por lo tanto las gráficas también pueden expresar la potencia desarrollada contra la velocidad.

## 6.12 PÉRDIDAS Y EFICIENCIA

El desempeño de una maquina se mide por su eficiencia, definida por:

$$n = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de entrada}} = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de salida} + \text{perdidas}}$$

Por lo tanto, la eficiencia puede ser determinada ya sea por la prueba de carga o calculando las pérdidas. Las pérdidas se clasifican así:

- **Eléctricas:** las cuales pueden ser de diferente índole a saber:

**Pérdidas del devanado:** a menudo denominadas “pérdidas del cobre”. Estas pérdidas óhmicas se producen en los devanados de la armadura campo, interpolos y en los devanados compensadores. Estas pérdidas se calculan fácilmente si se conocen las resistencias de los devanados. Las resistencias de la armadura, interpolos y los polos de compensación se categorizan juntas para formar la resistencia total del circuito de armadura.

**Pérdidas en las escobillas:** El material del grafito usado principalmente en las escobillas tiene una característica de resistencia diferente a la de las delgas, una características de temperatura con resistencia negativa similar a la de un semiconductor. También las pérdidas en las escobillas resulta en parte de la resistencia del contacto entre la escobilla y el colector.

- **Mecánicas:** existen tres componentes de las pérdidas mecánicas en una máquina de c.c.
  - Fricción en los cojinetes:** varía con el tipo y calidad de los cojinetes usados en la máquina, con la carga del par axial y radial sobre los cojinetes y con la velocidad de rotación.

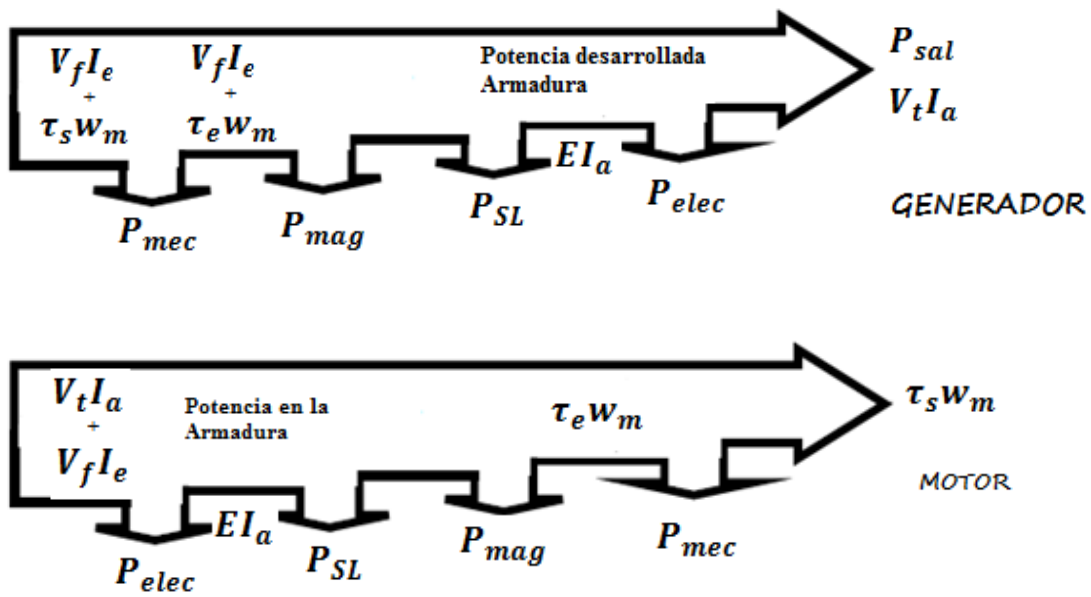
**Fricción con el aire:** se debe al movimiento del aire en el entrehierro y en las regiones interpolares causados por la rotación del inducido.

**Fricción en las escobillas:** estas pérdidas solo se presenta en las maquinas rotativas que requieren un sistema colector – escobillas. A menudo es la componente más grande de las pérdidas mecánicas y uno de los aspectos indeseables de esta clase de máquinas.

- **Magnéticas:** son pérdidas en el hierro e incluyen las pérdidas por histéresis y las pérdidas por corriente de dispersión en los diversos circuitos magnéticos, principalmente el núcleo del inducido y las caras polares.
- **Dispersión por la carga:** Son las atribuibles principalmente a un aumento magnético causado por los cambios en la distribución del flujo, debido a la reacción del inducido cuando están en régimen de carga. Estas pérdidas no está cubiertas en los conceptos anteriores. Esta pérdida es

más pronunciada en máquinas grandes, asignándoles un valor del 1% de la salida de potencia de la máquina.

El diagrama de flujo de potencia de un generador o un motor de corriente continua se representa en la figura, en la que:



- Vt: voltaje terminal
- Ia: corriente de armadura
- E: F.c.e.m o f.e.m inducido en la armadura
- Vf: voltaje en la devanado de excitación
- Ie: corriente en el devanado de excitación
- Te: par electromagnético en la armadura
- Ts: par disponible en el eje
- Pelec: potencia eléctrica
- Psl: pérdida de dispersión por la carga
- Pmec: pérdidas mecánicas por rotación
- Pmg: pérdidas magnéticas
- Wm: velocidad angular







**Ediciones**  
Tecnológica de Bolívar  
CARTAGENA DE INDIAS