

**DISEÑO DE UN MODELO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA  
DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y  
DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS  
COLABORATIVOS.**

**GINA MARÍA MORA ARQUEZ**  
**Ingeniera Industrial**



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR**

**FACULTAD DE INGENIERÍAS**

**MAESTRÍA EN LOGÍSTICA INTEGRAL**

**CARTAGENA DE INDIAS D.T Y C.**

**JUNIO DE 2018**

**DISEÑO DE UN MODELO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA  
DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y  
DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS  
COLABORATIVOS.**

**Gina María Mora Arquez**

**Trabajo de Grado para Optar al Título de Magister en Logística integral**

**Director**

**Jaime Acevedo Chedid**

**PhD(c) Ingeniería Industrial**

**Co-Director**

**Katherinne Salas Navarro**

**PhD(c) en Ingeniería**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR**

**FACULTAD DE INGENIERÍAS**

**MAESTRÍA EN LOGÍSTICA INTEGRAL**

**CARTAGENA DE INDIAS D.T Y C.**

**JUNIO DE 2018**

Cartagena de Indias, 29 de Junio de 2018

Señores:

COMITÉ EVALUADOR

Maestría en Logística Integral

Facultad de Ingeniería

Universidad Tecnológica de Bolívar

Ciudad

Respetados Señores:

Por medio de la presente me permito someter para estudio, consideración y aprobación el trabajo de grado titulado “Diseño de un modelo de inventario EPQ, considerando un sistema de producción imperfecto con demanda estocástica y dependiente de los esfuerzos de ventas en esquemas colaborativos” desarrollado por la estudiante Gina María Mora Arquez en el marco de la Maestría en Logística Integral.

Como director del proyecto considero que el trabajo cumple los objetivos planteados y amerita ser presentado para su evaluación.

Cordialmente,

---

Jaime Acevedo Chedid

Director de Trabajo de Grado

---

Katherinne Salas Navarro

Co-Directora de Trabajo de Grado

Cartagena de Indias, 29 de Junio de 2018.

Señores:

COMITÉ EVALUADOR

Maestría en Logística Integral

Facultad de Ingeniería

Universidad Tecnológica de Bolívar

Ciudad

Respetados Señores:

Por medio de la presente me permito someter para estudio, consideración y aprobación el trabajo de grado titulado “Diseño de un modelo de inventario EPQ, considerando un sistema de producción imperfecto con demanda estocástica y dependiente de los esfuerzos de ventas en esquemas colaborativos” desarrollado en el marco de la Maestría en Logística Integral.

Cordialmente,

---

Gina María Mora Arquez

Investigador Principal

NOTA DE ACEPTACIÓN

---

---

---

---

---

Firma del Jurado 1

---

Firma del Jurado 2

---

Firma del Jurado 3

Cartagena de Indias, 29 de Junio de 2018.

## DEDICATORIA

A Dios, por ser mi apoyo, fortaleza y fuente de sabiduría para alcanzar este logro tan importante en mi vida.

A mis Padres, por sus oraciones, incondicionalidad, comprensión y ayuda en este tiempo de estudios.

A mi Hermanas, Diana y Estefany, por su interés, apoyo y colaboración en el desarrollo del trabajo y por contribuir en la construcción de este.

A mi Esposo, Deiby Josué, por darme ánimo, apoyarme y ayudarme en el cumplimiento de esta meta.

## AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Tecnológica de Bolívar por enseñarme y aumentar mis conocimientos a través del desarrollo de la Maestría en Logística Integral. Gracias por darme la oportunidad de cumplir este sueño.

Al proyecto LogPort y a la Universidad Tecnológica de Bolívar por otorgarme el beneficio de la media beca, por darme la oportunidad de iniciar y culminar este proyecto personal y profesional que deja muchos aprendizajes y conocimientos.

Al PhD(C), Jaime Acevedo Chedid, por su amabilidad, dirección y comprensión

Al PhD(C), Katherinne Salas Navarro, por su disposición, ayuda, asesoría y motivación. Muchas gracias por su amabilidad, paciencia y enseñanzas.

A la Sra Nelcy Larios, Jefe de Producción de la empresa que me pudo suministrar los datos para el desarrollo del modelo. Gracias por creer en mí y en el proyecto.

A la Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco, por otorgarme los permisos laborales en los dos años de estudio, gracias por contribuir en mi crecimiento como profesional.

A mis compañeros de clase por su solidaridad, compañerismo y apoyo. Me alegró poder compartir con ustedes.

A todas aquellas personas que de una u otra manera contribuyeron en la realización de este trabajo.

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	12
CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO.....	15
1.1 CADENA DE SUMINISTRO.....	15
1.1.1 Enfoque Tradicional .....	15
1.1.2. Modelos de Colaboración en la Cadena de Suministro.....	22
1.1.2.1. Enfoque Colaborativo.....	22
1.1.2.2 Tipos de Colaboración. ....	27
1.1.2.3 Cadenas de Suministro Colaborativas .....	28
1.2 GESTIÓN DE INVENTARIOS.....	31
1.2.1 Generalidades.....	31
1.2.2 Modelo EPQ.....	37
1.2.3 Modelos de Cantidad Económica de Producción (EPQ) en sistemas de Producción imperfectos.....	42
1.3 OPTIMIZACIÓN NO LINEAL.....	49
1.3.1 Condiciones necesarias de optimalidad.....	50
1.3.2 Algoritmo de optimización sin restricciones.....	50
1.3.3 Algoritmo de optimización con restricciones .....	51
CAPITULO 2. MODELO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS COLABORATIVOS. ....	52
2.1 Modelo Conceptual para la gestión de inventario EPQ en cadenas de suministro multinivel con sistemas de producción imperfectos en esquemas colaborativos. ....	52

2.2 MODELO MATEMÁTICO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS COLABORATIVOS. ....	57
2.2.1. Definición de supuestos, conjuntos, parámetros, variables y tipos de restricciones. ....	57
3. CASO DE APLICACIÓN AL SECTOR DE PASTELERÍA Y REPOSTERÍA.....	72
3.1. SECTOR DE PANADERÍA Y REPOSTERÍA .....	72
3.2 GENERALIDADES DEL SECTOR PASTELERIA Y REPOSTERÍA.....	72
3.3. APLICACIÓN DEL MODELO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS COLABORATIVOS SECTOR PANADERÍA Y REPOSTERÍA.....	76
3.3.1. Datos del Modelo Matemático .....	76
3.4. RESULTADOS DEL MODELO .....	82
3.4.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.....	86
3.5. ANALISIS DE RESULTADOS.....	91
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	93
TRABAJOS FUTUROS.....	95
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA.....	97
ANEXOS .....	106
ANEXO 1. ANÁLISIS DE LA DEMANDA DEL MERCADO .....	106
ANEXO 2. PROGRAMACIÓN MODELO MATEMÁTICO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS COLABORATIVOS. ....	115

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Categorías de los inventarios.....	33
Tabla 2. Artículos Relacionados con el Problema en Estudio. ....	45
Tabla 3. Costos y valores del Fabricante .....	76
Tabla 4. Costos y valores de los Minoristas .....	77
Tabla 5 . Costos y valores del Minorista 1.....	79
Tabla 6.Costos y valores del Minorista 2.....	79
Tabla 7. Costos y valores del Minorista 3.....	79
Tabla 8. Beneficio de la Cadena de Suministro .....	83
Tabla 9.Resultados de beneficios esperados.....	85
Tabla 10. Análisis de Sensibilidad Fabricante.....	87
Tabla 11. Análisis de Sensibilidad Minorista 1 .....	88
Tabla 12. Estrategias para el beneficio conjunto de la Cadena de Suministro de dos niveles .....	91
Tabla 13. Demanda Anual de grupos de productos del distribuidor.....	106
Tabla 14. Ventas Producto Seleccionado Minorista 1 .....	109
Tabla 15. Ventas Producto Seleccionado Minorista 2.....	110
Tabla 16. Ventas Producto Seleccionado Minorista 3.....	111
Tabla 17. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para Minorista 1.....	112
Tabla 18. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para Minorista 2.....	113
Tabla 19. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para Minorista 3.....	114

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Cadena de Valor típica escalonada .....	16
Figura 2. Estructura de la Cadena de Suministro.....	18
Figura 3. Modelo de Dirección de la Cadena de Suministro .....	19
Figura 4. Casa de la Cadena de Suministros.....	20
Figura 5. Camino a la Coordinación .....	22
Figura 6. Metodología de Gestión de Inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una cadena de suministro.....	26
Figura 7. Modelo de Colaboración de la Cadena de Suministro .....	29
Figura 8. Modelos de Gestión de Inventario Determinísticos .....	34
Figura 9. Clasificación de los Inventarios Probabilísticos.....	35
Figura 10. Modelo Básico EPQ .....	41
Figura 11. Modelo Conceptual para la colaboración en la Cadena de Suministro .....	53
Figura 12. Modelo conceptual para la colaboración en la cadena de suministro .....	54
Figura 13. Estructura Conceptual en que depende la demanda. ....	56
Figura 14. Inventario Vs tiempo de fabricación .....	62
Figura 15. Cadena Productiva de las molinerías, reposterías y panaderías .....	73
Figura 16. Clasificación de Empresas del Sector Panadería y Repostería en Cartagena. .....	74
Figura 17. Beneficio de la Cadena de Suministro .....	84
Figura 18. Metodología para la resolución de un matemático de inventario de 2 niveles. .....	85
Figura 19. Análisis de Pareto para los productos de los minoristas.....	108
Figura 20. Histograma de Frecuencias para el Minorista 1. ....	112
Figura 21. Histograma de Frecuencias para el Minorista 2. ....	113
Figura 22. Histograma de Frecuencias para el Minorista 3. ....	114

## INTRODUCCIÓN

Actualmente, la logística se ha convertido en una estrategia fundamental que determina la competitividad de las empresas, puesto que crea valor y aumenta índices de rentabilidad; por lo tanto, los constantes cambios en el mercado hacen que las empresas busquen mejorar sus tiempos de respuesta y adaptarse ágil y rápidamente a los cambios. La realidad productiva de hoy, dejó de ser cien por ciento encadenada y las relaciones entre las empresas dejaron de ser exclusivamente comerciales, es decir, van más allá; algunas empresas se adaptan a las nuevas situaciones, y se descubre una nueva realidad organizativa en las empresas exitosas, ya que estas no compiten una a una sino entre redes de colaboración, las cuales son una estrategia que da como resultado el aumento de dicha competitividad.

En la década de los 80's la firma consultora Bozz Allen & Hamilton y específicamente su consultor Keith Oliver acuña los vocablos Supply Chain, quien lo definió como el conjunto de actividades derivadas de las relaciones de las empresas con sus proveedores, es decir, el manejo y gestión sobre la materia prima e insumos que suministran los proveedores y que se dirigen a las plantas y a las empresas comerciales; incluyendo actividades como: transporte, empaque, embalaje, despacho. Este concepto hacía énfasis en las relaciones de los actores de la cadena. Por su parte, Ballou (2004) afirma que: "La Cadena de Suministros y la Logística son considerados como un conjunto de actividades funcionales (transporte, control de inventarios, etc.) que se repiten muchas veces a lo largo del canal de flujo, mediante las cuales la materia prima se convierte en productos terminados y se añade valor para el consumidor" (p.7); en este sentido, la Administración de la Cadena de Suministro se basa en la eficiencia de las interacciones dentro de las organizaciones y fuera de ellas, es decir clientes, proveedores y stakeholders; manejando adecuadamente los flujos de materiales, flujos financieros y flujos de información, siendo este último el flujo más importante para el manejo de las relaciones.

Por otro lado, la cadena de suministro busca la gestión activa de las actividades como: manejo de materiales (compras, inventarios de fabricación, planeación de la producción),

logística (almacenamiento, embalaje, inventario de bienes terminados) y distribución física (planeación de distribución, procesamiento de pedidos, transporte). La gestión activa de estas actividades de la cadena de suministro y sus relaciones, busca maximizar el valor del cliente y lograr una ventaja competitiva sostenible, lo que representa un esfuerzo consciente de una empresa o grupo de empresas para desarrollar y ejecutar las cadenas de suministro de la manera más eficaz y eficiente posible (Bozarth & Handfield, 2005).

Bowersox, Closs, & Cooper (2007) afirman: “La logística añade valor al proceso de la cadena de suministro cuando el inventario se posiciona estratégicamente para lograr ventas”. Por lo anterior, es fundamental que las empresas sepan cuáles productos se fabricaran, cuando y donde. Por lo tanto, el proceso de fabricación implica programar los requerimientos bajo condiciones de incertidumbre, faltantes, problemas de calidad, capacidad y todas aquellas condiciones que impiden o limitan la producción. Es por ello, que las tres principales restricciones que afectan las operaciones de fabricación son: a) capacidad, entendida desde la cantidad de productos que se pueden producir por unidad de tiempo, b) las restricciones de equipo, relacionada con el uso de máquinas específicas para la realización de las actividades de fabricación, y (c) las restricciones de instalación/preparación, relacionadas directamente con la necesidad de variedad, es decir, acelerar el tiempo de preparación de los procesos y el tiempo requerido para alcanzar la capacidad comprobada (Bowersox, et al., 2007).

Teniendo en cuenta las anteriores restricciones, se han propuesto modelos que permiten optimizar las cantidades que se deben producir. El modelo EPQ (Economic Production Quantity), es un modelo matemático para el control de inventarios, cuyo objetivo es determinar las cantidades óptimas a producir, lo cual contribuye a minimizar los costos totales de fabricación, este modelo fue desarrollado por Taft ( 1918) como una extensión del modelo EOQ (Economic Order Quantity), inicialmente el modelo fue planteado bajo condiciones ideales como: Demandas Determinísticas, artículos de calidad perfecta, en donde las maquinas trabajan continua y sin problemas de capacidad. Sin embargo, desde 1986 se han estado estudiando diversos escenarios que influyen en las cantidades que se deben fabricar. Trabajar bajo contextos de producción imperfecta permite

encontrar escenarios propicios para tomar decisiones y que sean flexibles para la aplicación en las empresas de bienes; optimizar este tipo de sistemas permite minimizar costos a través de modelos que determinen las cantidades óptimas a producir y los niveles de escases que no permiten entregar las órdenes en el tiempo requerido (Reza Pasandideh et al. 2015).

Cárdenas-Barrón & Sana (2014) desarrollaron un modelo de inventario en donde se estudia el tema de la coordinación en una cadena de suministro de dos eslabones, un fabricante y un minorista, en donde la demanda es sensible a las iniciativas de los equipos de ventas. Los autores desarrollan un modelo de inventario, la cual busca tener una tasa de producción óptima, un tamaño de lote correcto, y unas iniciativas de ventas que permitan maximizar las ganancias del fabricante y del minorista.

A partir del trabajo planteado anteriormente, el presente trabajo busca a través de un modelo de inventario EPQ, determinar el lote de producción óptimo para alcanzar un beneficio conjunto entre un fabricante y varios minoristas, teniendo en cuenta una demanda determinística, influenciada por los las actividades que realicen los equipos de ventas. Finalmente, buscando el beneficio conjunto de la Cadena de Suministro.

El trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: en el primer capítulo se desarrolla una revisión del marco teórico el cual abarca lo concerniente al desarrollo de la Cadena de Suministro, modelos de gestión de inventarios específicamente el EPQ en sistemas de producción imperfectos y la influencia e importancia de los esquemas colaborativos dentro de la cadena; en el segundo capítulo se desarrollará el modelo conceptual y el modelo matemático EPQ bajo los parámetros de demanda estocástica dependiente de actividades promocionales de equipos de ventas y en esquemas colaborativos; en el tercer capítulo se presenta la caracterización del sector en que se realizará la validación, se validará el modelo planteado y se analizan los resultados obtenidos. Al final del documento se presentan los anexos que soportan la investigación y las referencias que se utilizaron.

## **CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO**

### **1.1 CADENA DE SUMINISTRO**

El término de la Cadena de Suministro se desarrolla a mediados de los años 80 debido a la necesidad de integración y coordinación de las actividades logísticas. En esta época la firma consultora Bozz Allen & Hamilton y específicamente el consultor Keith Oliver acuña los vocablos Supply Chain o Cadena de Suministro durante el desarrollo de una consultoría a un conjunto de empresas, con esto vocablos Oliver quiso dar a entender que la Cadena de Suministro es el conjunto de actividades derivadas de las relaciones de las empresas con sus proveedores, es decir, sobre el manejo de materias primas e insumos que se adquieren a los proveedores con destino a las plantas y a las empresas comerciales: manejo de mercancías, empaque, marcado, embalaje, despacho, cargue, transporte y descargue de la empresa manufacturera o comercial (Said, 2012). Para Ramdas & Spekman (2000) después de la ola de la Reingeniería de procesos y la mejora continua, las cuales fueron responsables de los procesos internos, muchas empresas empezaron a revisar sus relaciones con sus colaboradores de la cadena de suministro. Eso provocó un cambio en cuanto al enfoque de la gestión.

#### **1.1.1 Enfoque Tradicional**

Durante años, la función logística ha sido considerada como una actividad rutinaria, meramente operativa y necesaria para hacer llegar los productos desde los centros de producción a los de uso o consumo. Desde esta perspectiva, la función logística en la empresa era contemplada únicamente como un centro generador de costes sin capacidad de diferenciación (Ballou, 2004).

En el ámbito académico, su estudio se realizaba desde la perspectiva industrial o técnica, en busca de modelos que permitiesen optimizar espacios, planificar distribuciones y reducir costes. Con el tiempo, la globalización de la economía y la consiguiente apertura

de nuevos mercados distanciados geográficamente fueron cambiando la percepción de la función logística hacia nuevas dimensiones, en las que la función logística permitía ciertas ventajas competitivas basadas en la reducción de los tiempos de entrega o en la optimización de costes (Severa-Francés, 2010). A partir de allí, la función de la logística trascendía aquellas actividades operativas inherentes en las empresas, por tal motivo, su correcta administración y relación con los clientes y proveedores era un aspecto fundamental en el desarrollo de las organizaciones.

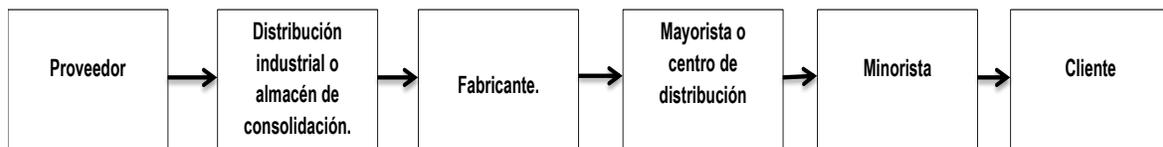


Figura 1. Cadena de Valor típica escalonada

Fuente: (Bowersox et al., 2007)

La Figura 1 ilustra una cadena de valor típica escalonada, la logística y la cadena de suministro tradicional se relacionan solamente con el movimiento físico de materiales y son las áreas anexas como Compras o Producción, Comercial o Ventas, quienes definen su ámbito de actuación. La misión de la logística se centra en absorber las inflexibilidades relacionadas con las compras o a la producción, las cuales se traducen en superficies para almacenar los materiales. La misión de la logística tradicional es mover los productos, dentro de los marcos establecidos, hacia los clientes. (Nickl, 2005). Nickl (2005) afirma: “El enfoque tradicional ha sido mantener niveles de stocks, pero hoy la tendencia apunta a reducir el Lead Time Logístico para romper el círculo vicioso” (p.17).

Mentzer, De Witt, Keebler, Min, Nix, & Smith (2001) definen la cadena de suministros como el conjunto de tres o más entidades (pueden ser organizaciones o personas) que están directamente involucradas en los procesos y flujos aguas arriba y aguas debajo de productos, servicios, finanzas y/o información, desde una fuente hasta un consumidor. También definió que existen tres tipos de cadena: La Cadena Directa, la cual involucra la compañía, sus proveedores y sus clientes, La Cadena Extendida, la cual involucra el proveedor del proveedor y al cliente del cliente y la última que involucra todas las entidades aguas arriba y aguas abajo de la empresa. Esta definición de Mentzer et al.

(2001) es una forma sistemática de ver la cadena de suministro, en donde las operaciones de los clientes y proveedores impactan en la competitividad de la empresa líder. En términos generales se puede considerar que una cadena de suministro es una red de compañías autónomas y semi-autónomas que son responsables de la obtención, producción, y entrega de un determinado producto y/o servicio al cliente final (Ignacio Pires & Carretero Díaz, 2007).

En cuanto a la estructura de la cadena de suministro, ésta va mucho más allá de la escalonada presentada anteriormente, Lambert & Cooper (2000) describieron la estructura de la cadena de suministro de acuerdo a la Figura 2; los autores resaltan la importancia comprender cómo se configura la estructura de la red de cadena de suministro. Sugieren que los tres aspectos principales de una estructura de la red de la empresa son: (1) los miembros de la cadena de suministro, (2) las dimensiones estructurales de la red, y (3) los diferentes tipos de enlaces y procesos en toda la cadena de suministro. En cuanto a los miembros de la cadena; integrar y gestionar todos los procesos con todos los miembros en toda la cadena de suministro sería una tarea compleja pero no imposible, la clave está en conocer qué miembros son críticos para el éxito de la empresa y la cadena de suministro y, por lo tanto, éstos últimos deben tener atención especial. En cuanto a las dimensiones estructurales de la Red, los autores identifican tres dimensiones (a) Estructura Horizontal, definida por el número de niveles de la cadena de suministro, (b) Estructura Vertical, definida por el número de empresas en cada nivel de la cadena de suministro y (c) Posición de la empresa focal, definida por la posición horizontal de la empresa a lo largo de la cadena de suministros.

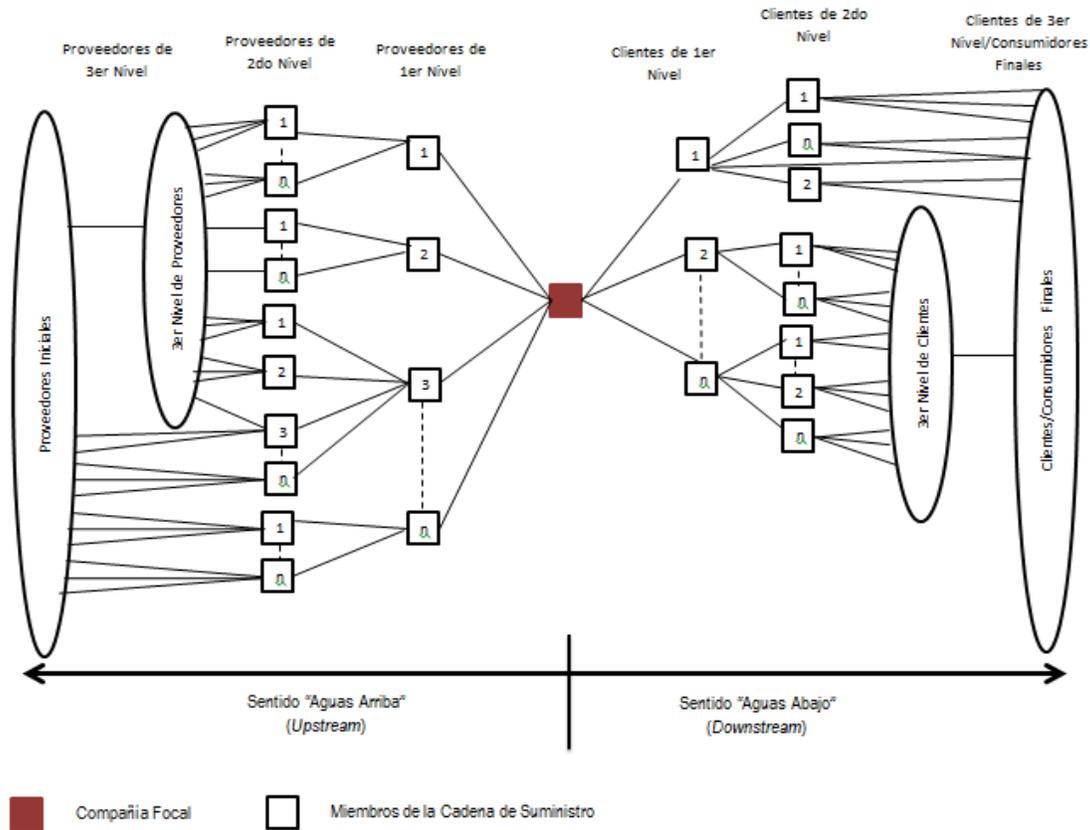


Figura 2. Estructura de la Cadena de Suministro

Fuente: Adaptación Lambert & Cooper (2000)

El éxito de las actividades realizadas en la Cadena de Suministro requiere un cambio de perspectiva en la gestión de las funciones individuales para la integración de las actividades en los procesos clave de la cadena de Suministro; tradicionalmente, las dos partes como "Aguas Arriba" (upstream o ascendente), es decir en el sentido de sus proveedores y "Aguas Abajo" (downstream), es decir en el sentido del cliente final han interactuado como entidades desconectadas que reciben flujos esporádicos de información en el tiempo. Lambert & Cooper (2000) definieron que la optimización de los flujos de bienes en la Cadena de Suministro no se puede lograr sin la aplicación de un enfoque basado en procesos, tales procesos fueron definidos como: gestión de las relaciones, gestión del servicio al cliente, gestión de la demanda, cumplimiento de la orden, gestión del flujo de fabricación, contratación, el desarrollo de productos y comercialización y devoluciones. Mentzer et al (2001) definen la Cadena de Suministro

como la Coordinación sistemática y estratégica de las funciones tradicionales del negocio; es decir, tales procesos se deben gestionar y coordinar eficientemente.

Teniendo en cuenta lo anterior, el concepto de Administración de la Cadena de Suministro le da un enfoque integrador a la cadena, pues administra los flujos financieros, de información y de producto, aquí la cadena debe ser vista como un todo, contrario a grupos fragmentados que desarrolla sus propias actividades. Ballou (2004) indica que la dirección de la cadena de suministro coordina los flujos de producto mediante funciones y a través de las compañías para lograr ventaja competitiva y la productividad para las empresas que hacen parte de ésta.

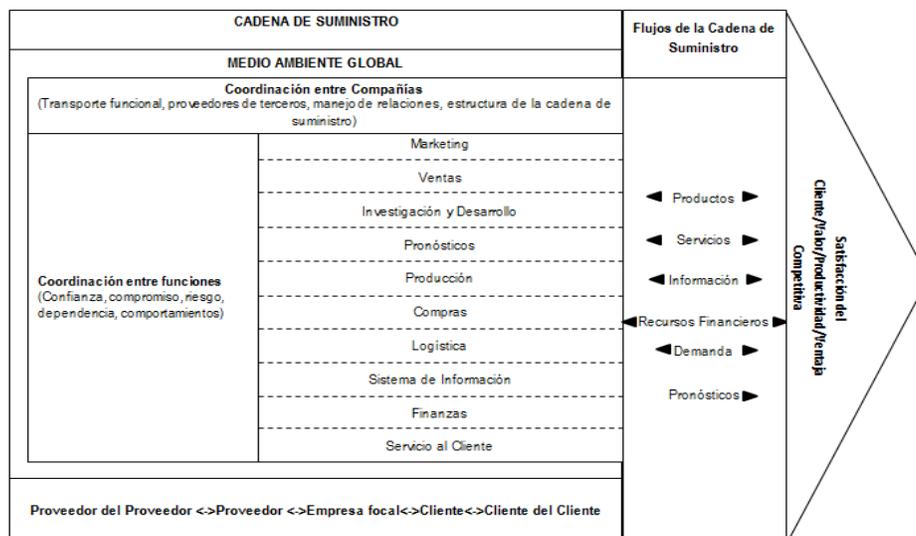


Figura 3. Modelo de Dirección de la Cadena de Suministro

Fuente: Mentzer et al (2001)

La ventaja competitiva en las organizaciones es lograda según Mentzer et al (2001) por el modelo de Dirección de su Cadena de Suministro, aquí los procesos deben estar alineados de tal manera que los objetivos finales deben ser: generar menores costos, dar valor agregado al cliente y asegurar su satisfacción. Teniendo en cuenta esto, la Figura 3 es planteada como una filosofía de integración que debe ser adoptada por las organizaciones, la cual es basada en: compartir información, compartir riesgos y recompensas, tener cooperación, tener la misma meta y el mismo enfoque en cumplir

con los requerimientos de los clientes, integración de los procesos y mantener relaciones a largo plazo.

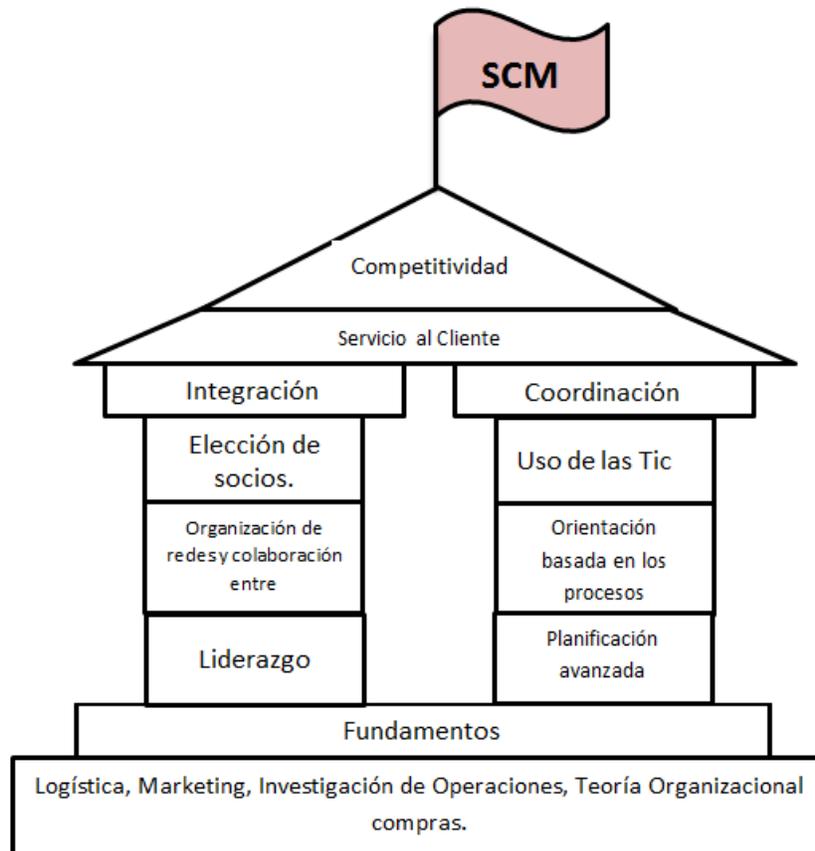


Figura 4. Casa de la Cadena de Suministros

Fuente: (Stadtler, 2005)

De acuerdo a la Figura 4, en donde se muestra la Casa de la Cadena de Suministro, se puede observar que el cliente es parte integral de la cadena. Gestionar la cadena de suministro significa integrar todas las unidades organizativas a lo largo de la misma, y coordinar materiales, información y flujos financieros para cumplir con los requerimientos de los clientes; todo esto con el fin de aumentar la competitividad. Como se puede observar en la gráfica, el techo de la casa de la Cadena de Suministro descansa sobre dos pilares: La Integración de las organizaciones y la Coordinación de los flujos. (Stadtler, 2005). Se detallan a continuación:

- ✓ **Competitividad y Servicio al Cliente:** Corresponden el objetivo principal de la Gestión de la cadena de suministros; cumplir con los requisitos de los clientes y mantener ventajas competitivas propias que mantengan a las organizaciones activas en el mercado. En concordancia con lo anterior, Porter (2003) afirma:

Todas las empresas deben mejorar constantemente la eficacia de sus actividades, pero para que una diferencia de rendimiento sea sostenible, se necesita generalmente contar con una posición estratégica singular. Las diferencias de estrategias estriban en diferencias de actividad, como las empresas hacen la tramitación de los pedidos, el montaje, el diseño de los productos, la formación y demás. Las estrategias resultan sostenibles a costa de ciertas renunciaciones, ya que, para ofrecer ciertos tipos de valor, la empresa tiene que sacrificar otros. Tanto la ventaja competitiva como las renunciaciones dependen no solo de las actividades individuales, sino el encaje entre éstas. (p.10).

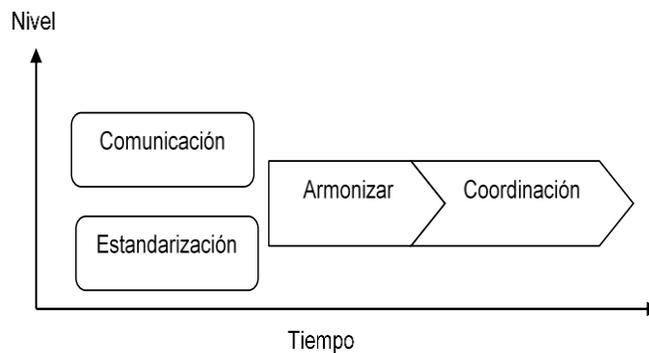
La palabra “encaje” se refiere a la integración de todas las actividades individuales que forman parte de los procesos y que son Imprescindibles para la consecución de los objetivos empresariales.

- ✓ **Integración:** Es la forma de hacer frente a los negocios, ya que requiere un enfoque que impulse el trabajo en equipo con clientes, proveedores para mejorar la relación costo/servicio como una cadena, como como una empresa aislada, trasladando así beneficios a los consumidores finales. Por lo tanto, se de lograr una integración funcional de todas las actividades como: Compras, Manufactura, Manejo de Inventarios y Almacenamiento.
- ✓ **Coordinación:** La coordinación se refiere a romper las barreras de la comunicación y superar la resistencia a compartir información, también implica tener sistemas de planificación empresariales y el desarrollo de previsiones sincronizadas. Para la Coordinación se requieren alienación de los diferentes intereses y estilos de gestión. La coordinación se refleja cuando los miembros de la cadena minimizan los costos

de operación y comparten los beneficios después de las políticas de planificación de la producción y las operaciones.

Las acciones coordinadas promueven la creación de valor y la reducción de pérdidas; un proceso de coordinación depende de la aplicación y el uso apropiado de los sistemas de información, así como el uso de sistemas adecuados de gestión de Almacenes, información en tiempo real sobre los niveles de inventario y disponibilidad de recursos. Balcázar-Camacho, López-Bello, & Adarme-Jaimes (2016).

Balcázar-Camacho et al. (2016) plantean que la coordinación de la Cadena de Suministro implica que las acciones estén articuladas y armonizadas; estas acciones deben promover la creación de valor y la reducción de pérdidas. En la siguiente figura (Figura 5) proponen un esquema considerado el camino hacia la coordinación:



*Figura 5. Camino a la Coordinación*

Fuente: Balcázar-Camacho et al. (2016)

## **1.1.2. Modelos de Colaboración en la Cadena de Suministro.**

### **1.1.2.1. Enfoque Colaborativo**

La colaboración en la cadena de suministro ha sido fuertemente defendida por consultores y académicos desde mediados de la década de 1990 bajo la bandera de conceptos tales como Inventario Gestionado por el Vendedor (VMI), Planeación, pronóstico y reabastecimiento colaborativo (CPFR) y Planeación de Reposición Continua (CRP). Es ampliamente aceptado que la creación de una cadena de suministro

sincronizada, colaborativa y sin fisuras conduce a una mayor capacidad de respuesta y menores costos de inventario. (Holweg, Disney, Holmström, & Smaros, 2005)

Las relaciones proveedor-comprador han sido objeto de muchos estudios de investigación. Los factores de éxito y fracaso en estos tipos específicos de relaciones se describen en numerosos artículos, algunos estudios han identificado pasos críticos para lograr la colaboración en la cadena de suministro. (Lummus, Vokurka, & Alber, 1998)

Según Simatupang & Sridharan (2002) una cadena de Suministro colaborativa se entiende como la adecuada combinación de relaciones, armonización, ajuste y alienación de un número de elementos, como acciones, objetivos, decisiones, fondos e intercambio y conocimiento de la información, para lograr las metas globales; si bien la competencia sigue siendo el modelo dominante que guía la economía, por lo tanto, la creciente importancia de la colaboración ha ubicado a la cadena de suministro como una unidad de competencia principal (Ballou, 2004).

Stadtler (2005) considera que la gestión de la cadena de suministro integra diferentes organizaciones a lo largo de toda la cadena, coordinando el flujo de materiales, información y finanzas de forma que satisfaga la demanda de los clientes y aumente la competitividad.

Con respecto a la gestión de la cadena de suministro (SCM), Mentzer et al. (2001) La define como la sistemática y estratégica coordinación de las tradicionales funciones de la empresa (Marketing, Ventas, I+D, Pronósticos, Producción, Compras, Logística, Sistemas de información, Finanzas y Servicio al cliente) y de las tácticas desarrolladas a lo largo de esas funciones, dentro de una empresa en particular y los restantes involucrados a lo largo de toda la cadena; es decir, que se crean vínculos a largo plazo entre las empresas que hacen parte de la red.

Actualmente, el Council of Supply Chain Management Professionals indica que la gestión de la cadena de suministros abarca la planificación y gestión de todas las actividades involucradas en el suministro, adquisición y todas las actividades de gestión de la logística. Es importante destacar, que también incluye la coordinación y la colaboración

con los socios de canal, que pueden ser proveedores, intermediarios, proveedores de servicios de terceros y clientes. En esencia, la gestión de la cadena de suministro integra la oferta y la gestión de la demanda dentro y fuera de las empresas.

Ortiz-Vargas & Montoya-Torres (2012) analizan tres escenarios de colaboración: (1) Escenario de colaboración total, en el cual los actores de la cadena comparten toda la información desde el instante inicial: tanto el proveedor como el fabricante conocen perfectamente la demanda, así como la información relacionada con cada uno de los trabajos que tienen que procesar. Existe perfecta confianza entre los miembros de la cadena de suministro, saben cómo procesar toda la información que se comparte para alcanzar el rendimiento esperado y cuentan con todos los recursos tecnológicos para conocer y compartir la información. (2) Escenario de Colaboración Nula, en donde no existe confianza y la cadena no posee la tecnología para conocer y compartir la información entre actores. No existe ningún tipo de colaboración entre los miembros que conforman la cadena; Los algoritmos de programación de la producción deben tomar las decisiones de ejecución basados en la información disponible cada instante en que alguno de los recursos de producción se libera, sin considerar futuras llegadas y (3) Escenario de Colaboración Parcial, la cual es un escenario intermedio entre los dos anteriores, puesto que existe cierto grado de confianza entre los miembros de la cadena de suministro, el proveedor tiene cierta información sobre las futuras órdenes de producción que le llegarán. Esto le permite administrar sus recursos teniendo en cuenta la información disponible.

Según Derrouiche, Neubert, & Bouras (2008) la colaboración en la Cadena de Suministro se ha evidenciado en múltiples conceptos, tales como la Respuesta Rápida, Respuesta eficiente al Cliente, Política de Reabastecimiento Continuo, Inventario Manejado por el Vendedor (VMI), Planeación, Pronósticos y Reabastecimiento Colaborativo, Respuesta sincronizada al Cliente, Reabastecimiento Rápido y Administración del Inventario Centralizado, los autores afirman que la colaboración en la Cadena de Suministro juega un papel crucial en la mejora del rendimiento general que beneficia a todos los actores de la cadena.

Según Ribas Vila & Companys Pascual (2007) afirman que no trabajar en esquemas colaborativos produce ineficiencias globales. La planificación colaborativa permite que los flujos de bienes (recursos) y de información se gestionen de una forma óptima, que todos los actores de la cadena puedan obtener beneficios.

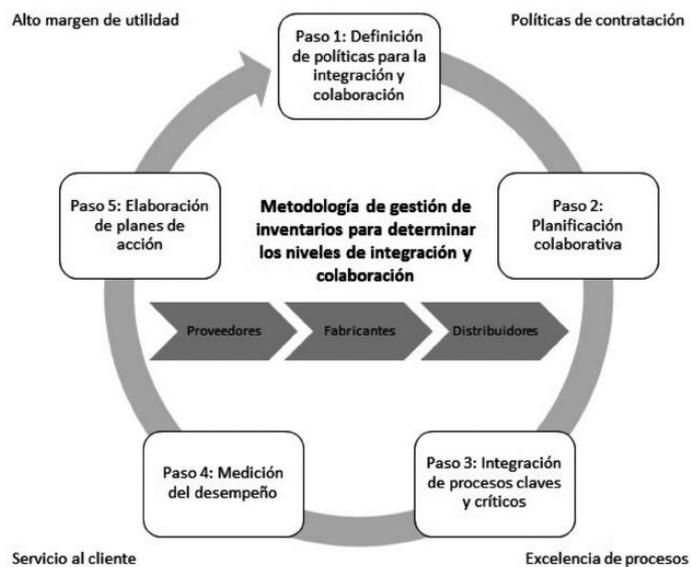
En cuanto a las ventajas que tiene la colaboración, Corsten & Felde (2005) examinaron las condiciones bajo las cuales se generan beneficios a partir de la colaboración entre la empresa y los proveedores; los resultados obtenidos demuestran que la colaboración del proveedor tiene un efecto positivo sobre el rendimiento del comprador, tanto en términos de capacidad innovadora y los resultados financieros. Como era de esperar, la confianza y la dependencia juegan un papel importante en las relaciones con el proveedor, por otra parte, la información también juega un papel importante en los procesos de colaboración, Yu, Yan, & Cheng (2001) afirman que las Tecnologías de Información pueden ser utilizadas para ayudar a los miembros de la cadena de suministro a establecer alianzas para mejorar el rendimiento de su sistema, dichas alianzas en la cadena de suministro pueden mitigar las deficiencias asociadas con el control descentralizado y reducir el "efecto látigo".

Spekman & Davis (2016) encontraron que el término Empresa Extendida (EE) está siendo reemplazado por el término de "Cadenas de suministro colaborativas", los autores identificaron barreras a la colaboración tales como una falta de voluntad para compartir información, falta de confianza, percepciones de falta de mutualidad y simetría, y desconfianza sobre la equidad de los beneficios, los costos y el riesgo compartido, teniendo en cuenta lo que afirman los autores, la colaboración se produce cuando existen objetivos comunes y se trabaja conjuntamente para alcanzarlos, los cuales son muy difíciles obtener solos.

En la actualidad la colaboración en la Cadena de Suministro es vista desde el punto de vista sostenible, Chen et al. (2017) refieren que la sostenibilidad está ganando más atención en el campo empresarial; una de las tendencias en investigación en colaboración son el estudio de los efectos económicos y ambientales, también otra de

las tendencias en investigación en este tema de la colaboración en la cadena de Suministro son la educación, las comunicaciones y las responsabilidades compartidas.

Salas-Navarro et al. (2017), desarrollaron una metodología de gestión de inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una Cadena de Suministro, con el objetivo que se generen políticas y estrategias conjuntas para mejorar el desempeño de los actores de la cadena. La metodología incluye 5 pasos:



*Figura 6.* Metodología de Gestión de Inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una cadena de suministro

Fuente: Salas-Navarro et al. (2017).

El resultado de esta investigación arrojó una baja planificación de los procesos, poca información en tiempo real, desconocimiento de los niveles de inventarios entre los actores de cada eslabón de la cadena, por lo tanto, las empresas del sector en estudio y demás sectores deben fortalecer sus relaciones de colaboración en las actividades de compra y abastecimiento, mejorar la comunicación de los actores de la cadena y así poder ser competitivos en el mercado, aumentando el beneficio económico y mejorando los niveles de servicio al cliente.

Liu (2018), estudia la colaboración de la Cadena de Suministro desde el punto de vista ambiental, ya que la reducción de las emisiones de CO<sub>2</sub> debe ser una iniciativa estratégica, que consiste en la colaboración de una compañía con sus socios de la cadena en reducir dichas emisiones, mediante el intercambio de tecnología, activos y conocimiento; el autor sugiere ayudar a las empresas individuales a lograr una ventaja competitiva y mejorar su desempeño, al tiempo que incorporan estrategias ambientales proactivas en los negocios.

### **1.1.2.2 Tipos de Colaboración.**

La colaboración es un proceso mediante el cual se alcanzan unos objetivos que no se pueden lograr si se actúa solo o no se pueden hacer de forma eficiente, para ello se requiere que se determinen los objetivos en conjunto, responsabilidad compartida en la obtención de los mismos y utilizar la experiencia de cada colaborador. Las actividades colaborativas en una cadena de suministro requieren de las relaciones entre los proveedores, fabricantes, clientes y demás actores en la planificación de la demanda, de capacidades, servicio al cliente, entre otras actividades que requieran intercambio de información en tiempo real para poder atender a los requerimientos de los clientes y a las fluctuaciones de la demanda.

La colaboración en una cadena de suministro puede clasificarse de acuerdo a múltiples dimensiones: liderazgo, objetos, y la estructura de la red de colaboración. Por lo general, uno de los socios que participan en la colaboración tiene un papel líder, mientras que el otro (u otros) son seguidores (Standler, 2005).

Teniendo en cuenta lo anterior, Simatupang & Sridharan (2004) realizaron un benchmarking de las prácticas de colaboración de las empresas que conforman el Supply Chain, con base en esto, clasificaron cuatro tipos de colaboración basados en los índices de colaboración y los índices de rendimiento: Colaboración eficiente, Colaboración sinérgica, Colaboración subestimada y Colaboración futura. Los autores indican que aquellos que desarrollaron un alto grado de colaboración lograron alcanzar un mayor nivel de rendimiento. De acuerdo al estudio realizado por los autores, concluyeron que

la colaboración en la Cadena de Suministro permite a los miembros de la cadena lograr un mejor rendimiento, también indicó que cómo los miembros de la cadena con una fuerte colaboración a menudo son capaces de tener mejor rendimiento que sus competidores. El estudio comparativo demostró que proveedores y retailers deben compartir preocupaciones para establecer claramente objetivos y elaborar planes para alcanzar esos objetivos. La dirección de ambas partes debe elaborar una estrategia integrada para iniciar mejoras en prácticas colaborativas específicas. Mejorar las prácticas de colaboración conduciría a un mejor desempeño en el cumplimiento, menor inventario y capacidad de respuesta.

### **1.1.2.3 Cadenas de Suministro Colaborativas**

Las Cadenas de Suministro Colaborativas son la alternativa a la hora de establecer relaciones entre compañías con el fin de que sus actividades empresariales se lleven a cabo de una forma satisfactoria.

En una cadena de suministro colaborativa, las entidades acuerdan un conjunto de objetivos comúnmente definidos y utilizan sus activos complementarios para alcanzar una ventaja competitiva a largo plazo. La cadena de suministro colaborativa tiene un proceso de toma de decisiones basado en la igualdad (Lejeune & Yakova, 2005). Las relaciones entre los miembros de una cadena de suministro colaborativa se caracterizan por un alto nivel de confianza, que permite enfocar los recursos y las actividades estratégicas de cada organización en funciones específicas para cada una de ellas (Heide & John, 1990).

La colaboración en la cadena de suministro es considerada como un proceso de asociación en el que no menos de dos partes independientes trabajan mano a mano para dirigir y ejecutar las operaciones de la cadena de suministro para el cumplimiento de objetivos comunes y beneficios mutuos (Chen *et al.*, 2017). (Soylu, Oruç, Turkay, Fujita, & Asakura, 2006) afirman que la colaboración en la cadena de suministro es una forma

común para que las empresas de toda la cadena de suministro compartan la información, establezcan alianzas estratégicas para mejorar el rendimiento y reducir los costos de inventarios.

En cuanto a los modelos para alcanzar la colaboración entre organizaciones, Ramanathan y Gunasekaran (2014), desarrollaron un modelo para medir el impacto de la planificación colaborativa, para esto utilizaron como modelo un Análisis Factorial Confirmatorio, en donde a través de unas hipótesis, se recogen datos de empresas y se desarrollan cinco constructos diferentes del modelo de colaboración: El análisis de factores ha identificado 5 constructos latentes, los cuales son: la planificación colaborativa (CP), la ejecución colaborativa (CE), la toma de decisiones colaborativas (CDM), el éxito de la colaboración y la colaboración a largo plazo (LTC), en la gráfica 6, se puede observar la relación de cada una de los constructos:

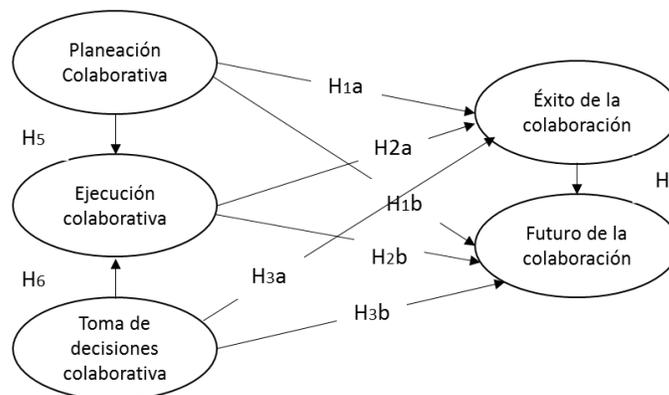


Figura 7. Modelo de Colaboración de la Cadena de Suministro

Fuente: Ramanathan y Gunasekaran (2014)

Las hipótesis desarrolladas son las siguientes: **1a.** La planificación colaborativa tiene un impacto significativo positivo en las colaboraciones de éxito, **1b.** La planificación colaborativa tiene un impacto positivo significativo en futuras colaboraciones a largo plazo, **2a.** La ejecución colaborativa de las actividades de SC tiene un impacto significativo en el éxito de la colaboración, **2b.** La ejecución colaborativa de las actividades de SC tiene un impacto significativo en la colaboración a largo plazo, **3a.** La toma de decisiones colaborativa tiene un impacto significativo positivo en el éxito de la colaboración, **3b.** La toma de decisiones colaborativa tiene un impacto significativo

positivo en la colaboración futura a largo plazo, **4**. El éxito de la colaboración conduce a colaboraciones futuras a largo plazo, **5**. La planificación colaborativa tiene un impacto significativo en los procesos de ejecución colaborativa y **6**. La decisión colaborativa tiene un impacto significativo en la ejecución colaborativa de los procesos del SC.

Holweg et al. (2005) clasificaron los conceptos de colaboración teniendo en cuenta cuatro configuraciones distintas: Tipo 0; en donde la única información que está a disposición del proveedor es la orden de compra emitida por el minorista. Basándose sólo en las órdenes de compra causan el efecto látigo (bullwhip effect), causando que se ordene “Just in case” y causando costos significativos al sistema.

En la configuración de la cadena Tipo 1, se utiliza la información de la demanda para mejorar las previsiones del proveedor; tomando las ventas finales de clientes para generar el pronóstico a nivel de proveedor, esto es una gran mejora en comparación con el simple hecho de confiar en las órdenes enviadas por el minorista, dando como resultado la eliminación de los retrasos y la incertidumbre. En la configuración tipo 2, la tarea de generar la orden de reposición se da al proveedor, que entonces se hace responsable de mantener el inventario del minorista y, posteriormente, los niveles de servicio de los minoristas; en consecuencia, la inversión en inventario necesaria para mantener los niveles de servicio al cliente puede potencialmente reducirse. En efecto, el proveedor se dedica para generar exactamente los mismos pedidos de reposición basados en la misma información que el cliente utilizó anteriormente para tomar sus decisiones de compra. Por último, en la configuración Tipo 3, el proveedor se encarga de la reposición del inventario del cliente a nivel operativo y utiliza esta visibilidad para planificar sus propias operaciones de suministro. La diferencia es que en situaciones de escasez, el proveedor prioriza a los clientes de los que es responsable de gestionar el inventario.

## **1.2 GESTIÓN DE INVENTARIOS**

### **1.2.1 Generalidades**

De acuerdo a Girlich & Chikán (2001), el uso de herramientas matemáticas en la década de 1950 dio lugar para el describir y analizar los problemas concernientes al inventario. El creciente interés práctico en la gestión de inventarios después de la Segunda Guerra Mundial, junto con el desarrollo y aceptación de las teorías de probabilidad ha tenido como consecuencia el incremento de realización de investigaciones en la teorías de los inventarios.

Shapiro & Wagner (2009) afirman que la inclusión de las decisiones de implementación de inventario y los costos asociados y las tasas de reabastecimiento a menudo se ignoran en los modelos de optimización de la Red. Esta deficiencia de modelado se ha debido en gran parte a la incompatibilidad entre los modelos de programación matemática utilizados para la optimización de redes y los modelos probabilísticos utilizados para la planificación de inventarios. Por el contrario, como sugieren Metersky & Kilgore (2004), los enfoques analíticos que se centran demasiado en las decisiones de planificación de inventarios a largo plazo sin tener en cuenta los problemas de diseño pueden conducir a soluciones que distan de ser óptimas. Proponen que los gerentes tomen una visión del costo total del inventario al diseñar sus cadenas de suministro para equilibrar los costos con los niveles de servicio.

Uno de los aspectos que influye en la Cadena de Suministro es el inventario, ya los altos o bajos niveles de inventarios no solo afectan el costo global de una empresa, sino que impacta en el rendimiento de toda la cadena de suministro. La meta más alta de la empresa ya no es la cantidad de sus ganancias, sino cómo influyen en las operaciones de los fabricantes, proveedores y vendedores, por lo tanto cada uno de los actores de la cadena debe trabajar de forma coordinada para entregar pedidos perfectos, entregar los productos a las manos de los clientes con la mayor velocidad, mejorar la capacidad de responder rápidamente al todo sistema de gestión de inventario de las empresas

requieren la capacidad eficiente para mejorar la agilidad y la capacidad de adaptación de la cadena de suministro.

En el sentido general, el inventario permite satisfacer las necesidades del futuro con una incertidumbre considerable. El uso del inventario, se combina con el modo de organización de la producción de la empresa. Por otra parte, el intercambio de información es la base para la gestión de la Cadena de Suministros, en cuanto a los inventarios esta información debe ser de forma bidireccional la cual incluye: información de pedidos, niveles de inventario, la demanda real del mercado, la demanda futura, información de previsión de la demanda de los proveedores, la política de reposición de nivel de información, el suministro de información, niveles de inventario e información de la capacidad de producción del fabricante.

Lopes-Martínez, Gómez-Acosta, & Acevedo-Suárez (2012) indican que la gestión de inventarios es una actividad compleja, ya que para evaluarla no es posible tener en cuenta, de forma aislada, indicadores y parámetros determinados, pues solo con una integración de resultados es posible determinar el nivel en que se encuentra la empresa, también debe tenerse en cuenta debe tenerse en cuenta que el inventario es dinero inmovilizado y afecta directamente la liquidez de la empresa, por lo que si no se maneja bien puede afectar toda una organización.

Los inventarios agrupan el conjunto de bienes que las empresas requieren para satisfacer la demanda de sus productos o servicios que ofertan. Las principales razones que justifican el mantenimiento de inventarios se centran en lograr economías de escala, enfrentar la incertidumbre, especulación, prescindir de las inversiones en tránsito, suavizar la variabilidad de la demanda, restricciones de la logística empresarial y costos de los sistemas de control (Nahmias, Análisis de la producción y las operaciones., 2007).

Los inventarios se dividen 3 categorías de acuerdo a tres parámetros: Fuente de demanda, posición del inventario y función o uso dentro del proceso. Como lo muestra la siguiente tabla:

**Tabla 1.** Categorías de los inventarios. Fuente: Elaboración Propia.

CATEGORÍAS DE INVENTARIOS		
Según fuente de demanda	Posición del inventario en el proceso	Función o uso del inventario dentro del proceso
Inventario de Demanda Independiente	Materia Prima	Inventario en Tránsito
Inventario de Demanda dependiente	Trabajo en Proceso	Inventario de ciclo
	Bienes terminados	Inventario de Almacenamiento Temporal (Inventario de Seguridad).
	Mantenimientos, reparación y operaciones.	Inventario de Anticipación.
		Inventario de desacoplamiento.

Fuente: Elaboración Propia.

En la gestión de inventarios se utilizan dos tipos de modelos:

- Modelo Determinista:** En este tipo de modelos la demanda es constante y conocida en el tiempo, ya que se sabe en todo momento qué tipo de demanda exigen los clientes. En este modelo en el momento de lanzar una orden de pedido, es muy fiable y rápido, ya que hay constancia de la disponibilidad de las existencias por medio de su demanda; la única variable a saber es la cantidad de pedido, para lo cual se utiliza el Lote Económico de Pedido. La Figura 8 muestra los modelos de inventarios determinísticos:

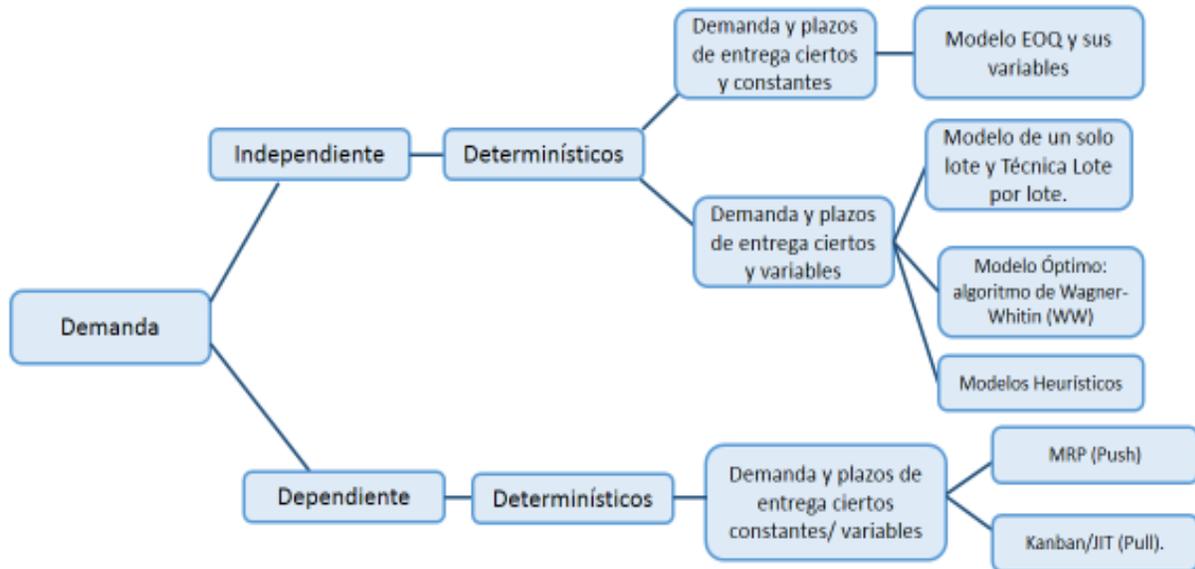


Figura 8. Modelos de Gestión de Inventario Determinísticos  
 Fuente: Adaptación de (Bustos Flores & Chacón Parra, 2012)

Güllü, Önoğlu, & Erkip (1997) indican que las formulaciones clásicas de los modelos de inventario generalmente se asume que la capacidad de oferta o producción es ilimitada sobre el horizonte de planificación, o es igual a un nivel determinista, sin embargo, los autores hacen énfasis en que la mayoría de los modelos de producción /inventario implican incertidumbre en el entorno, por eso su importancia en realizar este tipo de modelados, ya que factores como escasez (disponibilidad del material), averías de máquinas inesperadas, ajustes inesperados al proceso o huelgas hacen que el tratamiento de la incertidumbre del suministro sea un tema importante en el análisis de problemas de inventario.

- Modelo Probabilístico:** Este modelo asume que la demanda y el tiempo de entrega no son conocidos ni fijos, sin embargo, el comportamiento de sus variables sigue un comportamiento de distribución de probabilidad. Según Mathur & Solow (1996) los inventarios probabilísticos se pueden clasificar, según la frecuencia de revisión: en modelos de *revisión continua* y de *revisión periódica*. En la figura 8 se muestra detalladamente la clasificación de este tipo particular de inventarios:

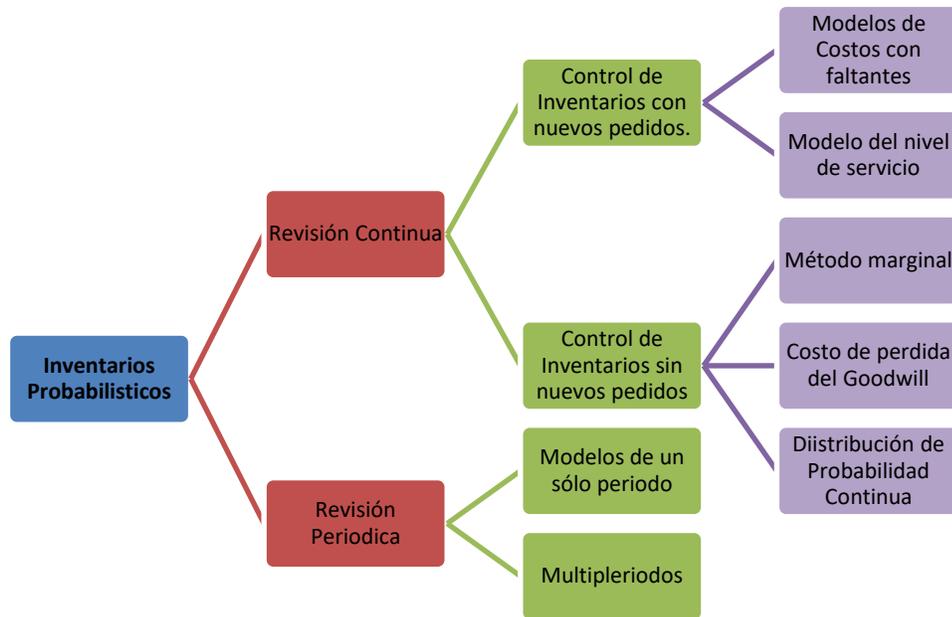


Figura 9. Clasificación de los Inventarios Probabilísticos

Fuente: Adaptación de (Ríos, Martínez, Palomo, Cáceres, & Díaz, 2008)

La revisión periódica significa que el nivel de inventario se conoce solo en puntos discretos, y la revisión continua significa que el nivel de inventario se conoce en todo momento.

Los modelos de revisión periódica pueden ser para un período de planificación o para múltiples períodos de planificación. Para los modelos de un período, el objetivo es equilibrar adecuadamente los costos de excedentes (pedir demasiado) y menor de edad (pedir muy poco). Los modelos de un sólo período son útiles en varios contextos: planificación de tamaños de envío iniciales para artículos de alta costura, políticas de pedido de productos alimenticios que perecen rápidamente o determinación de niveles de productos con vidas útiles cortas, como periódicos (Nahmias, 2009).

En todo modelo de inventario es crucial la determinación del punto de pedido (R) y el tamaño de pedido (Q), ya que el costo anual esperado del faltante afectará por estos valores, sin embargo, debido a la incertidumbre de la demanda durante el tiempo de producción, en ocasiones se presenta un agotamiento de existencias, por lo que se

deben tener unidades adicionales en el inventario (inventario de seguridad) (Ríos, et al., 2008).

Miranda & Garrido (2004) proponen un enfoque simultáneo para incorporar decisiones de control de inventario, como la cantidad económica de pedidos y las decisiones de existencias de seguridad, en modelos típicos de ubicación de instalaciones, que se utilizan para resolver el problema de diseño de la red de distribución, considerando demanda estocástica y mantenimiento de equipos.

Amiri-Aref, Klibi, & Babai (2017) proponen un modelo de optimización de inventarios de varios periodos y multinivel. El objetivo es proponer un enfoque de modelado genérico para integrar las características clave de las decisiones de planificación de inventarios, realizados bajo una política de punto de pedido desde el pedido hasta al nivel  $(s, S)$ , teniendo en cuenta decisiones de ubicación y asignación para hacer frente a la incertidumbre de la demanda dada la estructura jerárquica del problema, se propone un modelo matemático estocástico de dos etapas que maximiza el beneficio total esperado de la red de la cadena de suministro.

Uno de los problemas a los que se ve enfrentada la cadena es el denominado Efecto Látigo o Bullhip Effect que se produce por aquella distorsión de la demanda; la existencia de este efecto perjudica seriamente la eficacia operacional de la cadena de suministro, por lo tanto, cómo mitigar el impacto negativo sobre la gestión del inventario de la cadena de suministro es el gran desafío. Por otro lado, los inventarios también se ven enfrentados a problemas como: la incertidumbre del plan interno de la empresa y la incertidumbre de la cadena de suministro, por lo tanto, se debe buscar las herramientas que permitan realizar el seguimiento de todos los factores inciertos correctamente, y que el impacto sobre el inventario y el rendimiento de la cadena de suministro sea mínimo. (Li, Zho, & Yang, 2014, p.2).

Díaz-Batista & Pérez-Armayor (2012) trabajaron en la importancia de los inventarios en la cadena de suministro, también demuestran cómo a través de modelos cuantitativos como EOQ y EPQ se pueden tomar decisiones sobre las variables principales que definen el comportamiento y costo de los inventarios. También demuestran que la

actividad colaborativa entre varias entidades produce un menor costo total anual que las actividades realizadas de forma individual. Sin embargo, el óptimo global pudiera perjudicar los intereses individuales de alguno de los miembros de la cadena. Es entonces que se requiere un proceso de negociación entre las diferentes entidades (que por lo general no pertenecen a una misma organización) para acordar los valores de órdenes de pedido y de tiempos de entrega más convenientes. En este sentido el análisis colaborativo es fundamental porque supera la toma de decisiones óptimas individuales y se convierten en decisiones óptimas que impactan en la cadena de suministro en su conjunto.

### **1.2.2 Modelo EPQ**

El método EPQ, conocido por sus siglas en inglés como Economic Production Quantity, es un modelo matemático para el control de inventarios, cuyo objetivo es determinar las cantidades óptimas a producir, lo cual contribuye a minimizar los costos totales de fabricación, este modelo fue desarrollado por E.W Taft en 1918 como una extensión del modelo EOQ (Economic Order Quantity), este último propuesto por Harris en 1913. El modelo EOQ trabaja bajo supuestos en donde no hay escases de inventario, las demandas son determinísticas y los artículos son de calidad perfecta, Reza Pasandideh et al. (2015), sin embargo Hadley and Whitin en 1913 extendieron el modelo de Harris, incluyendo la escases, otra extensión fue propuesta por Abboud y Sfairy en 1997, quienes desarrollaron el modelo EOQ bajo el efecto de faltantes y pedidos pendientes, también asumieron su investigación que el cliente estaría dispuesto a esperar cuando hubiera agotados sin un costo adicional.

Otro supuesto del modelo de inventario EOQ es que todos los productos tienen una calidad perfecta. Sin embargo, la baja calidad de los productos es de gran importancia en el sistema de inventario de las organizaciones modernas. Whitin (1953) fue el primer investigador que presentó el modelo con baja calidad en los productos. Una década más tarde, Ghare y Schrader (1963) presentaron un modelo de inventario EOQ en donde el inventario decae exponencialmente, añadiéndole productos defectuosos. Covert y Philip (1973) extendieron el modelo de inventario EOQ teniendo en cuenta productos de baja calidad relacionados con tiempos de supervivencia con una distribución de Weibull. Más

tarde, Weiss (1982) analiza un sistema de inventario productos defectuosos manteniendo una demanda determinística y añadiendo una restricción de averío de la maquinaria en un periodo de tiempo, por otra parte Salameh & Jaber (2000) estudiaron una política de tamaño de lote; ellos asumieron una inspección al 100% de todos los artículos y que éstos eran retirados no por artículo sino por lote, sin embargo Cárdenas-Barrón (2000) corrigió la fórmula matemática planteada por Salameh & Jaber y determinó una forma más simple de obtener la cantidad óptima de pedido, ésta corrección no afectó la idea principal de la investigación, el cual demostró que la cantidad de tamaño de lote económico tiende a aumentar a medida que el porcentaje de medio de artículos de calidad imperfecta aumenta.

Sarker & Kindi (2006) desarrollaron el modelo EOQ para obtener una política óptima de pedidos durante un periodo de venta en cinco casos distintos: (1) la coincidencia del periodo de descuentos con el periodo de reaprovisionamiento, (2) la no coincidencia de periodo de descuentos con el tiempo de reposición, (3) Período de descuentos más largos (4) precios de descuento en función de la cantidad de pedido, y (5) descuentos incrementales.

Eroglua & Ozdemirb (2007), propusieron un modelo de inventario EOQ con productos pendientes de entrega y los productos defectuosos, que se venden a un precio de venta de descuento como un solo lote y se pudo corroborar que cuando las tasas de defectos y desechos aumentan de forma individual, el beneficio total por unidad de tiempo disminuye.

Goyal & Jaber (2008), realizaron una nota al modelo planteado por Sarker & Kindi, el cual consistió en proponer un modelo de análisis más sencillo para el caso en donde el periodo de descuentos coincide con el periodo de reaprovisionamientos, por otra parte, Cárdenas-Barrón L. E (2009) extendió las políticas de los escenarios presentados por Sarker & Kindi, el estudio presenta un enfoque alternativo simple de solución para que los lectores que no están familiarizados con el cálculo diferencial pueden ser capaces de entender la solución con facilidad, esto a través de la geometría analítica.

Sana (2010), desarrolló el modelo EOQ para productos perecederos, en donde los pedidos pendientes son permitidos, aquí se desarrolla un modelo que optimiza el tiempo de reaprovisionamiento y demuestra la política óptima de pedido.

Hsu & Hsu (2013), desarrollaron un modelo EOQ el cual considera productos de calidad imperfecta, errores de inspección, pedidos pendientes por entregar, escasez y devoluciones. El modelo fue desarrollado para evitar la escasez de productos durante el tiempo en que estos se determinan como defectuosos. Los ejemplos numéricos desarrollados sobre la solución óptima demuestran los impactos económicos de los errores de inspección y pedidos pendientes.

Recientemente Skouri et al.(2014), desarrollaron una modelo de inventario de un solo nivel incluyendo la estrategia EOQ, en la cual consideraron pedidos pendientes y el rechazo de los lotes de productos defectuosos; esto con el fin de analizar el efecto financiero sobre el sistema.

Trabajar bajo contextos de producción imperfecta permite encontrar escenarios propicios para tomar decisiones y que sean flexibles para la aplicación en las empresas de bienes, optimizar este tipo de sistemas permite minimizar costos a través de modelos que determinen las cantidades óptimas a producir y los niveles de escases que no permiten entregar las órdenes a tiempo Chen, Lo, & Liao (2008).

El clásico modelo EPQ clásico supone que todos los artículos producidos son de calidad perfecta y se producen continuamente para satisfacer la demanda del producto. Sin embargo, en un entorno de producción de la vida real, algunos factores como el deterioro de los procesos de producción, el desgaste de la maquinaria, la calidad imperfecta de los componentes, etc., generan elementos defectuosos que no pueden ignorarse en el proceso de producción Pal & Mahapatra (2017); como se mostrará en el presente trabajo.

El modelo EPQ es matemáticamente derivado del modelo EOQ; Las ecuaciones 1 y 2 muestran el costo total basado en el EOQ y la cantidad de orden óptima, donde TC es el costo total anual de ordenar, D es la demanda anual, Q es la cantidad ordenada, H es el costo anual y finalmente S denota para el costo de instalación o pedido.

$$TC_{EOQ} = \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H$$

$$EOQ = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

Como enfoque general, en un modelo EOQ, el costo total (TC) se puede minimizar ordenando la cantidad de EOQ que se da en la formula 2. La misma regla se puede aplicar para derivar el modelo EPQ con la excepción de que, a diferencia de EOQ, en el modelo EPQ, el inventario modelo llega en incrementos y se dibuja hacia abajo a la llegada.

En el modelo EPQ se considera un unico tipo de producto del cual la tasa de demanda, denotada por  $D$  es una constante durante un largo tiempo. La producción es también considerada como una tasa constante, denotada por  $R$ , donde  $D < R$ . Se incurre en un costo de instalación fijo para cada lote, indicado por  $S$ . El costo de inventario y el costo de producción son funciones lineales, donde el costo de inventario de la unidad es  $H$ , y el costo de producción unitario es  $C$ .

La variable de decisión en un modelo EPQ es la cantidad de producción en cada lote, denotada por  $Q$ . Para una  $Q$  dada, la longitud de un lote es  $Q/D$ , el tiempo de producción en un lote es  $\frac{Q}{R}$ , el nivel de inventario maximo es  $Q(R - D)/R$ . La figura 9 ilustra el concepto basico del modelo EPQ:

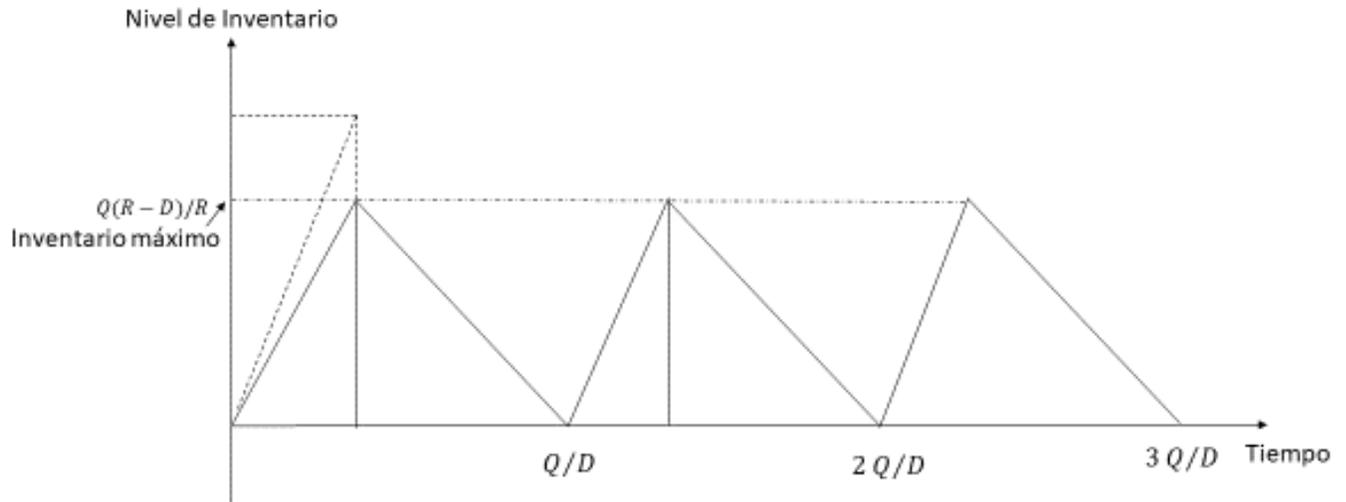


Figura 10. Modelo Básico EPQ

Fuente: Adaptación de (Xiangtong & Gang, 2004)

El objetivo del modelo EPQ es minimizar el costo total a largo plazo:

$$\text{Min } TC(Q) = DC + \frac{DS}{Q} + \frac{HQ(R-D)}{2R},$$

En donde el primer termino es el costo de producción, el segundo termino es el costo de instalación y el ultimo termino es el costo del inventario.

En el modelo clasico EPQ, la solución optima es independiente del costo unitario de producción  $C$ , porque el costo de producción es una constante independiente de la decisión de la cantidad de producción por cada lote. Sin embargo se añade el termino  $DC$  en la formula porque una posible interrupción que debemos tener en cuenta es el cambio en el costo de producción.

La función objetivo es el costo por un largo periodo de tiempo; esta es usualmente interpretada como el costo anual, en donde  $D$  es la demanda anual,  $D/Q$  es el número de lotes anuales,  $Q(R-D)/(2R)$  es el nivel de inventario promedio y  $H$  es el costo del inventario anual por cada unidad de producto. Para un solo lote el costo de producción es  $CQ$ , el costo de ordenar es  $S$ , y el costo del inventario es  $\frac{HQ(R-D)}{2R} * \frac{Q}{D}$ .

Se puede observar que la solución óptima es:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2SDR}{H(R - D)}}$$

Khouja (1994) fue uno de los primeros en extender el modelo básico de Cantidad de Producción Económica (EPQ) para considerar la flexibilidad del volumen de producción al asumir que la tasa de producción puede variarse antes del inicio de una producción. El modelo sugirió que en sistemas de fabricación flexibles por volumen, la tasa de producción óptima es menor que la tasa de producción que minimiza el costo de producción unitario, a partir de ahí han extendido el modelo con variables de calidad, y sistemas de producción imperfectos (Khouja & Mehrez, 1994).

### **1.2.3 Modelos de Cantidad Económica de Producción (EPQ) en sistemas de Producción imperfectos.**

El modelo EPQ trabaja bajo el supuesto de producir artículos de calidad perfecta, teniendo en cuenta una demanda determinística. Rosenblatt & Lee (1986) estudiaron por primera vez la influencia del proceso de producción imperfecta en el modelo EPQ, sin embargo, Hyun Kim & Hong (1999) extendieron el anterior modelo en donde tuvieron en cuenta a través de un modelo matemático parámetros de costos y procesos en situaciones fuera de control de los procesos, ocasionando productos defectuosos. Chung & Hou (2003) desarrollaron un modelo para determinar el tiempo de funcionamiento óptimo para un deterioro en el sistema de producción teniendo en cuenta escasez.

Eroglua & Ozdemirb (2007) extendieron el modelo e incluyeron escasez y productos pendientes por entregar. En el mismo periodo, Tapiero (2007) establece un vínculo entre el control de calidad y el proceso de producción, en el trabajo del Tapiero se realiza un modelo de programación dinámica y estocástica, además que se determinan políticas de control de calidad que deben aplicar en los procesos de producción.

Cárdenas-Barrón (2009) desarrolló un modelo de inventario EPQ con pedidos pendientes para determinar la cantidad óptima de producción en un sistema de fabricación de una sola etapa.

Sana (2010), investigó y desarrolló un modelo en un sistema de producción imperfecto en el que las instalaciones de producción pueden pasar de un "control" a un estado "fuera de control" en un tiempo aleatorio. El autor, afirma que se podrían establecer posibles extensiones de la investigación teniendo en cuenta las averías de las máquinas, por lo cual se considera pertinente la realización del presente trabajo, ya que se tendrán en cuenta.

Por otro lado, Wahab & Jaber (2010) presentan una nota al modelo planteado por Salameh & Jaber (2000) en el cual desarrollaron una política de tamaño de lote; ellos asumieron una inspección al 100% de todos los artículos y que éstos eran retirados no por artículo sino por lote; en esta nota se incluye el proceso de aprendizaje. Por lo tanto, puesto que el aprendizaje tiene lugar en el sistema, la diferencia entre los tamaños de lote y diferencias ente de los buenos artículos y los artículos defectuosos desaparece, cabe resaltar que Cárdenas-Barrón & Goyal, (2000) corrigió la fórmula matemática planteada por Salameh & Jaber y determinó una forma más simple de obtener la cantidad óptima de pedido.

Papachristos & Konstantara (2006), entedieron el modelo de Salameh & Jaber (2000), en el cual los elementos defectuosos se retiran al final de un ciclo de producción. Barzoki, Jahanbazi, & Bijari (2011) intentan desarrollar un el modelo EPQ considerando el inventario de trabajo en proceso y la fabricación de productos imperfectos que pueden ser reelaborables o no reutilizables.

Taleizadeh, Cárdenas-Barrón, & Mohammadi (2013) desarrollaron un modelo de inventario EPQ multiproducto de una sola máquina con elementos de calidad imperfecta que se reelaboran, el objetivo fue minimizar el costo total sujeto a las restricciones de presupuesto y niveles de servicio.

Dey & Giri (2014) investigaron sobre un modelo de inventario de producción integrado de un solo proveedor con demanda estocástica y proceso de producción imperfecto. Se

supone que hay una actividad de inspección por parte del comprador con una tasa de detección fija mayor que la tasa de demanda.

Zhou et al. (2015) desarrollaron un modelo EPQ (cantidad de producción económica) para evaluar las decisiones óptimas de fabricación o compra cuando un fabricante enfrenta un descuentos por única vez ofrecido por su proveedor.

Nobil et al. (2016) formulan un modelo de inventario EPQ multiproducto, en donde se considera un problema con máquinas no idénticas. El sistema de fabricación consiste en varios tipos de máquinas con diferentes capacidades de producción, costos de producción, tiempos de preparación, tasas de producción y tasas de falla. Uno de los principales problemas en la fase de planificación de un sistema de fabricación es tomar la mejor decisión sobre qué máquinas se deben utilizar para la fabricación. Como resultado, los responsables de la toma de decisiones se enfrentan a tres preguntas fundamentales: qué máquinas se deben comprar, qué elementos se deben asignar a cada máquina y cuál es la longitud óptima del ciclo. Estas decisiones deben tomarse para minimizar los costos del sistema, incluidos los costos de utilización, instalación, producción, mantenimiento y desecho.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede observar que el modelo EPQ ha evolucionado en el desarrollo de investigaciones, esto de acuerdo a las necesidades de las empresas y del mercado, por lo tanto, el presente trabajo se convierte en pertinente al pretender extender los modelos anteriormente planteados y tener consideraciones como el deterioro, los productos defectuosos, las actividades de mantenimiento en cadenas de dos niveles. La siguiente tabla taxonómica muestra los artículos relacionados con el problema en estudio.

**Tabla 2.** Artículos Relacionados con el Problema en Estudio. Fuente: Elaboración Propia

ARTICULO	AUTORES	ELEMENTOS CONSIDERADOS					
		DEMANDA ESTOCÁSTICA	DEMANDA DETERMINÍSTICA	ENFOQUE COLABORATIVO	DOS NIVELES	PRODUCTOS DEFECTUOSOS	EFFECTOS PROMOCIONALES O ESFUERZOS DE VENTAS
Optimum production lot size model for a system with deteriorating inventory	(MISRA, 1975)		X				
An integrated production-inventory-marketing model for deteriorating items	(Goyal & Gunasekaran (1995)						
Production lot sizing with process deterioration and machine breakdown	Chakraborty, Giri, & Chaudhuri (2007)		X				
Optimal deteriorating items production inventory models with random machine breakdown and stochastic repair time	Widyadana & Ming Wee (2010)		X				
An EPQ model with inflation in an imperfect	Sarkar & Moon (2011)	X				X	

production system							
A production model for deteriorating items with stochastic preventive maintenance time and rework process with FIFO rule	Ming Wee & Widyadana (2013)		X				
Economic production quantity models for deteriorating/imperfect products and service with rework	Tai, (2013)		X			X	
An economic production quantity model for deteriorating items with multiple production setups and rework	Widyadana & Ming Wee (2012)		X			X	
Production lot sizing with process deterioration and machine breakdown under inspection schedule	Chakraborty, Giri, & Chaudhuri (2009)		X			X	

Manufacturing systems with random breakdowns and deteriorating items	Boukas & Liu (2001)		X				
An economic manufacturing quantity model with probabilistic deterioration in a production system	Sarkar & Sarkar, (2013)	X					
A production-inventory model with probabilistic deterioration in two echelon supply chain management	Sarkar B. (2013)		X		X		
Production Lot Sizing and Process Targeting under Process Deterioration and Machine Breakdown Conditions	Al-Salamah & Abudari, (2012)		X			X	
An EPQ Model for Deteriorating Production System and Items with Rework	Li, Chan, & Tai (2015)		X				

Economic production lot sizing model with stochastic demand.	Lee, Lan, & Yang (2014)	X					
A manufacturing-oriented supply chain model for imperfect quality with inspection errors, stochastic demand under rework and shortages	Pal & Mahapatra, (2017)	X			X	X	
A coordinated manufacturer-retailer model under stochastic demand and production rate	Sajadieh & Larsen, (2015)	X		X	X		
EPQ models for items with imperfect quality and one-time-only discount	Zhou, Chen, Wu, & Zhou, (2015)		X			X	
Optimal lot size of EPQ model considering imperfect and defective products	Hejazi et al. (2008)		X			X	
A mathematical model on EPQ for stochastic demand in an imperfect	Pal, Sana, & Chaudhuri, (2013)	X				X	

production system							
An imperfect EPQ model for deteriorating items with promotional effort dependent demand.	Kundu, Guchhait, Panigrahi, & Maiti (2017)	X					X

### 1.3 OPTIMIZACIÓN NO LINEAL

La programación no lineal tiene como objetivo la optimización de funciones no lineales o lineales sujeto a restricciones no lineales (o funciones no lineales sujeto a restricciones lineales (García & Priore Moreno, 1996).

Los métodos de solución de la programación no lineal se pueden clasificar, de manera general, en algoritmos directos o indirectos. Como ejemplo de los métodos directos están los algoritmos de gradiente, donde se busca el máximo (el mínimo) de un problema siguiendo la mayor tasa de aumento (disminución) de la función objetivo. En los métodos indirectos, el problema original se sustituye por otro del cual se determina el óptimo. Como ejemplos de estos casos, se encuentra la programación cuadrática, programación separable y programación estocástica (Taha, 2004).

La programación no lineal se plantea de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } f(x)$$

$$\text{Sujeto a: } g_i(x) \leq 0 \text{ para } i = 1, \dots, m$$

$$h_i(x) = 0 \text{ para } i = 1, \dots, m$$

$$x \in X,$$

Donde  $f, g_1, \dots, g_m, h_1, \dots, h_l$  son funciones definidas de  $R^n$ ,  $X$  es un subconjunto de  $R^n$ , y  $x$  es un vector de  $n$  componentes  $x_1, \dots, x_n$ . El problema anterior, debe ser resuelto

para los valores de las variables  $x_1, \dots, x_n$  que satisfacen las restricciones y minimizan la función (Bazaraa et al. 2006).

### 1.3.1 Condiciones necesarias de optimalidad

El teorema de las condiciones de *Karush Kuhn y Tucker* constituye un pilar básico en la teoría y los métodos de la Programación No Lineal (PNL), y que este se verifica bajo una colección de hipótesis, llamadas hipótesis de *cualificación de restricciones*; de hecho, la búsqueda de nuevas hipótesis de cualificación de restricciones constituye actualmente una línea activa de investigación (Cánovas Cánovas et al. 2012).

Sea  $x^*$  un punto regular del conjunto de restricciones, es decir, un mínimo local para  $f(x)$  sujeta a las restricciones:

$$h_j(x) = 0, j = 1, \dots, m$$

$$g_k(x) \leq 0, k = 1, \dots, m$$

Para aplicar los resultados todas las restricciones deben ser restricciones  $\leq$ . Una restricción de la forma  $h(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b$  se debe volver a escribir como  $-h(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq -b$ .

### 1.3.2 Algoritmo de optimización sin restricciones

Los algoritmos sin restricciones se dividen en 2: *Algoritmos de búsqueda directa* y el *Algoritmo del gradiente*. El primero localiza el óptimo mediante una búsqueda directa en una región específica, y el segundo utiliza el gradiente de la función para encontrar el óptimo.

- ✓ **Métodos de búsqueda directa:** Los métodos de búsqueda directa se aplican principalmente a funciones de una sola variable, la idea de los métodos de búsqueda directa es simple, primero se identifica el intervalo de incertidumbre que se conoce porque se incluye el óptimo a identificar.

- ✓ **Método del gradiente:** Esta función desarrolla un método para optimizar funciones que son diferenciables continuamente dos veces. La idea es generar puntos sucesivos en la dirección del gradiente de la función. La terminación del método del gradiente ocurre en el punto donde el vector gradiente se vuelve nulo. Esta es sólo una condición necesaria para la optimización. La optimización no se puede verificar a menos que se conozca a priori que  $f(X)$  es cóncava o convexa.

### 1.3.3 Algoritmo de optimización con restricciones

El problema general de programación no lineal con restricciones se define como:

$$\text{Maximice o (minimice) } z = f(X)$$

Sujeta a:

$$g(X) \leq 0$$

Las condiciones no negativas  $X \geq 0$  son parte de las restricciones dadas. Asimismo, al menos una de las funciones  $f(X)$  y  $g(X)$  no es lineal y todas las funciones son continuamente diferenciables.

No existe un algoritmo general para manejar modelos no lineales, debido al comportamiento irregular de las funciones no lineales. Quizá el resultado más general que se puede aplicar al problema es el de las condiciones de *Kuhn y Tucker*. Los algoritmos con restricciones se clasifican en métodos *directos e indirectos*. Los métodos indirectos resuelven el problema no lineal tratando con uno o más problemas lineales que se basan en la programación original, también incluyen programación separable, cuadrática, geométrica y estocástica. Los métodos directos tratan con el problema no lineal propiamente, estos incluyen el método de combinaciones lineales.

## **CAPITULO 2. MODELO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS COLABORATIVOS.**

La mayoría de las empresas en el mundo para lograr ser competitivas en la prestación de sus servicios o en la fabricación de sus bienes se ven obligadas a realizar una gestión eficiente de sus inventarios para garantizar de manera oportuna los productos que el cliente requiera, como materia prima, insumos, productos en proceso o productos terminados. Cárdenas-Barrón & Sana (2014) abordaron el problema de coordinación en una cadena de suministro dos niveles conformada por un fabricante y un minorista; en donde la demanda es dependiente a las iniciativas y esfuerzos (promociones) de los equipos de venta, para optimizar la tasa de producción, tamaño de lote de producción, iniciativas de equipos de ventas y escasez de productos, de tal forma que se maximicen las ganancias tanto del fabricante como del minorista. Salas Navarro (2013), Sana, Chedid, & Navarro (2014), Salas Navarro, Acevedo Chedid, Mercado Caruso, & Sana (2018) consideraron un modelo EPQ para una cadena de suministro de tres niveles con múltiples actores en cada nivel, considerando productos defectuosos, incertidumbre en la demanda y tasas de producción.

### **2.1 Modelo Conceptual para la gestión de inventario EPQ en cadenas de suministro multinivel con sistemas de producción imperfectos en esquemas colaborativos.**

Giannoccaro & Pontrandolfo (2001) define los modelos conceptuales como herramientas, que describen los aspectos principales y las variables relevantes involucradas en un modelo de la cadena de suministro específico o marcos normativos que proponen directrices que son basadas generalmente de forma empírica. Simatupang & Sridharan (2004), indican que existen tres elementos que constituyen la estructura de coordinación que se diseñan en diferentes niveles de por los miembros de la Cadena de Suministro (Ver Figura 9.). Los elementos son: Intercambio de Información, la

sincronización de decisiones y alineación de incentivos. La clave para una colaboración efectiva depende de la cuidadosa selección de los niveles de estructura de coordinación que impulsen del rendimiento de la cadena.

Por su parte, Alarcón Valero et al. (2007) desarrollaron un modelo conceptual para la planificación colaborativa de operaciones en redes de suministro que proporciona el procedimiento de modelado en la planificación caolaborativa. Salas et al. (2017) desarrollaron un metodología de gestión de inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una cadena de suministro para mejorar el desempeño de los actores de la cadena.



Figura 11. Modelo Conceptual para la colaboración en la Cadena de Suministro

Fuente: Adaptación de (Simatupang & Sridharan, 2004)

Teniendo en cuenta las anteriores referencias, se diseñará un modelo conceptual en cadena de suministro de 2 niveles en donde se tienen en cuenta sistemas de producción imperfectos y esquemas colaborativos.

La presente investigación se encuentra en función de mejorar la gestión de inventarios de la empresa en estudio, con el fin de disminuir sus costos por productos defectuosos y cómo influye la demanda cuando ésta depende de efectos promocionales de sus equipos de ventas, lo anterior, en escenarios de colaboración con los demás actores de la cadena.

La cadena está conformada por un fabricante y tres minoristas; el producto (tortas de vainilla) es fabricado teniendo en cuenta pronósticos de ventas y bajo pedido, luego de haber sido fabricado existe un almacenamiento que no puede durar más de tres días, la rotación del producto debe ser muy rápida; para aumentar las ventas, la empresa tiene equipos de ventas y éstos tienen estrategias promocionales, los cuales les permita aumentar la demanda.

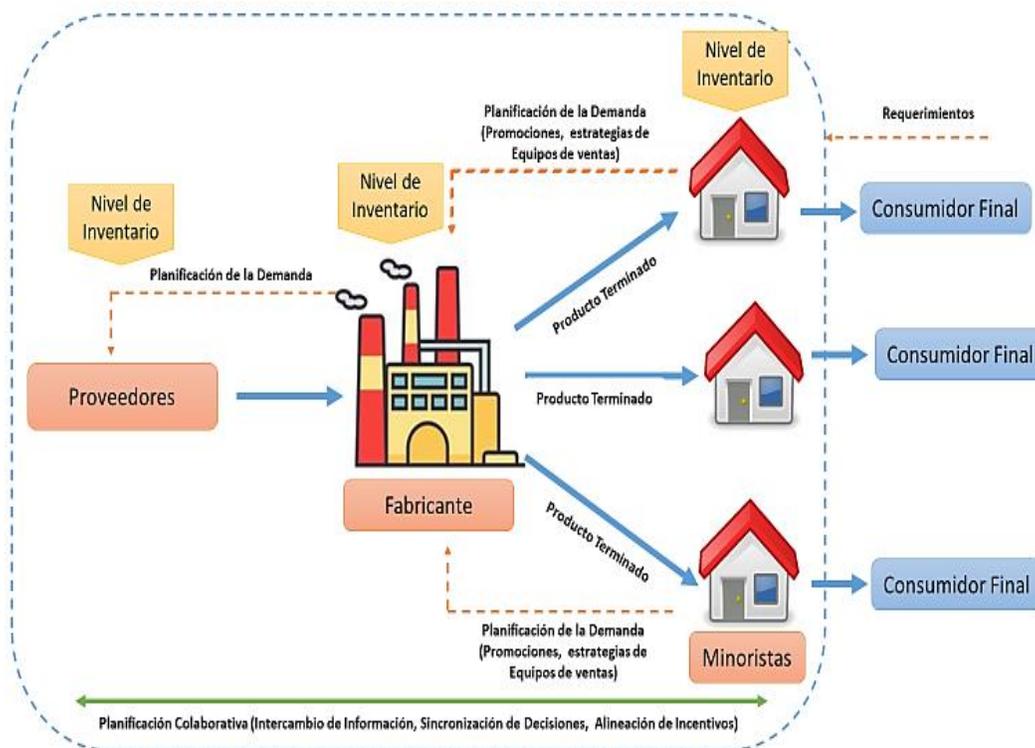
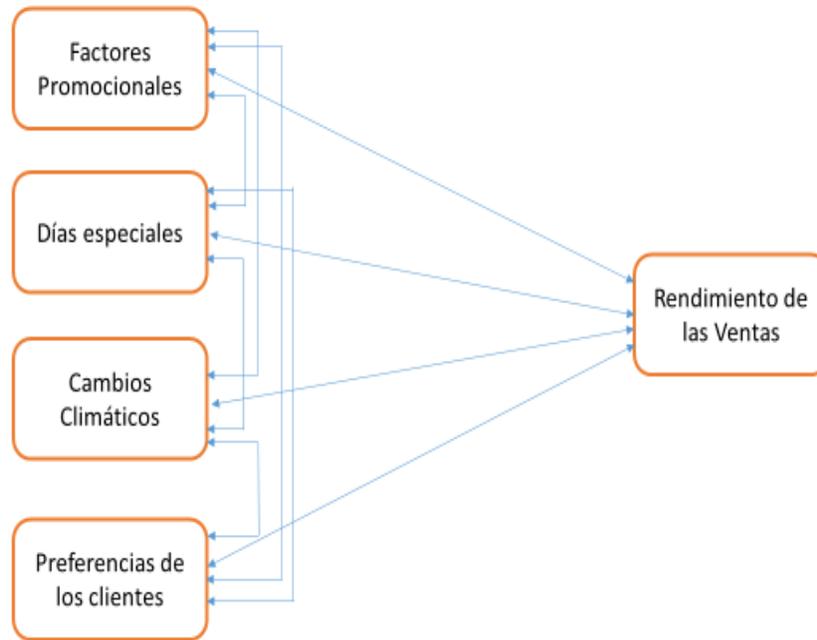


Figura 12. Modelo conceptual para la colaboración en la cadena de suministro

Fuente: Elaboración Propia

Está claro que las técnicas estándar de administración de inventarios y reabastecimiento, por ejemplo, basadas en políticas de pedido, puntos de reorden o simplemente hacer visible la demanda del cliente final a lo largo de la cadena de suministro no pueden hacer frente a las enormes fluctuaciones de demanda. Existe la necesidad de una colaboración más intensa como la Planificación Colaborativa, Pronósticos y Reposiciones (CPFR), para la planificación promocional, la previsión y el reabastecimiento y así evitar desabastecimientos y excesos de inventario. Los socios de la cadena de suministro, que tienen la intención de colaborar para eventos promocionales, necesitan comprender también los otros factores que desencadenan las ventas. El buen conocimiento de los factores de demanda puede ayudar a los gerentes a mejorar la precisión de los pronósticos de demanda (Ramanathan & Muyldermans 2010). Los socios de la cadena de suministro, que tienen la intención de colaborar para eventos promocionales, necesitan comprender también los otros factores que desencadenan las ventas. El buen conocimiento de los factores de demanda puede ayudar a los gerentes a mejorar la precisión de los pronósticos de demanda. A parte, de los efectos promocionales, los cuales influyen en la demanda, también existen otros factores como el clima, periodos de navidad, vacaciones y demás fechas especiales, las cuales pueden afectar las ventas; dichos factores son difíciles o imposibles de controlar por la Cadena de Suministro. La figura 13 muestra cuatro aspectos importantes:



*Figura 13.* Estructura Conceptual en que depende la demanda.

Fuente: Adaptación de (Ramanathan & Muyldermans 2010).

Teniendo en cuenta lo anterior, las promociones generalmente tienen impactos positivos en la demanda, también se debe tener en cuenta el tipo de información que requieren tanto minoristas como fabricantes para realizar colaboración y con el fin de mejorar la planificación y la previsión promocional.

Lee et al. (2000) trabajaron en un modelo en donde indican el valor de la información en cadenas de suministro de dos niveles. Afirman que existen dos beneficios: (1) Reducción del Inventario y (2) Reducción de Costos esperados. Teniendo en cuenta lo anterior, la colaboración juega un papel importante para el crecimiento de fabricantes y minoristas en cuanto al rendimiento de las ventas y desarrollo de las ventajas competitivas en el mercado.

## **2.2 MODELO MATEMÁTICO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS COLABORATIVOS.**

### **2.2.1. Definición de supuestos, conjuntos, parámetros, variables y tipos de restricciones.**

Para formular el modelo matemático de gestión de inventarios EPQ se consideran los siguientes supuestos para fabricantes y minoristas:

#### **SUPUESTOS**

1. Se considera una cadena de suministro de 2 niveles, para un fabricante y múltiples minoristas.
2. Se considera un sistema de colaboración entre el fabricante y sus minoristas para un único producto. En dicho sistema todos deben tomar decisiones en conjunto que maximicen las utilidades de los integrantes de la cadena de suministro.
3. Las variables de decisión del modelo son: el tamaño del lote de producción y las iniciativas de los equipos de ventas.
4. La tasa de demanda del mercado se considera probabilística asumiendo una distribución de probabilidad exponencial.
5. La tasa de demanda de los minoristas es una variable dependiente del efecto promocional de los equipos de ventas.
6. El fabricante presenta un sistema de producción imperfecto que genera productos defectuosos, los cuales son detectados durante la producción, a través de inspecciones de calidad, y son retirados de los lotes de producción que serán entregados a los minoristas.

#### **CONJUNTOS**

$r$  minoristas

## PARÁMETROS

### Fabricante

$WM$	Precio de venta por unidad del fabricante
$HM$	Costo de mantener en inventario de producto terminado por unidad de tiempo del fabricante
$HM_i$	Costo de mantener en inventario de materia prima por unidad de tiempo del fabricante
$AM$	Costo de alistamiento en el fabricante
$CM$	Costo de material por unidad en el fabricante
$LM$	Costo de Labor/Energía (\$/ciclo de producción)
$\alpha M$	Costo de herramienta por unidad en el fabricante.
$p$	Tasa de producción por unidad de tiempo (unidades / unidad de tiempo)
$c_p(p)$	Costo por unidad de adquisiciones que varía con la tasa de producción (\$ / unidad)
$\beta$	Fracción de producto defectuoso en el fabricante $0 \leq \beta \leq 1$
$rM$	Tasa de detección por unidad de tiempo de producto defectuoso en el fabricante
$sM$	Costo de inspecciones de calidad para el producto
$KM$	Costo de iniciativas de esfuerzo de ventas en el fabricante
$\varphi$	Factor del costo de iniciativas de esfuerzo de ventas para el fabricante
$TPM$	Tiempo de ejecución de la producción en el fabricante.
$TM$	Tiempo de ciclo de producto terminado en el fabricante.

### **Minoristas.**

$WR_r$	Precio de venta por unidad del minorista $r$
$HR_r$	Costo de mantener en inventario de producto terminado por unidad de tiempo del minorista $r$

$AR_r$	Costo de alistamiento en el minorista $r$
$KR_r$	Costo de iniciativas de esfuerzo de ventas en el minorista $r$
$X_r$	Valor esperado de la tasa de demanda del mercado por unidad en el minorista $r$
$\tau_r$	Parámetro escalar que varía con las iniciativas de esfuerzo de ventas
$m$	Parámetro de elasticidad el minorista $r$
$\gamma_r$	Factor del costo de iniciativas de esfuerzo de ventas en el minorista $r$
$TR_r$	Tiempo de ciclo de producto terminado en el minorista $r$

### Variables de Decisión

$q_r$	Tamaño del lote de producción (unidades) del fabricante para el minorista $r$
$\rho$	Iniciativas de los equipos de ventas

### Variables Dependientes

$DR_r$	Tasa de demanda del producto (unidades / unidad de tiempo) para el minorista $r$
$EAPM$	Utilidad total del fabricante
$\pi_r$	Utilidad individual para el minorista $r$
$EAPC$	Utilidad conjunta para la cadena de suministro por unidad (\$ / unidad)
$EAPR$	Beneficio total esperado para los minoristas

### BENEFICIOS DEL FABRICANTE

El fabricante produce un artículo con una tasa de producción  $p$ , durante un período de producción que inicia con un tamaño de lote de  $q$ . El comportamiento del inventario en el fabricante tiene dos situaciones: la primera, ocurre cuando se produce un lote de

producción y se almacenan los productos terminados, lo cual genera un aumento del nivel de inventario, durante un tiempo de producción  $TPM$ ; la segunda, ocurre cuando el inventario disminuye hasta llegar a cero, a medida que el producto es vendido a los minoristas durante un período de tiempo  $TM$ .

Durante el proceso de fabricación se generan productos defectuosos debido a fallas en los procesos de producción o en la mano de obra que interviene en los mismos. Los productos defectuosos generados son representados por medio de la fracción  $\beta$ , por lo que la tasa de producción  $p$  se verá afectada por la fracción de productos conformes que se dispondrán para ser almacenados como producto terminado.

Por lo anterior, el tiempo de producción para el fabricante estará dado por la cantidad de lotes de producción enviados a los minoristas de los productos conformes fabricados.

$$TPM = \frac{\sum_{r=1}^R q_r}{(1 - \beta)p} \quad (1)$$

El nivel de inventario durante el tiempo de fabricación está dado por la siguiente ecuación:

$$\frac{dI(t)}{dt} = (1 - \beta)p - \sum_{r=1}^R DR_r \quad 0 \leq t \leq TPM \quad (2)$$

$$\text{Para } I(0) = 0 \quad (3)$$

$$\int_0^{TPM} dI(t) = \int_0^{TPM} \left[ (1 - \beta)p - \sum_{r=1}^R DR_r \right] dt \quad 0 \leq t \leq TPM$$

$$I(TPM) - I(0) = \left[ (1 - \beta)pt - t \sum_{r=1}^R DR_r \right]_0^{TPM}$$

Usando la condición inicial  $I(0) = 0$ , se obtiene:

$$I(TPM) = \left[ (1 - \beta)p - \sum_{r=1}^R DR_r \right] TPM \quad (4)$$

El nivel de inventario durante la venta del producto a los minoristas está dado por la siguiente ecuación:

$$\frac{dI(t)}{dt} = - \sum_{r=1}^R DR_r \quad TPM \leq t \leq TM \quad I(TM) = 0 \quad (5)$$

$$\int_{TPM}^{TM} dI(t) = \int_{TPM}^{TM} \left[ - \sum_{r=1}^R DR_r \right] dt \quad TPM \leq t \leq TM$$

$$I(TM) - I(TPM) = -TM \sum_{r=1}^R DR_r + TPM \sum_{r=1}^R DR_r \quad (6)$$

Teniendo en cuenta que  $I(TPM) = [(1 - \beta)p - \sum_{r=1}^R DR_r] TPM$ , se reemplaza en la ecuación:

$$I(TM) - \left[ (1 - \beta)p - \sum_{r=1}^R DR_r \right] TPM = -TM \sum_{r=1}^R DR_r + TPM \sum_{r=1}^R DR_r$$

$$TPM \sum_{r=1}^R DR_r + TM \sum_{r=1}^R DR_r = TPM \sum_{r=1}^R DR_r + (1 - \beta)p TPM$$

$$TM = \frac{(1 - \beta)p TPM}{\sum_{r=1}^R DR_r} \quad (7)$$

Al reemplazar,  $TPM$  se obtiene:

$$TM = \frac{\sum_{r=1}^R q_r}{\sum_{r=1}^R DR_r} \quad (8)$$

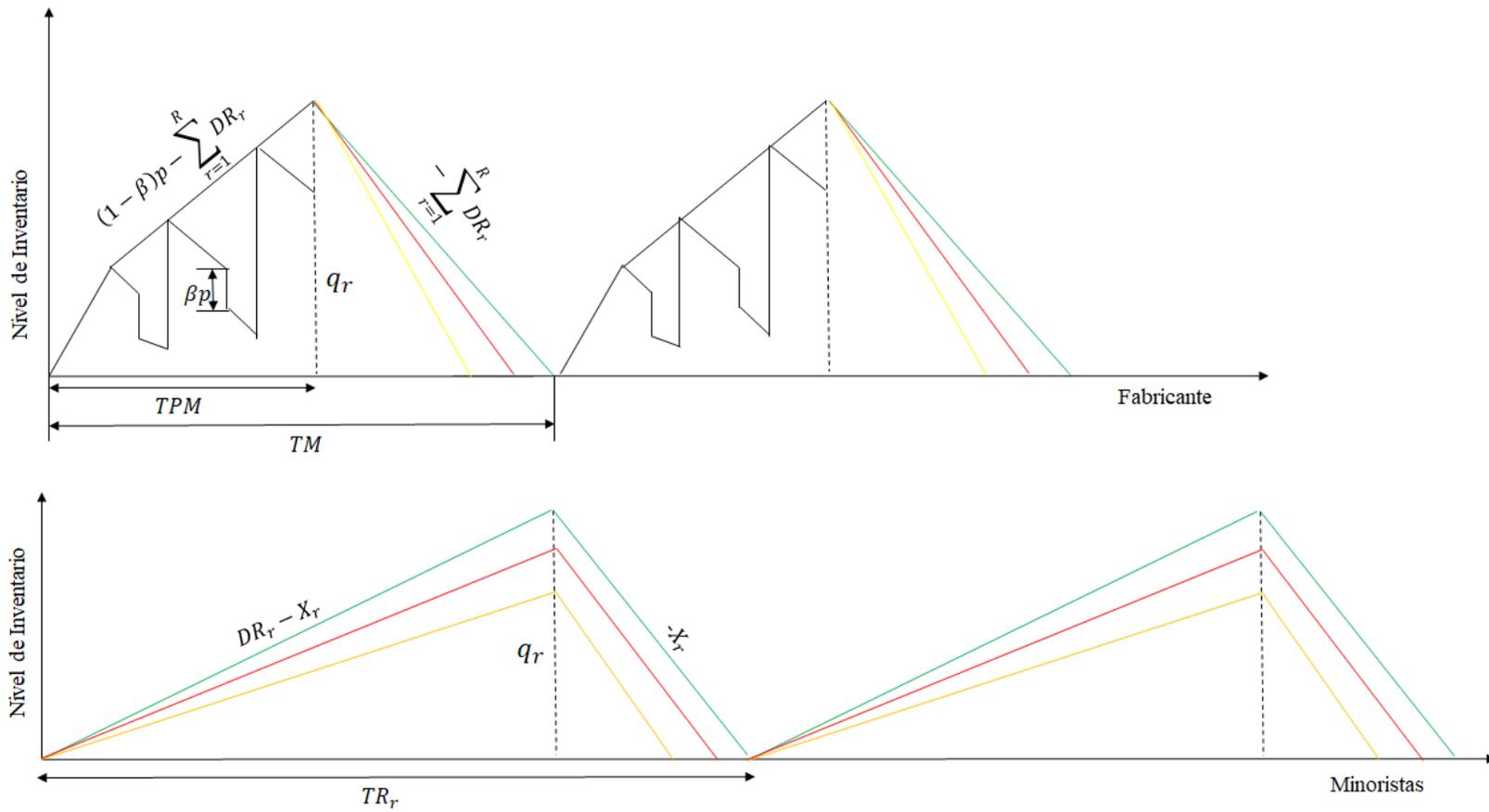


Figura 14. Inventario Vs tiempo de fabricación

Fuente: Elaboración propia.

## Costos de Mantener Inventario

En cuanto a los costos de mantener inventario, existen el inventario de materiales y el inventario de productos terminados.

El inventario de materiales está dado por el costo del inventario promedio durante el tiempo de ciclo de producción:

$$HM = Hm_i \int_0^{TPM} dI(t)dt \quad (9)$$

$$HM = Hm_i \int_0^{TPM} \left[ (1 - \beta)p - \sum_{r=1}^R DR_r \right] t dt$$

$$HM = Hm_i \left[ \frac{[(1 - \beta)p - \sum_{r=1}^R DR_r] TPM^2}{2} \right]$$

$$HM = Hm_i \left[ \frac{(1 - \beta)p TPM^2}{2} - \frac{DR_r TPM^2}{2} \right] \quad (10)$$

Reemplazando  $TPM$ , se obtiene:

$$HM = \left[ \frac{Hm_i}{2(1 - \beta)p} \sum_{r=1}^R q_r^2 - \frac{Hm_i \sum_{r=1}^R DR_r (\sum_{r=1}^R q_r^2)}{2(1 - \beta)^2 p^2} \right] \quad (11)$$

El costo de inventarios de producto terminado conforme está dado por el costo del inventario promedio durante el tiempo de ciclo de producto terminado:

$$HP = Hm \left[ \int_0^{TPM} dI(t)dt + \int_{TPM}^{TM} dI_r(t)dt \right] \quad (12)$$

$$HP = Hm \left[ \int_0^{TPM} \left[ (1 - \beta)p - \sum_{r=1}^R DR_r \right] t dt + \int_{TPM}^{TM} \left[ (1 - \beta)p TPM - t \sum_{r=1}^R DR_r \right] dt \right]$$

$$HP = Hm \left[ \frac{1}{2} \left\{ (1 - \beta)p - \sum_{r=1}^R DR_r \right\} TPM^2 + (1 - \beta)pTPM(TM - TPM) - \frac{1}{2} DR_r \{ TM^2 - TPM^2 \} \right]$$

$$HP = \frac{1}{2} Hm \left[ 1 - \frac{\sum_{r=1}^R DR_r}{(1 - \beta)p} \right] TM^2 \sum_{r=1}^R DR_r \quad (13)$$

Reemplazando  $TM$ , se obtiene:

$$HP = \frac{Hm}{2} \left[ \frac{(\sum_{r=1}^R q_r)^2}{\sum_{r=1}^R DR_r} - \frac{(\sum_{r=1}^R q_r)^2}{(1 - \beta)p} \right] \quad (14)$$

El costo de inventarios de producto terminado defectuoso está dado por el costo del inventario promedio durante un periodo de tiempo más la tasa de detección de productos defectuosos en cada lote de producción:

$$HPD = Hm \left[ \int_0^{TPM} \beta p (TPM - t) dt + \beta p TPM \left( \frac{p}{rM} \right) \right] \quad (15)$$

$$HPD = Hm \left[ \frac{\beta p TPM^2}{2} + \frac{\beta p^2 TPM}{rM} \right] \quad (16)$$

Reemplazando  $TPM$ , se obtiene:

$$HPD = Hm \left[ \frac{\beta (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{2(1 - \beta)^2 p} + \frac{\beta p \sum_{r=1}^R q_r}{(1 - \beta) rM} \right] \quad (17)$$

### Costo por Inspecciones de calidad

Para la detección de productos no conformes en el proceso de producción, se establecen inspecciones de calidad, las cuales están dadas por la cantidad de productos detectados durante un tiempo de ciclo de producto terminado.

$$SM = (sM)pTPM \quad (18)$$

Reemplazando  $TPM$ , se obtiene:

$$SM = \frac{(sM)}{(1 - \beta)} \sum_{r=1}^R q_r \quad (19)$$

### **Ingresos por ventas de productos conformes**

El ingreso por las ventas del producto está dado por la sumatoria de todos los tamaños de lote vendidos a los minoristas por el precio de venta del producto.

$$WMT = WM \sum_{r=1}^R q_r \quad (20)$$

### **Costo de Alistamiento**

El costo de alistamiento está dado por el costo de alistar cada lote de productos enviados a los minoristas y está dado por:

$$AMT = \frac{AM}{\sum_{r=1}^R q_r} \quad (21)$$

### **Costo de fabricación**

El costo de fabricación unitario incluye los costos fijos  $CM$ , el costo de mano de obra/energía  $L$ , que es distribuido de acuerdo a la tasa de producción y el costo de herramientas  $\alpha M$  que es proporcional a la tasa de producción.

$$c_p(p) = CM(p) + \frac{L}{p} + (\alpha M)p \quad (22)$$

### **Costo del esfuerzo de ventas**

El costo del esfuerzo de ventas está dado por el costo de todas las unidades vendidas por los esfuerzos de los equipos de venta en un lote de productos  $q$ . El costo del esfuerzo de ventas es:

$$KMT = \frac{KM(\varphi)\rho^m}{\sum_{r=1}^R q_r} \quad (23)$$

El beneficio total del fabricante está dado por:

$$EAPM = WMT - c_p(p) - HM - HP - HPD - SM - AMT - KMT \quad (24)$$

$$\begin{aligned} EAPM = WM \sum_{r=1}^R q_r - & \left[ CM(p) + \frac{L}{p} + (\alpha M)p \right] \\ & - \left[ \frac{Hm_i}{2(1-\beta)p} \sum_{r=1}^R q_r^2 - \frac{Hm_i \sum_{r=1}^R DR_r (\sum_{r=1}^R q_r^2)}{2(1-\beta)^2 p^2} \right] \\ & - \frac{Hm}{2} \left[ \sum_{r=1}^R \frac{q_r^2}{DR_r} - \frac{1}{(1-\beta)p} \sum_{r=1}^R q_r^2 \right] \\ & - Hm \left[ \frac{\beta}{2(1-\beta)^2 p} \sum_{r=1}^R q_r^2 + \frac{\beta p}{(1-\beta)rM} \sum_{r=1}^R q_r \right] - \frac{(sM)}{(1-\beta)} \sum_{r=1}^R q_r - \frac{AM}{\sum_{r=1}^R q_r} \\ & - \frac{KM(\varphi)\rho^m}{\sum_{r=1}^R q_r} \end{aligned} \quad (25)$$

## BENEFICIO DE LOS MINORISTAS

En el sistema de inventario propuesto, la demanda tiene un comportamiento probabilístico exponencial, teniendo en cuenta lo desarrollado por Gross & Harris (1971), quienes iniciaron en trabajar con modelos de inventarios con variables aleatorias y que siguen una distribución exponencial, de igual forma, también Hollter & Mak (1983) trabajaron con modelos de inventarios que consideran una tasa de demanda exponencial. Pal, Sana & Chaudhuri (2013) trabajaron en un modelo EPQ que consideró demanda estocástica que sigue una función de densidad de probabilidad exponencial especial en un sistema de producción imperfecto y Mateen, Chatterjee & Mitra (2015) desarrollaron un modelo de inventario que considera demanda estocástica en una cadena de dos niveles considerando escasez. Por su parte, Sajadieh & Larsen (2015) analizaron de políticas óptimas de producción e inventario de una cadena de suministro

en dos etapas el cual considera variabilidad de la demanda y la tasa de producción, también simulan escenarios no coordinados. Salas-Navarro et al. (2018) consideraron la demanda como función de densidad de probabilidad exponencial para un modelo de cadena de suministro de tres niveles. Pal & Mahapatra (2017), desarrollaron un modelo EPQ de dos niveles en donde los productos no solo son de calidad imperfecta sino que también tienen errores de inspección, el minorista de la cadena considera una demanda estocástica, deterioro de los productos y escasez. Por lo anterior, para la realización de este trabajo la demanda de los minoristas se le atribuye una función de densidad de probabilidad exponencial, teniendo en cuenta que para cada caso particular de los datos de demanda en un período de tiempo, se les debe determinar que tipo de distribución de probabilidad siguen.

$$f(x) = \begin{cases} \lambda_r e^{-\delta(x-a)} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (26)$$

Por lo tanto, el valor esperado de la demanda del mercado es:

$$X_r = \int_a^b x f(x) dx = \frac{\lambda_r}{\delta} (e^{-\delta b} - e^{-\delta a}) \quad (27)$$

En donde  $\lambda_r$  es la demanda del mercado y  $\delta$  es una constante  $0 < \delta < 1$ .

La demanda del producto terminado de los minoristas se encuentra influenciada por el efecto promocional de los equipos de ventas para aumentar la demanda del producto en el mercado, a partir de actividades de mercadeo, promociones, descuentos y publicidad. Por lo que la demanda de los minoristas es dependiente de las iniciativas de los equipos de ventas  $\rho$ . Cárdenas-Barrón & Sana (2014) consideraron una función para la demanda dependiente de los esfuerzos de ventas, a partir de un valor inicial de la demanda del mercado que se le adiciona el efecto del incremento de las iniciativas de los equipos de ventas  $\rho$ . A partir de esto, se establece la función de la demanda de los minoristas dependiendo de las iniciativas del equipo de ventas como el valor esperado de la demanda del mercado  $X_r$ , que sigue una función de densidad de probabilidad exponencial, adicionándole el efecto del incremento de los esfuerzos de ventas  $\rho$  y su parámetro escalar  $\tau_r$ .

$$DR_r = X_r + \tau_r \left[ 1 - \frac{1}{1 + \rho} \right] \quad (28)$$

La cadena de suministro estudiada contempla múltiples minoristas, los cuales compran el producto terminado al fabricante y lo almacenan en un período de tiempo hasta que lo venden a su cliente final. En todos los minoristas el ciclo del inventario inicia cuando es recibido el tamaño del lote  $q_r$  del fabricante y luego disminuye hasta el nivel 0 a medida que satisfacen  $X_r$  en el período de tiempo  $TR_r$ .

$$\frac{dI_r(t)}{dt} = DR_r - X_r \quad 0 \leq t \leq TM \quad \text{con } I_r(0) = 0 \quad (29)$$

$$\int_0^{TM} I_r(t) = \int_0^{TM} [DR_r - X_r] dt$$

$$I_r(TM) = [DR_r - X_r]TM \quad (30)$$

$$\frac{dI_r(t)}{dt} = -X_r \quad TM \leq t \leq TR_r \quad \text{con } I_r(TR_r) = 0 \quad (31)$$

$$\int_{TM}^{TR_r} I_r(t) = \int_{TM}^{TR_r} [-X_r] dt$$

$$I_r(TR_r) - I_r(TM) = -X_r TR_r + X_r TM \quad (32)$$

Reemplazando  $I_r(TM) = [DR_r - X_r]TM$ , se obtiene:

$$0 - [DR_r - X_r]TM = -X_r TR_r + X_r TM$$

$$TR_r = \frac{DR_r(\rho)TM}{X_r} \quad (33)$$

Reemplazando  $TM = \frac{\sum_{r=1}^R q_r}{\sum_{r=1}^R DR_r}$ , se obtiene:

$$TR_r = \frac{DR_r \sum_{r=1}^R q_r}{X_r \sum_{r=1}^R DR_r} \quad (34)$$

Por lo tanto, si  $I_r(TR_r) = 0$  las demandas de los minoristas deben ser mayor que la demanda del mercado  $DR_r > X_r$ .

Para factibilidad del modelo los tiempos de ciclo del fabricante deben ser menor que los tiempos de ciclo de los minoristas, es decir,  $TPM < TM < TR_r$  y la cantidad de productos conformes del fabricante debe ser mayor que la sumatoria de las demandas de los minoristas,  $(1 - \beta)p > \sum_{r=1}^R DR_r$ .

### Costo de mantener inventario de producto terminado

$$HPR_r = HR_r \left[ \int_0^{TM} [DR_r - X_r]t dt + \int_{TM}^{TR_r} \{[DR_r - X_r]TM - X_r(t - TM)\} dt \right] \quad (35)$$

$$HPR_r = HR_r \left[ \frac{[DR_r - X_r]TM^2}{2} + DR_r TM(TR_r - TM) - \frac{X_r(TR_r^2 - TM^2)}{2} \right]$$

$$HPR_r = \frac{HR_r}{2} \left[ 1 - \frac{X_r}{DR_r} \right] X_r TR_r^2 \quad (36)$$

Reemplazando  $TR_r = \frac{DR_r \sum_{r=1}^R q_r}{X_r \sum_{r=1}^R DR_r}$ , se obtiene,

$$\frac{DR_r \sum_{r=1}^R q_r}{X_r \sum_{r=1}^R DR_r}$$

$$HPR_r = \frac{HR_r}{2} \left[ \frac{DR_r^2 (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{X_r (\sum_{r=1}^R DR_r)^2} - \frac{DR_r (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{(\sum_{r=1}^R DR_r)^2} \right] \quad (37)$$

### Costo del esfuerzo de ventas

El costo del esfuerzo de ventas está dado por el costo de todas las unidades vendidas por los esfuerzos de los equipos de venta en un lote de productos  $q$ . El costo del esfuerzo de ventas es:

$$\frac{KR_r \gamma_r \rho^m}{q_r}$$

## Costo de alistamiento

Los minoristas tienen un costo por preparar los pedidos que van a ser entregados a los clientes, denominado costo de alistamiento:

$$\frac{AR_r}{q_r}$$

El beneficio individual del minorista está dado por:

$$\pi_r = (WR_r)q_r - (WM)q_r - \frac{HR_r}{2} \left[ \frac{DR_r^2 (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{X_r (\sum_{r=1}^R DR_r)^2} - \frac{DR_r (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{(\sum_{r=1}^R DR_r)^2} \right] - \left[ \frac{KR_r \gamma_r \rho^m}{q_r} \right] - \left[ \frac{AR_r}{q_r} \right] \quad (38)$$

El beneficio para todos los minoristas está dado por

$$EAPR = \sum_{r=1}^R \pi_r \quad (39)$$

## Sistema de Inventario en la cadena de suministro

El sistema de colaboración entre el fabricante y los minoristas, en el que ambos toman decisiones para el abastecimiento de productos en el mercado y se busca optimizar los beneficios de todos los autores. Para este caso la función de utilidad para la colaboración de todos los miembros de la cadena está dada por:

$$EAPC = EAPM + EAPR \quad (40)$$

*EAPC*

$$\begin{aligned}
&= WM \sum_{r=1}^R q_r - \left[ CM(p) + \frac{L}{p} + (\alpha M)p \right] - \left[ \frac{Hm_i (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{2(1-\beta)p} - \frac{Hm_i \sum_{r=1}^R DR_r (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{2(1-\beta)^2 p^2} \right] \\
&- \frac{Hm}{2} \left[ \frac{(\sum_{r=1}^R q_r)^2}{\sum_{r=1}^R DR_r} - \frac{(\sum_{r=1}^R q_r)^2}{(1-\beta)p} \right] - Hm \left[ \frac{\beta (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{2(1-\beta)^2 p} + \frac{\beta p \sum_{r=1}^R q_r}{(1-\beta)rM} \right] - \frac{(sM)}{(1-\beta)} \sum_{r=1}^R q_r - \frac{AM}{\sum_{r=1}^R q_r} \\
&- \frac{KM(\varphi)\rho^m}{\sum_{r=1}^R q_r} \\
&+ \sum_{r=1}^R \left[ (WR_r)q_r - (WM)q_r - \frac{HR_r}{2} \left[ \frac{DR_r^2 (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{X_r (\sum_{r=1}^R DR_r)^2} - \frac{DR_r (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{(\sum_{r=1}^R DR_r)^2} \right] - \left[ \frac{KR_r \gamma_r \rho^m}{q_r} \right] \right. \\
&\left. - \left[ \frac{AR_r}{q_r} \right] \right] \tag{41}
\end{aligned}$$

Sujeto a las restricciones

$$q_r \geq DR_r \quad \forall r \tag{42}$$

Teniendo en cuenta lo anterior, el presente modelo puede resolverse a través de un modelo analítico, el cual permitirá obtener los resultados óptimos para la resolución del problema. Una vez se obtengan los resultados, estos permitirán hacer comparaciones y establecer un punto de referencia para aplicarlo en el sector en donde se validará.

La solución óptima del modelo propuesto se obtiene maximizando el beneficio conjunto promedio esperado de la Cadena de Suministro *EAPC*. Usando la ecuación (40), tenemos una función de maximización  $EAPC(q_r, \rho)$  con valores óptimos de tamaño de lote de producción e iniciativas del equipo de ventas cuando  $\frac{\partial EAPC}{\partial q_r} = 0$  y  $\frac{\partial EAPC}{\partial \rho} = 0$ . Obtenemos una solución óptima si la solución de las ecuaciones del sistema son números reales positivos y la función es convexa.

### **3. CASO DE APLICACIÓN AL SECTOR DE PASTELERÍA Y REPOSTERÍA**

#### **3.1. SECTOR DE PANADERÍA Y REPOSTERÍA**

La empresa escogida para la validación del modelo matemático pertenece al sector de Panadería y Repostería en la ciudad de Cartagena. Un sector que se encuentra en alto crecimiento y que es muy competitivo, ya que los productos que fabrican como panes, tortas, o postres son de alto consumo no sólo en la ciudad, sino en el país.

Teniendo en cuenta lo esperado a obtener en el modelo, el sector fue escogido porque cumple con todos los supuestos planteados: una demanda estocástica, la empresa fabricante tiene múltiples minoristas, producción imperfecta del fabricante el cual presenta productos inconformes durante la producción y los minoristas poseen estrategias de ventas las cuales tienen que ser muy eficaces para aumentar las ventas mes a mes, consideraciones que actualmente suceden en las empresas del sector y que se estudiarán y modelaran buscando la eficiencia en el desarrollo de todas las actividades de producción y distribución.

Para la validación del presente modelo este sector será muy útil para demostrar que el modelo puede ser aplicable a aquellas empresas que cumplan con los supuestos mencionados, ya sea en otro sector, queriendo aumentar la ventaja competitiva de las empresas y la capacidad de respuesta hacia sus clientes.

#### **3.2 GENERALIDADES DEL SECTOR PASTELERÍA Y REPOSTERÍA**

El sector panificador y repostería en Colombia ha crecido a grandes escalas; en Colombia existen más de 25 mil panaderías y pastelerías, que registran ventas de más de \$3 billones, generan cerca de 400.000 empleos directos y dan cuenta de que es un negocio muy rentable, que facilita el emprendimiento y cuyos resultados financieros se ven a corto y a mediano plazo (Revista Dinero, 2014).

Desde finales del siglo XX se han presentado varios avances en la industria panificadora en Colombia, como la creación y definición de su gremio, crecimiento en la importación

del trigo, aumento de la cantidad de molinos en las ciudades del país. Por otro lado la industria panificadora está conformada por compañías industriales, medianas y pequeñas. Las empresas industriales son aquellas que venden variedad de referencias de pan empaçado, las compañías medianas se caracterizan por tener sus marcas propias y las panaderías de punto caliente, que por tradición tienen procesos artesanales o semi industriales, capturan más del 70% del mercado. Las panaderías de punto caliente están constituidas por medianas, micro y famiempresas (Sectorial, 2016).



*Figura 15.* Cadena Productiva de las molinerías, reposterías y panaderías  
Adaptación de (Sectorial, 2016).

Teniendo en cuenta la cantidad de panaderías y reposterías a nivel nacional, Bogotá es la ciudad que más panaderías alberga en el país, con cerca de 7.000 puntos, seguido de Cali con 2.165, Medellín 1.532, Barranquilla 565 y Bucaramanga con 466. Con base en estos datos, existe una panadería por cada 1.100 habitantes de los estratos sociales 1, 2 y 3, donde se presenta la mayor concentración de población. El pan más consumido en América Latina es el elaborado por los panaderos, es decir, el tipo artesanal. En Colombia esta actividad genera 400.000 empleos directos (Sectorial, 2016).

Aunque el estudio no abarca la ciudad de Cartagena y Bolívar, la Cámara de Comercio reporta que existen 320 establecimientos de panadería, concentrados en Cartagena, Turbaco y Carmen de Bolívar (Figueroa, 2012).

Colombia es uno de los países de Latinoamérica que menos consumo de pan per cápita tiene, con 22,2 kg por habitante, sin embargo, el 98% de las personas aseguran comer este tipo de productos; mientras que países como Chile consumen 96 kg por año. Así lo establece el estudio Taste Tomorrow realizado por Puratos. En el año 2017 la industria de panadería y repostería no presentó un crecimiento significativo, por el contrario, se mantuvo estable; lo que buscan los empresarios es generar en los consumidores un aumento en el consumo de productos de panadería y pastelería rescatando valores ancestrales, mejorando aspectos de innovación y tecnología.

La empresa en estudio tiene más de 10 años en la ciudad de Cartagena y ofrece a sus clientes las siguientes categorías de productos: Tortas Especiales, Pudines, Tortas Frías, Postres, y Batidos. En el Anexo 1 se puede observar el análisis de Pareto realizado con el fin de identificar el producto estrella.

El sector de panadería y Repostería en la ciudad de Cartagena, está conformado por 187 empresas<sup>1</sup> organizadas de la siguiente manera:

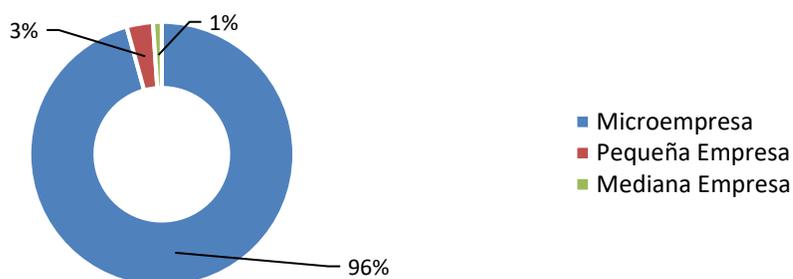


Figura 16. Clasificación de Empresas del Sector Panadería y Reportería en Cartagena. Fuente: Elaboración Propia

<sup>1</sup> Información según base de datos de la Cámara de Comercio de Cartagena

Se puede observar en la figura 15 que en la ciudad de Cartagena el 96% el sector de panadería y repostería está conformado por microempresas, lo cual se puede convertir en una oportunidad para desarrollar actividades colaborativas y de beneficio conjunto.

### 3.3. APLICACIÓN DEL MODELO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS COLABORATIVOS SECTOR PANADERÍA Y REPOSTERÍA

Teniendo en cuenta que en la ciudad de Cartagena se encuentra concentrado una gran cantidad de empresas panificadoras y reposterías, se escogió una empresa con más de 10 años en el sector y que ha tenido un crecimiento exponencial en el consumo de sus productos y también en el desarrollo de más puntos estratégicos de ventas. (Por efectos de confidencialidad se reserva el nombre de la compañía participante).

A continuación, se presenta la información de las empresas objeto de estudio. Para este caso, se selecciona una cadena de suministro en donde interviene un fabricante y tres minoristas. La configuración de la cadena se muestra en la figura 10.

#### 3.3.1. Datos del Modelo Matemático

Los minoristas y el fabricante seleccionados para el caso de estudio, suministraron los siguientes datos de acuerdo al ejercicio de su actividad:

- **FABRICANTES:**

**Tabla 3.** Costos y valores del Fabricante

	<b>Parámetro</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidades</b>
<b><i>WM</i></b>	Precio de Venta de Producto Terminado	\$ 23.000,00	(\$/unidad)
<b><i>HM<sub>i</sub></i></b>	Costo de mantener inventario de materia prima	\$ 976,05	(\$/unidad/año)
<b><i>HM</i></b>	Costo de mantener inventario de producto terminado	\$650,70	(\$/unidad/año)
<b><i>AM</i></b>	Costo de alistamiento en el fabricante	\$6.072.575,64	(\$/ciclo)

<b>CM</b>	Costo de material por unidad en el fabricante	\$ 5.072,36	(\$/unidad)
<b>LM</b>	Costo de Labor/Energía	\$158.399.760,00	(\$/día)
<b><math>\alpha M</math></b>	Costos de herramienta por unidad en el fabricante (ALPHA)	\$1.837,62	(\$/unidad)
<b>p</b>	Tasa de producción por unidad de tiempo	56880	unidades/año
<b><math>\beta</math></b>	Fracción de producto defectuoso en el fabricante	0,05	
<b>rM</b>	Tasa de detección por unidad de tiempo de producto defectuoso en el fabricante	2844	(unidades/día)
<b>sM</b>	Costo de inspecciones de calidad para el producto	\$156,12	(\$/unidad)
<b>KM</b>	Costo de iniciativas de esfuerzo de ventas en el fabricante	\$1.130,80	(\$/unidad)
<b>KM</b>	Factor del costo de iniciativas de esfuerzo de ventas para el fabricante	0,40	

Fuente: Datos recolectados de la empresa en estudio.

- **MINORISTAS:**

**Tabla 4.** Costos y valores de los Minoristas

Parámetro		Minorista 1		Minorista 2		Minorista 3	
		Valor	Unidades	Valor	Unidades	Valor	Unidades
<b>WR<sub>r</sub></b>	Precio de venta por unidad del minorista	\$ 35.000,00	(\$/unidad)	\$35.500,00	(\$/unidad)	\$36.000,00	(\$/unidad)
<b>HR<sub>r</sub></b>	Costo de mantener en inventario de producto terminado	\$207,12	(\$/unidad)	\$187,26	(\$/unidad)	\$72,27	(\$/unidad)

	por unidad de tiempo del minorista						
$AR_r$	Costo de alistamiento en el minorista	\$1.666,67	(\$/día)	\$2.000,00	(\$/día)	\$ 2.666,67	(\$/día)
$KR_r$	Costo de iniciativas de esfuerzo de ventas en el minorista	\$366,95	(\$/unidad)	\$507,32	(\$/unidad)	\$464,39	(\$/unidad)
$DR_r$	Tasa de demanda de productos en el mercado	1726	(unidades /mes)	1560		1436	
$X_r$	Demanda del minorista	20712	(unidades /año)	18726	(unidades /año)	17227	(unidades /año)
$\tau_r$	Parámetro escalar que varía con las iniciativas de esfuerzo de ventas	6213	(unidades /año)	6554	(unidades /año)	6029	(unidades /año)
$m$	Parámetro de elasticidad el minorista	1,00		1,00		1,00	
$\gamma_r$	Factor del costo de iniciativas de esfuerzo de ventas en el minorista	0,30		0,35		0,35	

**Fuente:** Datos recolectados de la empresa en estudio.

**Tabla 5 . Costos y valores del Minorista 1**

<b>COSTOS DEL MINORISTA 1</b>	
PRECIO DE VENTA UNITARIO	\$35.000,0
COSTO DE MANTENER EN INVENTARIO PROD TERMINADO	\$207
COSTO DE ALISTAMIENTO POR LOTE	\$1.667
COSTO DE INICIATIVAS DE ESFUERZO DE VENTAS (unidad)	\$366,95
TASA DE DEMANDA DEL CLIENTE (anual)	20.712

**Fuente:** Datos recolectados de la empresa en estudio.

**Tabla 6.**Costos y valores del Minorista 2

<b>COSTOS DEL MINORISTA 2</b>	
PRECIO DE VENTA UNITARIO	\$35,500.0
COSTO DE MANTENER EN INVENTARIO PROD TERMINADO	\$187.3
COSTO DE ALISTAMIENTO POR LOTE	\$2,000
COSTO DE INICIATIVAS DE ESFUERZO DE VENTAS (unidad)	\$507.32
TASA DE DEMANDA DEL CLIENTE (anual)	18726

**Fuente:** Datos recolectados de la empresa en estudio.

**Tabla 7.** Costos y valores del Minorista 3

<b>COSTOS DEL MINORISTA 3</b>	
PRECIO DE VENTA UNITARIO	\$36,000.0
COSTO DE MANTENER EN INVENTARIO PROD TERMINADO	\$172.3
COSTO DE ALISTAMIENTO POR LOTE	\$2,667
COSTO DE INICIATIVAS DE ESFUERZO DE VENTAS (unidad)	\$464.39
TASA DE DEMANDA DEL CLIENTE (anual)	17227

**Fuente:** Datos recolectados de la empresa en estudio.

Teniendo en cuenta los valores obtenidos en el sector de Panadería y Repostería, se presentan las ecuaciones del modelo, las cuales son imprescindibles para hallar la solución óptima del modelo:

### **BENEFICIOS DEL FABRICANTE**

$$TM = \frac{\sum_{r=1}^R q_r}{\sum_{r=1}^R DR_r}$$

### **Costos de Mantener Inventario**

$$HPD = Hm \left[ \frac{\beta}{2(1-\beta)^2 p} \sum_{r=1}^R q_r^2 + \frac{\beta p}{(1-\beta)rM} \sum_{r=1}^R q_r \right]$$

### **Costo por Inspecciones de calidad**

$$SM = \frac{(sM)}{(1-\beta)} \sum_{r=1}^R q_r$$

### **Ingresos por ventas de productos conformes**

$$WMT = WM \sum_{r=1}^R q_r$$

### **Costo de Alistamiento**

$$AMT = \frac{AM}{\sum_{r=1}^R q_r}$$

### **Costo de fabricación**

$$c_p(p) = CM(p) + \frac{L}{p} + (\alpha M)p$$

### **Costo del esfuerzo de ventas**

$$KMT = \frac{KM(\varphi)\rho^m}{\sum_{r=1}^R q_r}$$

Por lo tanto, el beneficio total del fabricante está dado por:

$$EAPM = WMT - c_p(p) - HM - HP - HPD - SM - AMT - KMT$$

$$\begin{aligned} EAPM = WM \sum_{r=1}^R q_r &- \left[ CM(p) + \frac{L}{p} + (\alpha M)p \right] \\ &- \left[ \frac{Hm_i}{2(1-\beta)p} \sum_{r=1}^R q_r^2 - \frac{Hm_i \sum_{r=1}^R DR_r (\sum_{r=1}^R q_r^2)}{2(1-\beta)^2 p^2} \right] \\ &- \frac{Hm}{2} \left[ \sum_{r=1}^R \frac{q_r^2}{DR_r} - \frac{1}{(1-\beta)p} \sum_{r=1}^R q_r^2 \right] \\ &- Hm \left[ \frac{\beta}{2(1-\beta)^2 p} \sum_{r=1}^R q_r^2 + \frac{\beta p}{(1-\beta)rM} \sum_{r=1}^R q_r \right] - \frac{(sM)}{(1-\beta)} \sum_{r=1}^R q_r - \frac{AM}{\sum_{r=1}^R q_r} \\ &- \frac{KM(\varphi)\rho^m}{\sum_{r=1}^R q_r} \end{aligned}$$

## **BENEFICIO DE LOS MINORISTAS**

$$TR_r = \frac{DR_r \sum_{r=1}^R q_r}{X_r \sum_{r=1}^R DR_r}$$

## **Costo de mantener inventario de producto terminado**

$$HPR_r = \frac{HR_r}{2} \left[ \frac{DR_r^2 (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{X_r (\sum_{r=1}^R DR_r)^2} - \frac{DR_r (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{(\sum_{r=1}^R DR_r)^2} \right]$$

## **Costo del esfuerzo de ventas**

$$\frac{KR_r \gamma_r \rho^m}{q_r}$$

### Costo de alistamiento

$$\frac{AR_r}{q_r}$$

Por lo tanto, el beneficio individual del minorista está dado por:

$$\pi_r = (WR_r)q_r - (WM)q_r - \frac{HR_r}{2} \left[ \frac{DR_r^2 (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{X_r (\sum_{r=1}^R DR_r)^2} - \frac{DR_r (\sum_{r=1}^R q_r)^2}{(\sum_{r=1}^R DR_r)^2} \right] - \left[ \frac{KR_r \gamma_r \rho^m}{q_r} \right] - \left[ \frac{AR_r}{q_r} \right]$$

El beneficio para todos los minoristas está dado por

$$EAPR = \sum_{r=1}^R \pi_r$$

### SISTEMA DE INVENTARIO EN LA CADENA DE SUMINISTRO

$$EAPC = EAPM + EAPR$$

### 3.4. RESULTADOS DEL MODELO

El modelo matemático de inventario EPQ de dos niveles bajo un sistema de producción imperfecto con demanda estocástica influenciada por las fuerzas de ventas se solucionó a través del Software Wolfram Mathematica 11.3 for students (Ver Anexo 2) en un equipo marca Hp Intel(R) Core(TM) i3 de 64 bits, con memoria RAM de 4GB.

Para el desarrollo del modelo se definió la variable  $R_0$ , el cual indica el número de cantidades que deben fabricarse para optimizar el inventario del Fabricante y de los minoristas en su conjunto, por lo anterior, se realizaron las pruebas en el software (Ver Tabla 8).

**Tabla 8.** Beneficio de la Cadena de Suministro

<b>Ro</b>	<b>Q[1]</b>	<b>Q[2]</b>	<b>Q[3]</b>	<b>Beneficio Total</b>	<b>EAPM</b>	<b>EAPR</b>
<b>0</b>	20712	18726	17227	\$ 1,575,611,000	\$ 869,041,000	\$ 706,570,000
<b>1</b>	14635.5	22003	20241.5	\$ 1,589,688,000	\$ 876,653,000	\$ 713,035,000
<b>2</b>	12538.3	23095.3	21246.3	\$ 1,592,177,000	\$ 877,802,000	\$ 714,375,000
<b>3</b>	11489.7	23641.5	21748.8	\$ 1,593,494,000	\$ 878,440,000	\$ 715,054,000
<b>4</b>	10860.6	23969.2	22050.2	\$ 1,594,305,000	\$ 878,842,000	\$ 715,463,000
<b>10</b>	9487.91	24684.2	22707.9	\$ 1,596,140,000	\$ 879,780,000	\$ 716,360,000
<b>50</b>	8590.7	25151.5	23137.8	\$ 1,597,389,000	\$ 880,440,000	\$ 716,949,000
<b>100</b>	8468.6	25215.1	23196.3	\$ 1,597,563,000	\$ 880,533,000	\$ 717,030,000
<b>1000</b>	8356.6	25273.5	23250	\$ 1,597,726,000	\$ 880,621,000	\$ 717,105,000
<b>2000</b>	8350.3	25276.7	23253	\$ 1,597,731,000	\$ 880,623,000	\$ 717,108,000
<b>3000</b>	8348.19	25277.8	23254	\$ 1,597,734,000	\$ 880,625,000	\$ 717,109,000
<b>4000</b>	8347.14	25278.4	23254.5	\$ 1,597,736,000	\$ 880,626,000	\$ 717,110,000
<b>5000</b>	8346.52	25278.7	23254.8	\$ 1,597,736,000	\$ 880,626,000	\$ 717,110,000
<b>6000</b>	8346.1	25278.9	23255	\$ 1,597,737,000	\$ 880,627,000	\$ 717,110,000
<b>8000</b>	8345.57	25279.2	23255.2	\$ 1,597,737,000	\$ 880,627,000	\$ 717,110,000
<b>10000</b>	8345.26	25279.3	23255.4	\$ 1,597,738,000	\$ 880,627,000	\$ 717,111,000
<b>11000</b>	8345.1	25279.4	23255.5	\$ 1,597,738,000	\$ 880,627,000	\$ 717,111,000
<b>12000</b>	8345	25279.5	23255.5	\$ 1,597,738,000	\$ 880,627,000	\$ 717,111,000
<b>13000</b>	8344.97	25279.5	23255.5	\$ 1,597,737,000	\$ 880,627,000	\$ 717,110,000
<b>14000</b>	8344.9	25279.5	23255.6	\$ 1,597,738,000	\$ 880,627,000	\$ 717,111,000
<b>15000</b>	8344.84	25279.6	23255.6	\$ 1,597,739,000	\$ 880,628,000	\$ 717,111,000
<b>16000</b>	8344.8	25279.6	23255.6	\$ 1,597,739,000	\$ 880,628,000	\$ 717,111,000
<b>17000</b>	8344.7	25279.6	23255.6	\$ 1,597,735,000	\$ 880,625,000	\$ 717,110,000
<b>18000</b>	8344.7	25279.6	23255.7	\$ 1,597,739,000	\$ 880,628,000	\$ 717,111,000
<b>19000</b>	8344.66	25279.7	23255.7	\$ 1,597,739,000	\$ 880,628,000	\$ 717,111,000
<b>20000</b>	8344.63	25279.7	23255.7	\$ 1,597,739,000	\$ 880,628,000	\$ 717,111,000
<b>21000</b>	8344.6	25279.7	23255.7	\$ 1,597,739,000	\$ 880,628,000	\$ 717,111,000
<b>22000</b>	8344.57	25279.7	23255.7	\$ 1,597,737,000	\$ 880,627,000	\$ 717,110,000
<b>23000</b>	8344.55	25279.7	23255.7	\$ 1,597,737,000	\$ 880,627,000	\$ 717,110,000
<b>24000</b>	8344.52	25279.7	23255.7	\$ 1,597,736,000	\$ 880,626,000	\$ 717,110,000
<b>25000</b>	8344.5	25279.7	23255.8	\$ 1,597,739,000	\$ 880,628,000	\$ 717,111,000
<b>30000</b>	8344.42	25279.8	23255.8	\$ 1,597,739,000	\$ 880,628,000	\$ 717,111,000
<b>35000</b>	8344.36	25279.8	23255.8	\$ 1,597,739,000	\$ 880,628,000	\$ 717,111,000

<b>40000</b>	8344.31	25279.8	23255.8	\$ 1,597,735,000	\$ 880,626,000	\$ 717,109,000
<b>45000</b>	<b>8344.28</b>	<b>25279.9</b>	<b>23255.9</b>	<b>\$ 1,597,742,000</b>	<b>\$ 880,630,000</b>	<b>\$ 717,112,000</b>
<b>50000</b>	8344.3	25279.9	23255.9	\$ 1,597,741,000	\$ 880,630,000	\$ 717,111,000
<b>55000</b>	8344.25	25279.9	23255.9	\$ 1,597,741,000	\$ 880,630,000	\$ 717,111,000
<b>100000</b>	8344.13	25279.9	23255.9	\$ 1,597,733,000	\$ 880,625,000	\$ 717,108,000
<b>110000</b>	8344.1	25279.9	23255.9	\$ 1,597,732,000	\$ 880,625,000	\$ 717,107,000
<b>130000</b>	8344.1	25279.9	23256	\$ 1,597,735,000	\$ 880,627,000	\$ 717,108,000
<b>140000</b>	8344.1	25279.9	23256	\$ 1,597,738,000	\$ 880,629,000	\$ 717,109,000
<b>150000</b>	8344.08	25280	23256	\$ 1,597,738,000	\$ 880,629,000	\$ 717,109,000
<b>200000</b>	8344.1	25280	23256	\$ 1,597,737,000	\$ 880,629,000	\$ 717,108,000

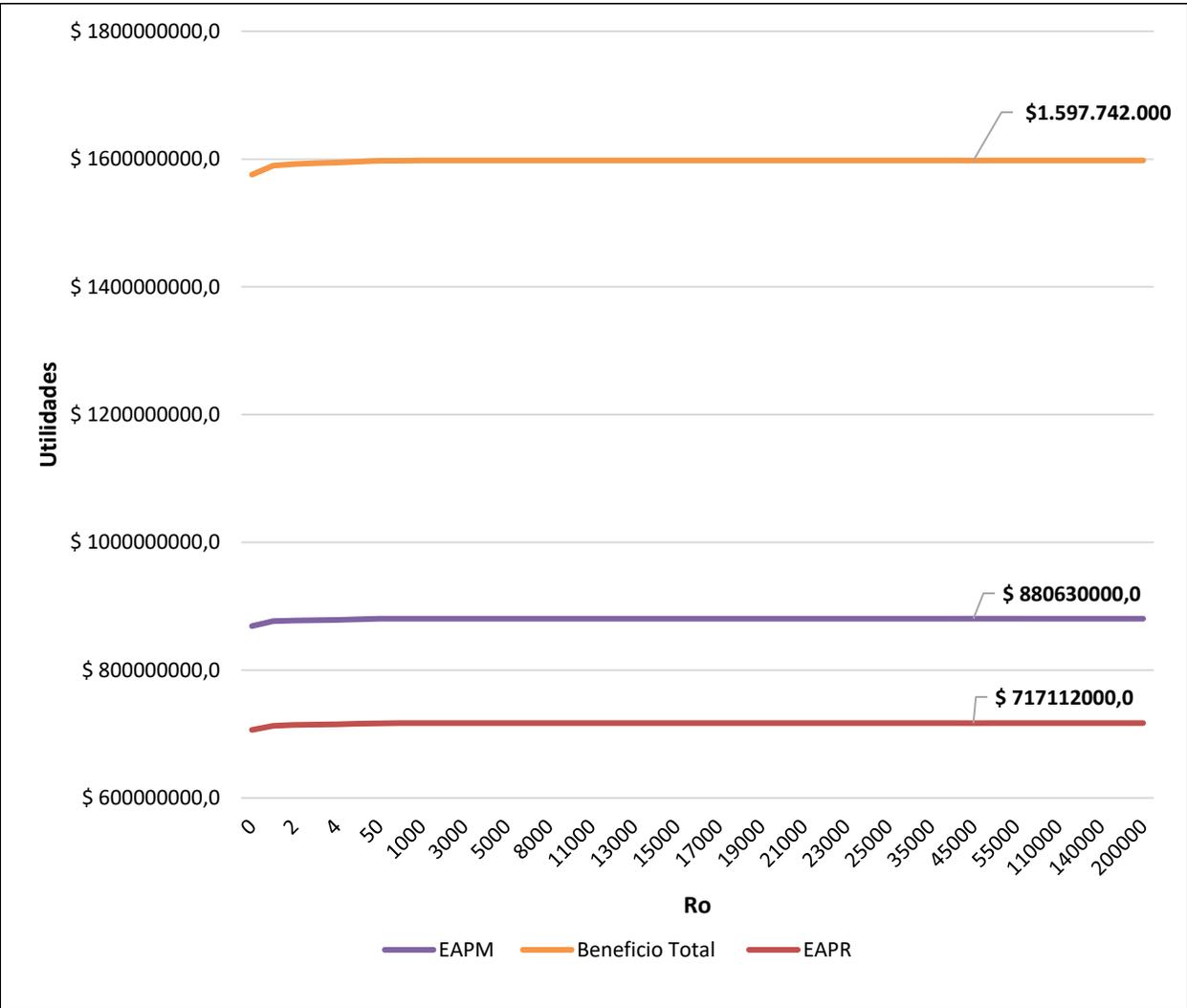


Figura 17. Beneficio de la Cadena de Suministro

Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 16 muestra los datos ingresados al software y que arroja las utilidades del fabricante, de los minoritas y la utilidad conjunta. Se puede observar un comportamiento estable sin grandes diferencias, sin embargo, revisando la tabla 8 se puede observar que el valor optimo está ubicado en  $R_0=45.000$  unidades.

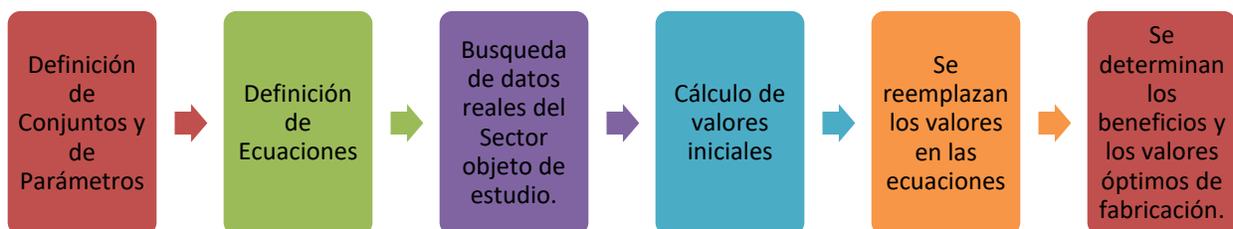
El modelo matemático planteado proporciona los valores de los beneficios totales esperados en cada nivel de la cadena de Suministro. EAPC (Beneficio Conjunto de la Cadena de Suministro), EAPM (Beneficio del fabricante) y EAPR (Beneficio esperado para los Minoritas).

**Tabla 9.** Resultados de beneficios esperados.

RESULTADOS DEL MODELO	
EAPC	\$ 1,597,742,000
EAPM	\$ 880,630,000
EAPR	\$ 717,112,000

**Fuente:** Elaboración Propia

Lo anterior, ratifica la importancia de la colaboración en la Cadena de Suministro, en este caso de dos niveles, estas relaciones de cooperación y colaboración entre fabricantes y minoritas debe conllevar a crear un sistema que maximice los beneficios de las empresas involucradas. La metodología se llevó de la siguiente manera:



*Figura 18.* Metodología para la resolución de un matemático de inventario de 2 niveles.

Fuente: Elaboración Propia

### **3.4.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD**

Un modelo de programación lineal, es una foto instantánea de una situación real en la que los parámetros del modelo asumen valores estáticos (Taha, 2004). Por lo tanto, para aumentar la aplicabilidad del modelo en la práctica, se hace necesario agregar una dimensión dinámica en donde se investigue el impacto al momento de modificar un parámetro. A este proceso se le llama Análisis de Sensibilidad, ya que se estudia la sensibilidad de la solución óptima al determinar los efectos que tendrían el cambiar ciertos parámetros.

En la tabla 10, se puede observar el análisis hecho a los parámetros del costo de mantener en inventario, costo de alistamiento, tasa de producción y costo de las iniciativas de los esfuerzos de ventas.

**Tabla 10.** Análisis de Sensibilidad Fabricante

% de Cambio	Valores	Ro	Utilidad Global	Utilidad de Fabricante	Utilidad de Minoristas	Q[1]	Q[2]	Q[3]
-50%	325,4	45000,0	\$ 1.612.588.000	\$ 895.476.000	\$ 717.112.000	8344,3	25279,9	23255,9
-25%	488,0	45000,0	\$ 1.605.167.000	\$ 888.055.000	\$ 717.112.000	8344,3	25279,9	23255,9
<b>HM</b>	<b>650,7</b>	<b>45000,0</b>	<b>\$ 1.597.742.000</b>	<b>\$ 880.630.000</b>	<b>\$ 717.112.000</b>	<b>8344,28</b>	<b>25279,9</b>	<b>23255,9</b>
25%	813,4	45000,0	\$ 1.590.317.000	\$ 873.205.000	\$ 717.112.000	8344,31	25279,9	23255,9
50%	976,1	45000,0	\$ 1.582.891.000	\$ 865.779.000	\$ 717.112.000	8344,3	25279,9	23255,9
-50%	3036287,8	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,3	25279,9	23255,9
-25%	4554431,7	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,3	25279,9	23255,9
<b>AM</b>	<b>6072575,6</b>	<b>45000,0</b>	<b>\$ 1.597.742.000</b>	<b>\$ 880.630.000</b>	<b>\$ 717.112.000</b>	<b>8344,28</b>	<b>25279,9</b>	<b>23255,9</b>
25%	7590719,6	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,3	25279,9	23255,9
50%	9108863,5	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,3	25279,9	23255,9
-50%	28440,0	45000,0	\$ 2.286.336.000	\$ 1.428.820.000	\$ 857.516.000	20095,7	25279,9	23255,9
-25%	42660,0	45000,0	\$ 1.633.744.000	\$ 946.142.000	\$ 687.602.000	5875,7	25279,9	23255,9
<b>P</b>	<b>56880,0</b>	<b>45000,0</b>	<b>\$ 1.597.742.000</b>	<b>\$ 880.630.000</b>	<b>\$ 717.112.000</b>	<b>8344,28</b>	<b>25279,9</b>	<b>23255,9</b>
25%	71100,0	45000,0	\$ 1.968.426.000	\$ 1.081.430.000	\$ 886.996.000	22564,3	25279,9	23255,9
50%	85320,0	45000,0	\$ 2.001.048.000	\$ 1.061.990.000	\$ 939.058.000	26924,9	25279,9	23255,9
-50%	565,4	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9
-25%	848,1	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,3	25279,9	23255,9
<b>KM</b>	<b>1130,8</b>	<b>45000,0</b>	<b>\$ 1.597.742.000</b>	<b>\$ 880.630.000</b>	<b>\$ 717.112.000</b>	<b>8344,28</b>	<b>25279,9</b>	<b>23255,9</b>
25%	1413,5	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9
50%	1696,2	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9

-50%	11500,0	45000,0	\$ 1.597.739.000	\$ 226.509.000	\$ 1.371.230.000	8344,28	25279,9	23255,9
-25%	17250,0	45000,0	\$ 1.597.739.000	\$ 553.569.000	\$ 1.044.170.000	8344,28	25279,9	23255,9
<b>WM</b>	<b>23000,0</b>	<b>45000,0</b>	<b>\$ 1.597.742.000</b>	<b>\$ 880.630.000</b>	<b>\$ 717.112.000</b>	<b>8344,28</b>	<b>25279,9</b>	<b>23255,9</b>
25%	28750,0	45000,0	\$ 1.597.741.000	\$ 1.207.690.000	\$ 390.051.000	8344,28	25279,9	23255,9
50%	34500,0	45000,0	\$ 1.597.740.500	\$ 1.534.750.000	\$ 62.990.500	8344,28	25279,9	23255,9

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 11. Análisis de Sensibilidad Minorista 1

% de Cambio	Valores	Ro	Utilidad Global	Utilidad de Fabricante	Utilidad de Minoristas	Q[1]	Q[2]	Q[3]
-50%	103,6	45000,0	\$ 1.597.979.000	\$ 880.630.000	\$ 717.349.000	8344,28	25279,9	23255,9
-25%	155,3	45000,0	\$ 1.597.861.000	\$ 880.630.000	\$ 717.231.000	8344,28	25279,9	23255,9
<b>HR[1]</b>	<b>207,1</b>	<b>45000,0</b>	<b>\$ 1.597.742.000</b>	<b>\$ 880.630.000</b>	<b>\$ 717.112.000</b>	<b>8344,28</b>	<b>25279,9</b>	<b>23255,9</b>
25%	258,9	45000,0	\$ 1.597.623.000	\$ 880.630.000	\$ 716.993.000	8344,28	25279,9	23255,9
50%	310,7	45000,0	\$ 1.597.504.000	\$ 880.630.000	\$ 716.874.000	8344,28	25279,9	23255,9
-50%	833,3	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9
-25%	1250,0	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9
<b>AR[1]</b>	<b>1666,7</b>	<b>45000,0</b>	<b>\$ 1.597.742.000</b>	<b>\$ 880.630.000</b>	<b>\$ 717.112.000</b>	<b>8344,28</b>	<b>25279,9</b>	<b>23255,9</b>
25%	2083,3	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9
50%	2500,0	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9
-50%	183,5	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9
-25%	275,2	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9
<b>KR[1]</b>	<b>367,0</b>	<b>45000,0</b>	<b>\$ 1.597.742.000</b>	<b>\$ 880.630.000</b>	<b>\$ 717.112.000</b>	<b>8344,28</b>	<b>25279,9</b>	<b>23255,9</b>

25%	458,7	45000,0	\$ 1.597.742.000	\$ 880.630.000	\$ 717.112.000	8344,28	25279,9	23255,9
50%	550,4	45000,0	\$ 1.597.741.000	\$ 880.630.000	\$ 717.111.000	8344,28	25279,9	23255,9
-50%	17500,0	45000,0	\$ 1.451.716.000	\$ 880.630.000	\$ 571.086.000	8344,28	25279,9	23255,9
-25%	26250,0	45000,0	\$ 1.524.729.000	\$ 880.630.000	\$ 644.099.000	8344,28	25279,9	23255,9
<b>WR[1]</b>	<b>35000,0</b>	<b>45000,0</b>	<b>\$ 1.597.742.000</b>	<b>\$ 880.630.000</b>	<b>\$ 717.112.000</b>	<b>8344,28</b>	<b>25279,9</b>	<b>23255,9</b>
25%	43750,0	45000,0	\$ 1.670.754.000	\$ 880.630.000	\$ 790.124.000	8344,28	25279,9	23255,9
50%	52500,0	45000,0	\$ 1.743.767.000	\$ 880.630.000	\$ 863.137.000	8344,28	25279,9	23255,9

Fuente: Elaboración Propia

Teniendo en cuenta los datos arrojados en la Tabla 10 se puede observar que disminuir en el fabricante el costo de mantener en inventario (HM) en 50%, incrementa la utilidad conjunta de la cadena de suministro, por lo tanto, se debe mantener en inventario las cantidades necesarias y así evitar aumento significativo en los costos.

Por otra parte, tasa de producción (P) al aumentarla o disminuirla en un 25% y 50% aumenta la utilidad global de la cadena, sin embargo, disminuirla en un 25% disminuye la ganancia de los minoristas. En cuanto a los costos de alistamiento (AM), la utilidad global se mantiene igual si el costo aumenta o disminuye, de igual forma sucede con el costo de las iniciativas de ventas (KM), aunque la utilidad global no cambia al aumentarla o disminuirla, las actividades de promoción que desarrolle el fabricante son importantes para aumentar la tasa de demanda. Finalmente, al aumentar el precio de venta del producto terminado (WM) es una estrategia favorable para el fabricante ya que las ganancias individuales aumentan, pero las del minorista disminuyen, esto debido a que la cantidad de tortas que adquiriría sería menos, por otra parte, disminuir el precio de venta de la torta, aumenta las ganancias de los minoristas pero no las del fabricante, por tal motivo, para que ambos eslabones de la cadena (fabricante – minoristas) mantengan sus utilidades es necesario que el precio de venta sea de \$23000.

En cuanto al análisis de sensibilidad hecho al Minorista 1 en la Tabla 11, se puede observar que es significativo disminuir los costos de mantenimiento de los inventarios HR[1], esto aumenta sus utilidades. En cuanto al costo de alistamiento AR[1], no existen diferencias en la utilidad al aumentar o disminuir, de igual modo funciona el costo de las iniciativas de los esfuerzos de ventas, los costos se mantienen pero es fundamental realizar estrategias de ventas con el fin de mantener y aumentar la demanda, finalmente, en cuanto al precio de venta del producto terminado WR[1], es una estrategia favorable para el minorista, debido a que se aumentan sus utilidades, manteniéndose las del fabricante.

El análisis de sensibilidad permitió distinguir todos los escenarios posibles al aumentar o disminuir algunos parámetros con el fin de seguir aumentando la utilidad global y manteniendo el enfoque colaborativo. Una estrategia para aumentar la utilidad conjunta

es aumentar el precio de venta de los minoristas, disminuir los costos de mantenimiento de los inventarios en el fabricante.

**Tabla 12.** Estrategias para el beneficio conjunto de la Cadena de Suministro de dos niveles

<b>ESTRATEGIAS</b>
1. Mantener equipos de ventas con estrategias definidas en los Minoristas que permitan aumentar las ventas, estas estrategias pueden basarse en efectos promocionales, descuentos o publicidad.
2. Mantener una alta rotación del inventario en el fabricante.
3. Tener una estrategia en precios de forma colaborativa.
4. Implementar en el fabricante herramientas de calidad para disminuir el número de defectuosos.
5. Mantener un flujo de información efectivo y sincronizado entre todos los actores de la cadena.

### **3.5. ANALISIS DE RESULTADOS**

El modelo matemático de inventarios EPQ, de Suministro de 2 niveles que considera producción imperfecta y demanda probabilística influenciada por los esfuerzos de ventas se validó en un conjunto de empresas del sector Panadería y Repostería de la ciudad de Cartagena, a través de los datos suministrados por éstas.

En la Cadena se consideró un fabricante y tres minoristas. La fábrica suministra los productos de acuerdo a los pedidos de los minoristas y también de acuerdo a estudios de mercado realizados. Existe un proceso colaborativo entre estos en donde fabricantes y minoristas deben tomar decisiones para maximizar sus utilidades, se tuvo en cuenta el producto más representativo y que genera mayores ventas (Pudin de Vainilla de 1 Lb).

El modelo se validó en un sector que cumple con todos los supuestos planteados: una demanda estocástica, la empresa fabricante tiene múltiples minoristas, en este caso, se modelaron 3 minoristas, el fabricante presente producción imperfecta, es decir, durante la etapa de producción se presentan productos inconformes y los minoristas presentan

equipos de ventas los cuales tienen esfuerzos comerciales y efectos promocionales, los cuales definen la demanda.

En cuanto a los beneficios esperados, para toda la cadena de suministro, se observa en la Tabla 7, que la cadena debe realizar esfuerzos de ventas necesarios para vender 45.000 unidades a los consumidores finales, además, el fabricante debe enviar 8344 lotes de producto terminado al minorista 1, 25280 lotes al minorista 2 y 23256 al minorista 3; esto con el fin de maximizar las ganancias del fabricante a un valor de \$880,630,000 anuales y de los minoristas a un valor de \$717,112,000 anuales y así obtener una utilidad global de \$1,597,742,000.

Finalmente, se ha cumplido con el propósito principal de la investigación, la cual buscó a través de un sistema de inventario colaborativo aumentar el beneficio conjunto, para esto, el fabricante y los minoristas deben mantener flujos de comunicación efectivos y definir estrategias claras de planificación colaborativa para satisfacer la demanda de un mercado cada vez más exigente y cambiante.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Diseñar una Cadena de Suministro con un enfoque colaborativo es actualmente un reto para aplicar en las organizaciones y mucho más en un entorno altamente competitivo e incierto. El presente trabajo permitió observar que se puede obtener un beneficio conjunto si se aplican métodos analíticos para optimizar la cantidad de lotes de producción a fabricar, optimizar el uso de materiales, mano de obra y recursos. Una planificación colaborativa busca que fabricantes y minoristas trabajen de forma coordinada para satisfacer las exigencias del mercado.

La realización del estado del arte permitió observar que se han trabajado en modelos de inventarios de dos niveles (fabricante y minoristas), sin embargo, muy pocos tienen en cuenta demandas estocásticas y efectos promocionales de los equipos de venta, los cuales influyen en el comportamiento de la demanda, por tal motivo se ha pertinente la realización del presente trabajo. Lo anterior se puede evidenciar en la Tabla 2, en donde se relacionan artículos relacionados con el modelo en estudio.

El modelo conceptual para la gestión de inventarios, fue un punto de referencia para entender la importancia de la colaboración efectiva para el rendimiento de la Cadena, teniendo en cuenta los siguientes aspectos: Sincronización de decisiones, Alineación de incentivos e Intercambio de información, teniendo ésta última alto valor, puesto que, se pueden tener altos rendimientos en las ventas teniendo en cuenta: Factores Promocionales, incluyendo también aspectos como Días especiales, cambios climáticos y preferencias de los clientes.

El modelo de inventario EPQ considera una cadena de suministro de dos niveles, una demanda estocástica, la empresa fabricante tiene múltiples minoristas, en este caso, se modelaron 3 minoristas, el fabricante presenta producción imperfecta, es decir, durante la etapa de producción se presentan productos inconformes y los minoristas presentan equipos de ventas los cuales tienen esfuerzos comerciales para aumentar la demanda. Se espera que el presente modelo contribuya a las empresas a aumentar sus beneficios

conjuntos aplicando estrategias de planificación colaborativa, teniendo como base el flujo efectivo de la información.

La validación de modelo en el sector repostería y panadería en la ciudad de Cartagena, es una oportunidad para trabajar más en este sector, en donde el 96% son microempresas, en la ciudad son muy pocos los investigadores que toman este sector para proponer la optimización de los procesos y los recursos. Actualmente este sector presenta deficiencias en la planificación conjunta entre fabricantes y minoristas, es decir no hay esquemas de colaboración y de integración definidos que permita atender las fluctuaciones de la demanda.

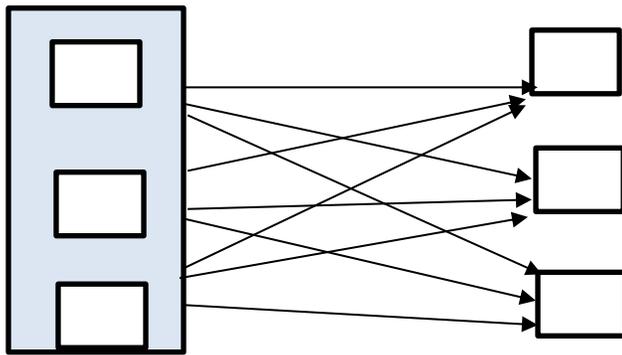
Teniendo en cuenta el modelo matemático planteado, se confirma que el enfoque colaborativo genera muchos más beneficios que la actuación como individual en el mercado, demostrando que el beneficio óptimo es  $R_0=45.000$  unidades, lo que indica que para obtener ganancias conjuntas se deben fabricar y distribuir esta cantidad de unidades de producto (torta de vainilla de 1 Libra), correspondiendo al fabricante \$880,630,000, al minorista \$ 717,112,000 y alcanzando una ganancia conjunta de \$1,597,742,000.

Finalmente, se ha cumplido con el propósito inicial de la investigación, la cual buscó a través de un sistema colaborativo disminuir costos de mantener en inventario y aumentar las ganancias de la cadena de suministro. Para esto, el fabricante y los minoristas deben mantener flujos de comunicación efectivos y definir estrategias claras de planificación colaborativa para satisfacer la demanda de un mercado cada vez más exigente y cambiante.

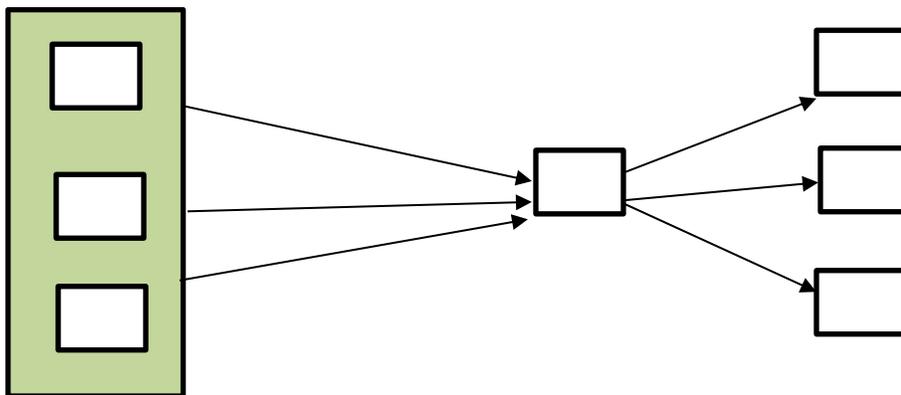
## TRABAJOS FUTUROS

El modelo matemático se planteó para una cadena de suministro conformada por dos niveles, un fabricante y tres minoristas, sin embargo, se pueden realizar las siguientes extensiones. En las tres extensiones planteadas se pueden considerar con varios productos y también con un solo producto.

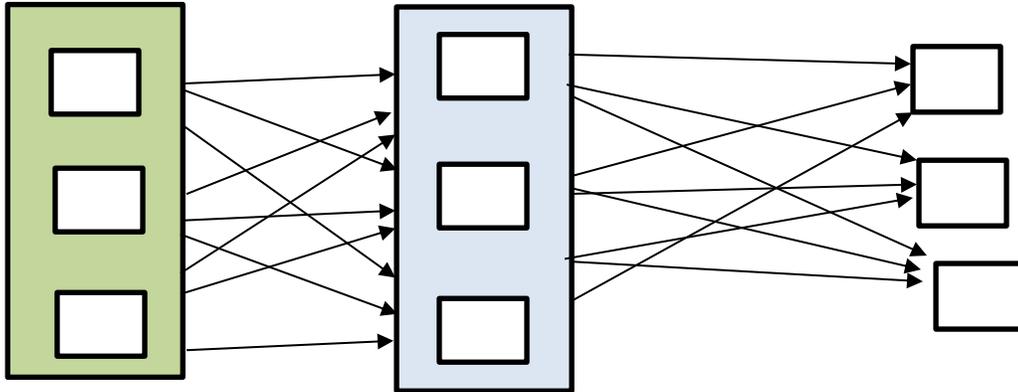
1. Se plantea la misma cadena de suministro del presente modelo, pero incluyendo varias fuentes de suministro, es decir, el mismo fabricante, pero con diferentes sucursales.



2. Ampliar la cadena, incluyendo a varios proveedores, un fabricante y  $r$  minoristas.



3. También se puede extender el modelo teniendo en cuenta varios proveedores, varias fuentes de suministros y  $r$  minoristas.



## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA

- Balcázar-Camacho, D., López-Bello, C., & Adarme-Jaimes, W. (2016). Strategic guidelines for supply chain coordination in healthcare and a mathematical model as a proposed mechanism for the measurement of coordination effects. *DYNA*, 204-212.
- Alarcón Valero, F., Lario Esteban, F., Boza García, A., & Pérez Perales, D. (2007). Propuesta de Marco Conceptual para el modelado del proceso de Planificación Colaborativa de Operaciones en contextos de Redes de Suministro/Distribución (RdS/D). *XI Congreso de Ingeniería de Organización*, 873-882.
- Amiri-Aref, M., Klibi, W., & Babai, M. (2017). The multi-sourcing location inventory problem with stochastic demand. *European Journal of Operational Research*, 1–16.
- Ballou, R. (2004). *Administración de la Cadena de Suministro*. México: Pearson Educación.
- Barzoki, M., Jahanbazi, M., & Bijari, M. (2011). Effects of imperfect products on lot sizing with work in process inventory. *Applied Mathematics and Computation*, 8328-8336.
- Bazaraa, M., Sherali, H., & Shetty, C. (2006). *Nonlinear programming : theory and algorithms*. John Wiley & Sons: New Jersey.
- Bozarth, C., & Handfield, R. (2005). *Introduction to Operations and Supply Chain Management*. New Jersey: Pearson Education.
- Bustos Flores, C. E., & Chacón Parra, G. B. (2012). Modelos determinísticos de inventarios para demanda independiente. *Contaduría y Administración*, 239-258.
- Cánovas Cánovas, M., Sempere Orts, M., & Huertas Navarro, V. (2012). *Optimización matemática aplicada. Enunciados, ejercicios y aplicaciones del mundo real con MATLAB*. Alicante: Editorial Club Universitario.

- Cárdenas-Barrón, L. (2009). Economic production quantity with rework process at a single-stage manufacturing system with planned backorders. *Computers & Industrial Engineering*, 1105-1113.
- Cárdenas-Barrón, L., & Sana, S. (2014). A production-inventory model for a two-echelon supply chain when demand is dependent on sales teams' initiatives. *Int. J. Production Economics*, 249–258.
- Cassivi, L. (2006). Collaboration planning in a supply chain. *Supply Chain Management: An International Journal*, 249 - 258.
- Chapman, S. (2006). *Planificación y Control de la Producción*. México: Pearson Education.
- Chen, L., Zhao, X., Tang, O., Price, L., Zhang, S., & Zhu, W. (2017). Supply chain collaboration for sustainability: A literature review and future research agenda. *International Journal of Production Economics*.
- Chung, C.-J., & Wee, H.-M. (2011). Short life-cycle deteriorating product remanufacturing in a green supply chain inventory control system. *Int. J. Production Economics*, 195–203.
- Corsten, D., & Felde, J. (2005). Exploring the performance effects of key-supplier collaboration: An empirical investigation into Swiss buyer-supplier relationships. *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 445-461.
- DERROUCHE, R., NEUBERT, G., & BOURAS, A. (2008). Supply Chain Management: A framework to characterize the Collaborative Strategies. *International journal of computer integrated manufacturing*, 426-436.
- Dey, O., & Giri, B. (2014). Optimal vendor investment for reducing defect rate in a vendor–buyer integrated system with imperfect production process. *International Journal of Production Economics*, 222-228.

- Figuroa, H. (24 de Octubre de 2012). ¡A consumir más pan! *El Universal*. Obtenido de <http://www.eluniversal.com.co/cartagena/economica/consumir-mas-pan-95904>
- García, D., & Priore Moreno, P. (1996). *Programación lineal entera y programación no lineal: organización de empresas, modelos y métodos*. Universidad de Oviedo.
- Ghare, P., & Schrader, G. (1963). A model for exponentially decaying inventory. *J. Ind. Eng*, 238–243.
- Giannoccaro, I., & Pontrandolfo, P. (2001). *Models for Supply Chain Management: A Taxonomy*. USA: Proceedings of the Twelfth Annual Conference of the Production and Operations .
- Girlich, H.-J., & Chikán, A. (2001). The origins of dynamic inventory modelling under uncertainty: (the men, their work and connection with the Stanford Studies). *International Journal of Production Economics*, 351-363.
- Goyal, S., & Giri, B. (2001). Recent trends in modeling of deteriorating inventory. *European Journal of Operational Research*, 1-16.
- Goyal, S., & Gunasekaran, A. (1995). An integrated production-inventory-marketing model for deteriorating items. *Computers & Industrial Engineering*, 755-762.
- GÜLLÜ, R., ÖNOL, E., & ERKIP, N. (1997). Analysis of a deterministic demand production/inventory system under nonstationary supply uncertainty. *IIE Transactions*, 703-709.
- Heide, J., & John, G. (1990). Alliances in Industrial Purchasing: The Determinants of Joint Action in Buyer-Supplier Relationships. *Journal of Marketing Research*, 24-36.
- Hejazi, S., Tsou, J., & Barzoki, M. (2008). Optimal lot size of EPQ model considering imperfect and defective products. *Journal of Industrial Engineering International*, 59-68.

- Holweg, M., Disney, S., Holmström, J., & Smaros, J. (2005). Supply Chain Collaboration: Making Sense of the Strategy Continuum. *European Management Journal*, 170–181.
- Ignacio Pires, S., & Carretero Díaz, L. (2007). *Gestión de la Cadena de Suministros*. España: McGraw-Hill.
- Khouja, M. (1994). The economic production lot size model under volume flexibility. *Computers & Operations Research*, 515-523.
- Khouja, M., & Mehrez, A. (1994). Economic production lot size model with variable production rate and imperfect quality. *Journal of the Operational Research Society*, 1405–1417.
- Kundu, A., Guchhait, P., Panigrahi, G., & Maiti, M. (2017). An imperfect EPQ model for deteriorating items with promotional effort dependent demand. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 649–666.
- Lambert, D., & Cooper, M. (2000). Issues in Supply Chain Management. *Industrial Marketing Management*, 65–83.
- Lee, H., So, K., & Tang, C. (2000). The Value of Information Sharing in a Two-Level Supply Chain. *Management Science*, 626 - 643.
- Lejeune, M., & Yakova, N. (2005). On Characterizing the 4 C's in Supply Chain Management. *Journal of Operations Management*, 81-100.
- Liao, J.-J. (2007). On an EPQ model for deteriorating items under permissible delay in payments. *Applied Mathematical Modelling*, 393-403.
- Lin, G., Kroll, D., & Lin, C. (2006). Determining a common production cycle time for an economic lot scheduling problem with deteriorating items. *European Journal of Operational Research*, 669–682.

- Liu, X. (2018). LRN 2016 SPECIAL – the antecedents and consequences of reduction within a supply chain collaboration orientation of CO2 emissions: evidence from China. *International Journal of Logistics Research and Applications*, 1-16.
- Lopes-Martínez, I., Gómez-Acosta, M., & Acevedo-Suárez, J. (2012). Situación de la gestión de inventarios en Cuba. *Ingeniería Industrial*, 317-330.
- Lummus, R., Vokurka, R., & Alber, K. (1998). Strategic supply chain planning. *Production and inventory management Journal*, 49.
- Mathur, K., & Solow, D. (1996). *Investigación de operaciones : el arte de la toma de decisiones*. México D. F: Prentice-Hall .
- MEANA COALLA, P. P. (2017). *UF0476 - Gestión de inventarios*. Madrid: Ediciones Paraninfo.
- Mentzer, J., De Witt, W., Keebler, J., Min, S., Nix, N., & Smith, C. (2001). DEFINING SUPPLYCHAIN MANAGEMENT. *JOURNAL OF BUSINESS LOGISTICS*.
- Metersky, J., & Kilgore, J. (2004). How to Improve Your Inventory Deployment. *Supply Chain Management Review*, 26-32.
- Miranda, P., & Garrido, R. (2004). Incorporating inventory control decisions into a strategic distribution network design model with stochastic demand. *Transportation Research Part E*, 183–207.
- MISRA, R. (1975). Optimum production lot size model for a system with deteriorating inventory. *International Journal of Production Research*, 495-505.
- Misra, R. B. (1975). Optimum production lot size model for a system with deteriorating inventory. *International Journal of Production Research*, 495-505.
- Nahmias, S. (2007). *Análisis de la producción y las operaciones*. Mexico D.F: McGraw-Hill.
- Nahmias, S. (2009). *Production and operations analysis*. Boston: McGraw-Hill.

- Nickl, M. (2005). La evolución del concepto “Logística” al de “Cadena de Suministros” y más allá. *Compras y Existencias*(140).
- Nobil, A., Sedigh, A., & Cárdenas-Barrón, L. (2016). A multi-machine multi-product EPQ problem for an imperfect manufacturing system considering utilization and allocation decisions. *Expert Systems with Applications*, 310-319.
- Ortiz-Vargas, D., & Montoya-Torres, J. (2012). Programación de la Producción bajo un ambiente de colaboración en una Cadena de Suministro diádica. *Ingeniería y universidad*, 315-331.
- Pal, B., Sana, S., & Chaudhuri, K. (2013). A mathematical model on EPQ for stochastic demand in an imperfect production system. *Journal of Manufacturing Systems*, 260– 270.
- Pal, S., & Mahapatra, G. (2017). A manufacturing-oriented supply chain model for imperfect quality with inspection errors, stochastic demand under rework and shortages. *Computers & Industrial Engineering*, 299–314.
- Papachristos, S., & Konstantara, I. (2006). Economic ordering quantity models for items with imperfect quality. *Int. J. Production Economics*, 148–154.
- Porter, M. (2003). *Ser Competitivo. Nuevas Aportaciones y Conclusiones*. España: Harvard Business School Press.
- Ramanathan , U., & Muyltermans, L. (2010). Identifying demand factors for promotional planning and forecasting: A case of a soft drink company in the UK. *Int. J. Production Economics*, 538–545.
- Ramanathan, U., & Gunasekaran, A. (2014). Supply chain collaboration: Impact of success in long-term partnerships. *Int. J. Production Economics*, 252–259.
- Ramdass, K., & Spekman, R. (2000). Chain or Shackles: Understanding What Drives SupplyChain. *Interfaces*, 3-21.

- Revista Dinero. (25 de 12 de 2014). *Revista Dinero*. Obtenido de <http://www.dinero.com/empresas/articulo/estudios-panaderia-pasteleria-colombia/204392>
- Ribas Vila, I., & Companys Pascual, R. (2007). la cadena de suministro: Contexto determinista e Incierto. *Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal*.
- Ríos, F., Martínez, A., Palomo, T., Cáceres, S., & Díaz, M. (2008). Inventarios probabilísticos con demanda independiente de revisión continua, modelos con nuevos. *Ciencia Ergo Sum*, 251-258.
- Said, F. (2012). *Gestión de la Red de Abastecimiento*.
- Salas Navarro, K. (2013). *Diseño De Una Estrategia De Gestión De Inventarios Colaborativo Para Escenarios De Incertidumbre De Una Cadena De Suministro Multi-Nivel: Caso De Aplicación Sector Madera Y Muebles De La Región Caribe De Colombia*. Cartagena: Universidad Tecnológica de Bolívar.
- Salas Navarro, K., Acevedo Chedid, J., Mercado Caruso, N., & Sana, S. (2018). An inventory model of three-layer supply chain of wood and furniture industry in the Caribbean region of Colombia. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*, 5(1), 69-86.
- Salas-Navarro, K., Miguél-Mejía, H., & Acevedo-Chedid, J. (2017). Metodología de Gestión de Inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una cadena de suministro. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 326-337.
- Sana, S., Chedid, J., & Navarro, K. (2014). A three layer supply chain model with multiple suppliers, manufacturers and retailers for multiple items. *Applied Mathematics and Computation*, 139-150.
- Sectorial. (JUNIO de 2016). *Sectorial*. Obtenido de INFORME SECTOR INDUSTRIA PANIFICADORA: [https://www.einforma.co/descargas/ejemplo\\_sectoriales.pdf](https://www.einforma.co/descargas/ejemplo_sectoriales.pdf)

- Severa-Francés, D. (2010). Concepto y evolución de la función logística. *Revista Innovar Journal*, 217-234.
- Shapiro, J., & Wagner, S. (2009). STRATEGIC INVENTORY OPTIMIZATION. *JOURNAL OF BUSINESS LOGISTICS*, 161-173.
- Simatupang, T., & Sridharan, R. (2002). The collaborative supply chain. *International Journal of Logistics Management*, 15-30.
- Simatupang, T., & Sridharan, R. (2004). Benchmarking supply chain collaboration. An empirical study. *Benchmarking: An International Journal*, 484-503.
- Soylu, A., Oruç, C., Turkay, M., Fujita, K., & Asakura, T. (2006). Synergy analysis of collaborative supply chain management in energy systems using multi-period MILP. *European Journal of Operational Research*, 387–403.
- Spekman, R., & Davis, E. (2016). The extended enterprise: a decade later. *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 43-61.
- Stadtler, H. (2005). Supply chain management and advanced planning—basics, overview and challenges. *European Journal of Operational Research*, 575–588.
- Taha, H. (2004). *Investigación de operaciones*. México: Pearson Educación.
- Tai, A. (2013). Economic production quantity models for deteriorating/imperfect products and service with rework. *Computers & Industrial Engineering*, 879–888.
- Taleizadeh, A., Cárdenas-Barrón, L., & Mohammadi, B. (2013). A deterministic multi product single machine EPQ model with backordering, scraped products, rework and interruption in manufacturing process. *International Journal of Production Economics*, 9-27.
- Teng, J.-T., & Chang, C.-T. (2005). Economic production quantity models for deteriorating items with price- and stock-dependent demand. *Computers & Operations Research*, 297 – 308.

- Wee, H.-M. (1993). ECONOMIC PRODUCTION LOT SIZE MODEL FOR DETERIORATING ITEMS WITH PARTIAL BACK-ORDERING . *Computers ind. Engng*, 449-458.
- Widyadana, G., & Wee, H. (2012). An economic production quantity model for deteriorating items with multiple production setups and rework. *Int. J. Production Economics*, 62–67.
- Xiangtong, Q., & Gang, Y. (2004). *Disruption Management: Framework, Models, And Applications*. Singapore: World Scientific.
- Yu, Z., Yan, H., & Cheng, E. (2001). Benefits of information sharing with supply chain partnerships. *Industrial Management and Data Systems*, 114-119.
- Zhou, Y.-W., Chen, J., Wu, Y., & Zhou, W. (2015). EPQ models for items with imperfect quality and one-time-only discount. *Applied Mathematical Modelling*, 1000-1018.
- Zhou, Y.-W., Chen, J., Wu, Y., & Zhou, W. (2015). EPQ models for items with imperfect quality and one-time-only discount. *Applied Mathematical Modelling*, 1000–1018.

## ANEXOS

### ANEXO 1. ANÁLISIS DE LA DEMANDA DEL MERCADO

A partir de la información de las ventas de los últimos meses de los distribuidores se hizo un análisis de las mismas para determinar si su comportamiento tiende a una o varias distribuciones de probabilidad en particular. A continuación, se presentan las pruebas estadísticas del análisis.

#### Análisis de Pareto

Para conocer el grupo de productos más representativos en cuanto a ingresos por parte del distribuidor se hace necesario realizar un análisis de Pareto que nos permita clasificar los productos en tipo A, tipo B y tipo C, de mayor a menor impacto sobre el total de las ventas.

Tabla 3.

**Tabla 13.** Demanda Anual de grupos de productos del distribuidor. Fuente: Adaptación datos suministrados por Distribuidor

PRODUCTOS	DEMANDA ANUAL	VENTAS ANUAL	% Ventas	% Ventas Acumulado
PUDIN VAINILLA 1LB	56,664	\$ 906,624,000	15.251%	15.251%
PUDINES ESPECIALES	46,735	\$ 459,734,194	7.734%	22.985%
PUDIN COMBINADO 1 LB	23,287	\$ 444,708,150	7.481%	30.466%
TORTA FRIA NAPOLEON 1 LB	15,203	\$ 383,840,841	6.457%	36.923%
PUDIN NARANJA 1 LB	18,905	\$ 363,719,262	6.118%	43.041%
TORTA FRIA INGLES CON MEL Y FR 1 LB	12,060	\$ 323,353,257	5.439%	48.481%
PUDIN AREQUIPE CON MANI 1 LB	13,869	\$ 322,325,663	5.422%	53.903%
TORTA FRIA PIONONO 1 LB	12,179	\$ 264,831,193	4.455%	58.358%
PUDIN CHOCOWAY 1 LB	9,112	\$ 246,099,236	4.140%	62.498%
CHOCOMAS 1LB	8,250	\$ 196,451,569	3.305%	65.802%
TORTA FRIA INGLES CON MEL Y FR 1/2 LB	10,998	\$ 168,701,474	2.838%	68.640%
MOLDECITO DE TRES LECHE	36,119	\$ 136,921,881	2.303%	70.943%
TORTA FRIA SELVA NEGRA 1LB	5,206	\$ 132,615,558	2.231%	73.174%
TORTA FRIA PIONONO 1/2 LB	9,979	\$ 130,905,889	2.202%	75.376%

PUDIN AREQUIPE CON MANI 1/2 LB	9,460	\$ 130,312,358	2.192%	77.568%
PUDIN 1LB CAPRICHOS	5,094	\$ 117,778,763	1.981%	79.550%
PUDIN CHOCOWAY 1/2 LB	8,005	\$ 112,938,815	1.900%	81.450%
PUDIN VAINILLA 1/2 LB	10,852	\$ 103,170,149	1.736%	83.185%
PUDIN COMBINADO 1/2 LB	10,711	\$ 100,326,932	1.688%	84.873%
TORTA FRIA SELVA NEGRA 1/2 LB	5,296	\$ 79,195,806	1.332%	86.205%
POSTRE BANDEJA TRES LECHES 1/2	2,665	\$ 79,105,460	1.331%	87.536%
PUDIN NARANJA 1/2 LB	8,245	\$ 78,628,326	1.323%	88.858%
PUDIN 1LB AREQUIPE	3,242	\$ 68,854,132	1.158%	90.017%
TORTA FRIA NAPOLEON 1/2 LB	4,330	\$ 60,936,121	1.025%	91.042%
MINI COPITA NAPOLITANA	31,079	\$ 60,872,269	1.024%	92.066%
TRES LECHES CHOCOLATE	16,040	\$ 57,772,254	0.972%	93.038%
PUDIN 1LB CAMELO	1,778	\$ 41,701,006	0.701%	93.739%
PUDIN 1LB FANTASIA DE CHOCOLATE	1,780	\$ 40,659,320	0.684%	94.423%
MINI CHOCOWAY	10,758	\$ 39,129,796	0.658%	95.081%
PUDIN 1LB YOGURT	1,608	\$ 38,213,746	0.643%	95.724%
MINI AREQUIPE	11,173	\$ 33,604,095	0.565%	96.289%
MOSAICO DE GELATINA	11,618	\$ 28,711,421	0.483%	96.772%
PUDIN CAMELO 1/2 LB	1,806	\$ 20,333,965	0.342%	97.114%
PUDIN YOGURT 1/2 LB	1,709	\$ 19,927,299	0.335%	97.450%
TORTA FRIA 1LB ILUSIÓN	709	\$ 19,648,810	0.331%	97.780%
MINI FANTASIA DE CHOCOLATE	4,466	\$ 17,090,777	0.288%	98.068%
TORTA FRIA 1/2LB ILUSIÓN	683	\$ 9,992,766	0.168%	98.236%
1/2LB AREQUIPE	756	\$ 8,717,383	0.147%	98.382%
MINI COPITA DULCE DE COCO	4,255	\$ 8,228,700	0.138%	98.521%
TORTA FRIA 1/2LB MARACUYA	541	\$ 8,168,934	0.137%	98.658%
ZEPELIN VAINILLA RAYAS	1,147	\$ 7,184,736	0.121%	98.779%
COQUETA CHEESECAKE	1,680	\$ 7,082,226	0.119%	98.898%
MUFFIN	5,737	\$ 7,027,477	0.118%	99.016%
MINI BROWNIE	1,825	\$ 6,447,478	0.108%	99.125%
PUDIN 1/2 LB FANTASIA DE CHOCOLATE	493	\$ 6,387,533	0.107%	99.232%
MINI POSTRE DE MARACUYA	1,276	\$ 5,371,340	0.090%	99.323%
TORTA CASERA DE FRESA	980	\$ 4,944,620	0.083%	99.406%
TORTA CASERA DE MORA	930	\$ 4,861,343	0.082%	99.488%
TORTA CASERA DE MARACUYA	880	\$ 4,686,459	0.079%	99.567%
PONQUITOS X 12 UNDS.	1,765	\$ 3,936,190	0.066%	99.633%
PORCION NAPOLEON	955	\$ 3,442,766	0.058%	99.691%
GALLETA TRES LECHES	689	\$ 2,223,461	0.037%	99.728%
MUFFINS X 2 UNDS. CHOCO VAINILLA	998	\$ 2,223,197	0.037%	99.765%
POSTRE FLAN DE CAMELO	73	\$ 2,174,145	0.037%	99.802%

POSTRE CHOCOFLANCHO	80	\$ 2,029,002	0.034%	99.836%
MINI PIONONO	489	\$ 1,976,986	0.033%	99.869%
PORCION PINONO	486	\$ 1,799,218	0.030%	99.900%
ZEPELIN DE BANANO PT	217	\$ 1,411,038	0.024%	99.923%
MINI COPITA ARROZ CON LECHE	700	\$ 1,051,228	0.018%	99.941%
MUFFINS X 6 UNDS.	156	\$ 512,486	0.009%	99.950%
PORCION SELVA NEGRA	135	\$ 494,478	0.008%	99.958%
1/2 LB VAINILLA TRANSACCIONAL	189	\$ 490,482	0.008%	99.966%
PUDIN 1LB CIRUELA	18	\$ 421,294	0.007%	99.973%
PORCION CHOCOWAY	109	\$ 403,736	0.007%	99.980%
PORCION INGLES MELOCOTON Y FRESAS	93	\$ 340,768	0.006%	99.986%
TORTA FRIA PIONONO NAVIDEÑO 1/2LB	23	\$ 327,829	0.006%	99.991%
PORCION INGLÉS	84	\$ 308,819	0.005%	99.997%
1 LB VAINILLA TRANSACCIONAL	20	\$ 105,980	0.002%	99.998%
ENVINADA	8	\$ 93,834	0.002%	100.000%

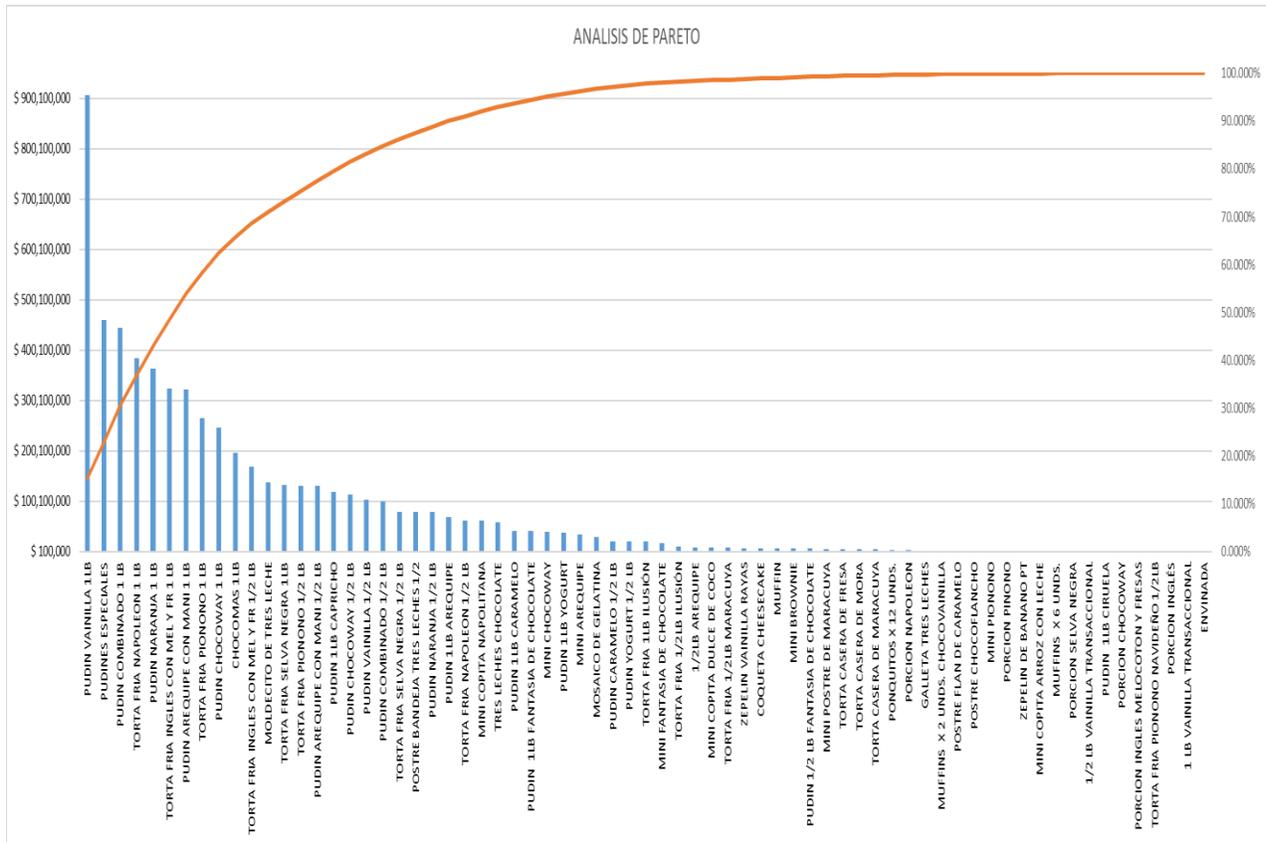


Figura 19. Análisis de Pareto para los productos de los minoritas.

Elaboración Propia

De acuerdo con la Tabla 3 y debido a la gran variedad de productos que desarrolla la empresa, los productos más representativos por parte de los minoristas son: Pudín de Vainilla de 1LB, siendo éste el producto estrella de los minoristas; pudines especiales, los cuales son aquellos que se realizan de acuerdo a las especificaciones de los clientes, pudín combinado de 1Lb, Torta Napoleón 1Lb, Pudín de Naranja de 1Lb, Torta Fría Ingles 1Lb, Pudín de arequipe con maní de 1Lb, Pionono 1Lb, Chocoway 1Lb, Torta Fría Ingles ½ Lb, moldecito tres leches, Torta selva negra 1Lb, Pionono ½ Lb, Pudín Arequipe Maní ½ Lb, Pudín capricho 1 Lb y Chocoway ½ Lb, los anteriores productos equivalen al 81,5% de las ventas totales.

Para validar el modelo se seleccionó la referencia de producto que más genera ganancias en la empresa y es el Pudín de Vainilla de 1Lb.

A continuación, se presentan las ventas de los últimos 12 meses del producto seleccionado de los tres minoristas.

**Tabla 14.** Ventas Producto Seleccionado Minorista 1

<b>VENTAS MINORITA 1</b>	
<b>ENERO</b>	2049
<b>FEBRERO</b>	2489
<b>MARZO</b>	2913
<b>ABRIL</b>	796
<b>MAYO</b>	1110
<b>JUNIO</b>	934
<b>JULIO</b>	1111
<b>AGOSTO</b>	1617
<b>SEPTIEMBRE</b>	1154
<b>OCTUBRE</b>	1930
<b>NOVIEMBRE</b>	1827
<b>DICIEMBRE</b>	2780

**Tabla 15.** Ventas Producto Seleccionado Minorita 2

<b>VENTAS MINORISTA 2</b>	
<b>ENERO</b>	1056
<b>FEBRERO</b>	1775
<b>MARZO</b>	1491
<b>ABRIL</b>	1872
<b>MAYO</b>	2160
<b>JUNIO</b>	2064
<b>JULIO</b>	1952
<b>AGOSTO</b>	720
<b>SEPTIEMBRE</b>	990
<b>OCTUBRE</b>	853
<b>NOVIEMBRE</b>	1340
<b>DICIEMBRE</b>	2452

**Tabla 16.** Ventas Producto Seleccionado Minorista 3.

<b>VENTAS MINORISTA 3</b>	
<b>ENERO</b>	1199
<b>FEBRERO</b>	1711
<b>MARZO</b>	1241
<b>ABRIL</b>	877
<b>MAYO</b>	714
<b>JUNIO</b>	1120
<b>JULIO</b>	2658
<b>AGOSTO</b>	2270
<b>SEPTIEMBRE</b>	1531
<b>OCTUBRE</b>	1059
<b>NOVIEMBRE</b>	578
<b>DICIEMBRE</b>	2269

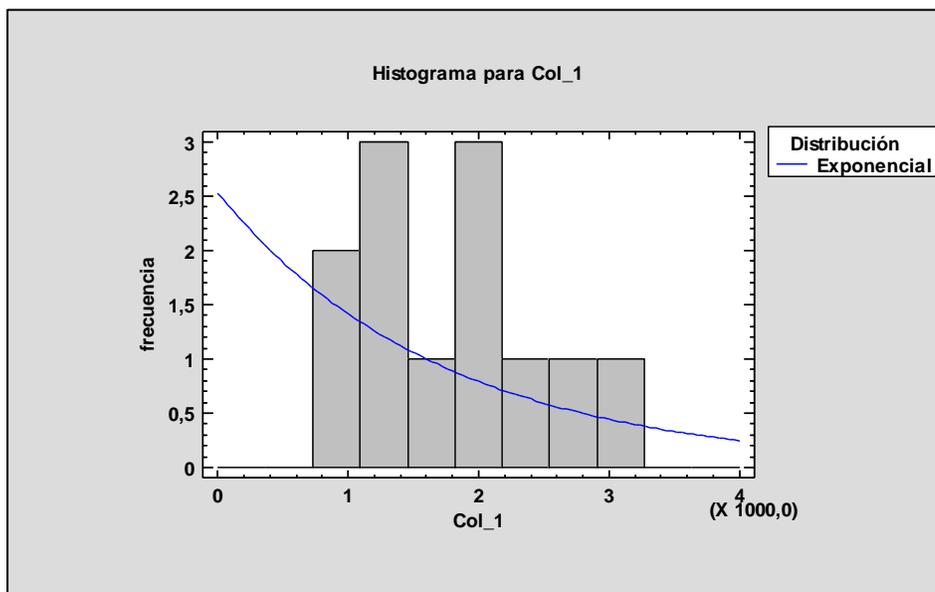
Los análisis estadísticos se desarrollaron en el Software Statgraphics Centurion XVII, versión 161.02 (64 bits), en un equipo marca Hp Intel(R) Core(TM) i3 de 64 bits, con memoria RAM de 4GB.

### **Minorista 1.**

Al analizar los datos del Minorista 1 en los últimos 12 meses, se puede observar que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor ó igual a 0,05, por lo tanto, no se puede rechazar la idea de que el comportamiento de los datos proviene de una distribución exponencial con 95% de confianza.

**Tabla 17.** Prueba de Kolmogorov-Smimov para Minorista 1. Elaboración Propia

	<i>Exponencial</i>
DMAS	0,184911
DMENOS	0,36949
DN	0,36949
Valor-P	0,0755186



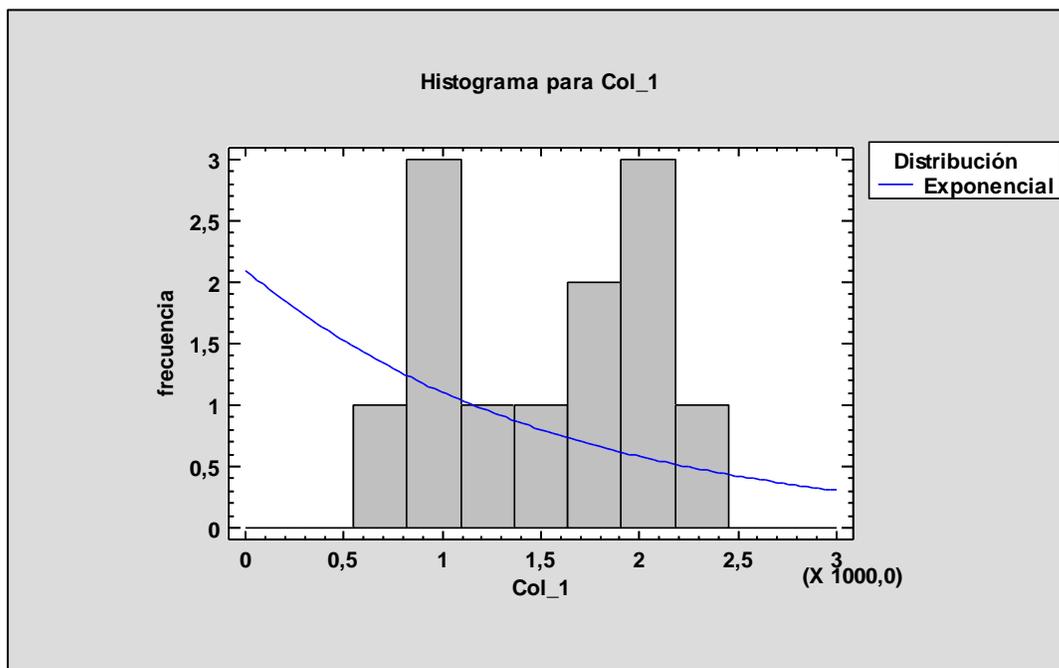
*Figura 20.* Histograma de Frecuencias para el Minorista 1.

## Minorista 2

Al analizar los datos del Minorista 2 en los últimos 12 meses, se puede observar que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor ó igual a 0,05, por lo tanto, no se puede rechazar la idea de que el comportamiento de los datos proviene de una distribución exponencial con 95% de confianza.

**Tabla 18.** Prueba de Kolmogorov-Smimov para Minorista 2. Fuente: Elaboración Propia

	<i>Exponencial</i>
DMAS	0,207759
DMENOS	0,369609
DN	0,369609
Valor-P	0,0753593



**Figura 21.** Histograma de Frecuencias para el Minorista 2.

### Minorista 3

Al analizar los datos del Minorista 3 en los últimos 12 meses, se puede observar que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor ó igual a 0,05, por lo tanto, no se puede rechazar la

idea de que el comportamiento de los datos proviene de una distribución exponencial con 95% de confianza.

**Tabla 19.** Prueba de Kolmogorov-Smimov para Minorista 3. Fuente: Elaboración Propia

	<i>Exponencial</i>
DMAS	0,157
DMENOS	0,331436
DN	0,331436
Valor-P	0,143263

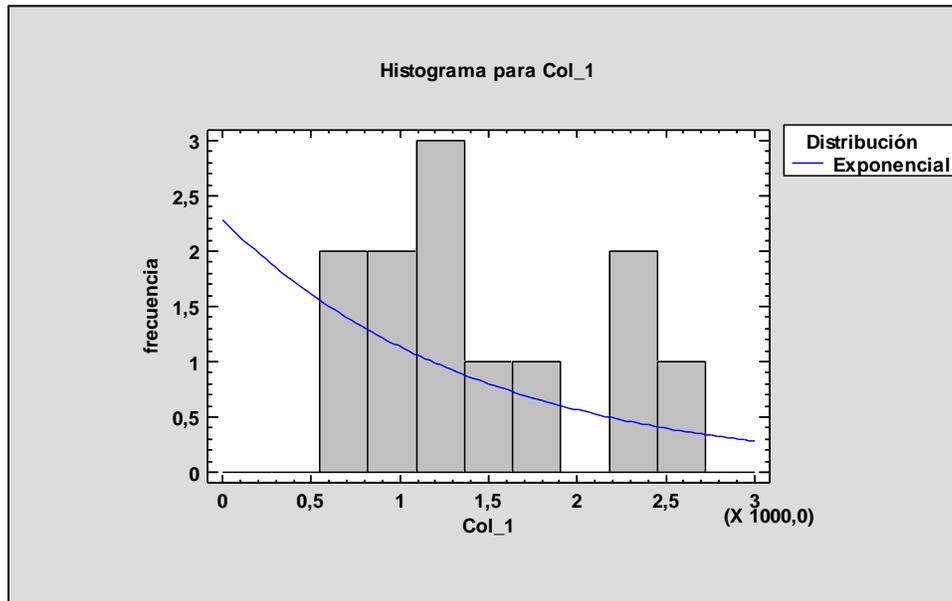


Figura 22. Histograma de Frecuencias para el Minorista 3.

## **ANEXO 2. PROGRAMACIÓN MODELO MATEMÁTICO DE INVENTARIO EPQ, CONSIDERANDO UN SISTEMA DE PRODUCCIÓN IMPERFECTO CON DEMANDA ESTOCÁSTICA Y DEPENDIENTE DE LOS ESFUERZOS DE VENTAS EN ESQUEMAS COLABORATIVOS.**

(\*MODELO DE INVENTARIO EPQ DE DOS NIVELES CONSIDERANDO UN FABRICANTE, VARIOS MINORISTAS, DEMANDA PROBABILISTICA Y PRODUCTOS DEFECTUOSOS\*)

(\*ESCENARIO 1\*)

Array[Q, 3] (\*Tamaño de lote de productos a enviar a minoristas\*)  
Array[WR, 3] (\*Precio de venta por unidad del minorista  $r^*$ \*)  
Array[HR, 3] (\*Costo de mantener en inventario de producto terminado por unidad de tiempo del minorista  $r^*$ \*)  
Array[AR, 3] (\*Costo de alistamiento en el minorista  $r^*$ \*)  
Array[KR, 3] (\*Costo de iniciativas de esfuerzo de ventas en el minorista  $r^*$ \*)  
Array[DR, 3] (\*Tasa de demanda de productos por unidad en el minorista  $r^*$ \*)  
Array[X, 3] (\*Valor esperado de la tasa de demanda del mercado por unidad en el minorista  $r^*$ \*)  
Array[t, 3] (\*Parámetro escalar que varía con las iniciativas de esfuerzo de ventas\*)  
Array[Y, 3] (\*Factor del costo de iniciativas de esfuerzos de ventas\*)  
Array[APR, 3] (\*Utilidad individual para el minorista  $r^*$ \*)  
WM = 23000  
HM = 650.70  
HMi = 976.05  
AM = 6072575.64  
CM = 5072.36  
LM = 158399760  
AlphaM = 1837.62  
P = 56880  
B = 0.05  
rM = 2844  
sM = 156.12  
KM = 1130.80

$$FM_i = 0.4$$

$$WR[1] = 35000$$

$$WR[2] = 35500$$

$$WR[3] = 36000$$

$$HR[1] = 207.12$$

$$HR[2] = 187.26$$

$$HR[3] = 172.27$$

$$AR[1] = 1666.67$$

$$AR[2] = 2000$$

$$AR[3] = 2666.67$$

$$KR[1] = 366.95$$

$$KR[2] = 507.32$$

$$KR[3] = 464.39$$

$$X[1] = 20712$$

$$X[2] = 18726$$

$$X[3] = 17227$$

$$t[1] = 6213$$

$$t[2] = 6554$$

$$t[3] = 6029$$

$$m = 1$$

$$Y[1] = 0.3$$

$$Y[2] = 0.35$$

$$Y[3] = 0.35$$

$$R_o = 1$$

$$DR[1] = X[1] + (t[1]*(1.0 - (1.0/(1.0 + R_o))))$$

$$DR[2] = X[2] + (t[2]*(1.0 - (1.0/(1.0 + R_o))))$$

$$DR[3] = X[3] + (t[3]*(1.0 - (1.0/(1.0 + R_o))))$$

(\*BENEFICIO DEL FABRICANTE\*)

$$APM = (WM*(Sum[Q[r], \{r, 3\}]) - (CM*P) - (LM/P) - (AlphaM*P) - ((HMi*(Sum[Power[Q[r], 2], \{r,3\}]))/(2*(1 - B)*P)) + (HMi*(Sum[DR[r], \{r, 3\}])*(Sum[Power[Q[r], 2], \{r,3\}]))/(2*(Power[1 - B, 2])*(Power[P, 2]))) - ((HM*(Sum[Power[Q[r], 2], \{r, 3\}]))/(2*Sum[DR[r], \{r, 3\}])) + ((HM*(Sum[Power[Q[r], 2], \{r, 3\}]))/((1 - B)*P)) - ((HM*B*(Sum[Power[Q[r], 2], \{r, 3\}]))/(2*(Power[1 - B, 2])*P)) - ((HM*B*P*(Sum[Q[r], \{r, 3\}]))/((1 - B)*rM)) - ((sM*(Sum[Q[r], \{r, 3\}]))/(1 - B)) - (AM/(Sum[Q[r], \{r, 3\}])) - ((KM*FMi*(Power[Ro, m]))/(Sum[Q[r], \{r, 3\}]))$$

$$EAPM = APM$$

$$SDR = DR[1] + DR[2] + DR[3]$$

(\*BENEFICIO DEL MINORISTA\*)

$$APR[1] = (WR[1]*Q[1]) - (WM* Q[1]) - ((HR[1]*(Power[DR[1], 2])*(Power[Sum[Q[r], \{r, 3\}], 2]))/(2*X[1]*(Power[SDR, 2]))) + ((HR[1]* DR[1]*(Power[Sum[Q[r], \{r, 3\}], 2]))/(2*(Power[SDR, 2]))) - ((KR[1]*Y[1]*(Power[Ro, m]))/Q[1]) - (AR[1]/Q[1])$$

$$APR[2] = (WR[2]*Q[2]) - (WM* Q[2]) - ((HR[ 2]*(Power[DR[2], 2])*(Power[Sum[Q[r], \{r, 3\}], 2]))/(2*X[2]*(Power[SDR, 2]))) + ((HR[2]*DR[2]*(Power[Sum[Q[r], \{r, 3\}], 2]))/(2*(Power[SDR,2]))) - ((KR[2]*Y[2]*(Power[Ro, m]))/Q[2]) - (AR[2]/Q[2])$$

$$APR[3] = (WR[3]*Q[3]) - (WM*Q[3]) - ((HR[3]*(Power[DR[3], 2])*(Power[Sum[Q[r], \{r, 3\}], 2]))/(2*X[3]*(Power[SDR, 2]))) + ((HR[3]*DR[3]*(Power[Sum[Q[r], \{r, 3\}], 2]))/(2*(Power[SDR, 2]))) - ((KR[3]*Y[3]*(Power[Ro, m]))/Q[3]) - (AR[3]/Q[3])$$

$$EAPR = Sum[APR[r], \{r, 3\}]$$

$$EAPC = EAPM + EAPR$$

$$FUNC = -EAPC$$

$$FindMinimum[{\text{FUNC}, Q[1] < DR[1] \ \&\& \ Q[2] < DR[2] \ \&\& \ Q[3] < DR[3] \ \&\& \ Q[1] + Q[2] + Q[3] < P}, \{Q[1], 1000\}, \{Q[2], 1000\}, \{Q[3], 1000\}]$$