

**Implementación de nuevas ecuaciones de separación de flujo  
base para la modelación del volumen de escorrentía al método  
de estimación de crecientes desarrollado por Coronado – Triana**

**RAFAEL DAVID MÉNDEZ ANILLO**

**Cartagena de Indias D.T. y C.**

**Implementación de nuevas ecuaciones de separación de flujo  
base para la modelación del volumen de escorrentía al método  
de estimación de crecientes desarrollado por Coronado – Triana**

**Tesis para obtener el título de:  
INGENIERO CIVIL**

**RAFAEL DAVID MÉNDEZ ANILLO**

**Asesor de tesis:  
OSCAR CORONADO HERNANDEZ**

**Cartagena de Indias D.T. y C.  
2014**

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

---

**FIRMA DEL JURADO**

---

**FIRMA DEL JURADO**

**Cartagena de Indias D.T. y C, Febrero de 2015**

### ***Agradecimientos***

*Agradezco en primer lugar a Dios por guiarme siempre en mi camino y no abandonarme ni un segundo.*

*A mi mamá Martha Anillo, a mi hermano Fabián Méndez y a mis abuelos maternos Hermes y Rafael por su apoyo y amor infinito, gracias por confiar siempre en mí, sin ustedes no estuviera donde estoy.*

*A mi novia Geraldine Rada por su apoyo incondicional.*

*A mi profesor Oscar Coronado por su confianza y su amistad.*

***Rafael David Méndez Anillo***

## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	7
1. OBJETIVOS.....	8
1.1 Objetivo General.....	8
1.2 Objetivos específicos .....	8
2. MARCO TEÓRICO .....	9
2.1 HIDROGRAMAS DE CRECIENTES Y SU ANÁLISIS .....	9
2.2 MÉTODOS DE SEPARACIÓN DEL FLUJO BASE.....	12
2.2.1 Método del caudal base constante .....	12
2.2.2 Método de la línea recta.....	13
2.2.3 Método de las dos líneas rectas .....	14
2.2.4 Método de la curva maestra de recesión .....	15
2.2.5 Método basado en las soluciones analíticas de la ecuación de Boussinesq ...	16
2.2.6 Método isotópico .....	18
2.3 MÉTODOS HIDROMÉTRICOS DE ESTIMACIÓN DE HIDROGRAMAS.....	20
2.3.1 Método de mayoración .....	20
2.3.2 Método de estimación conjunta bivariada .....	20
2.3.3 Avenidas mediante curvas de reducción.....	21
2.3.4 Método Coronado – Triana .....	22
3. ECUACIONES DE VOLUMEN TOTAL DE CRECIENTE.....	27
3.1 Método del caudal base constante .....	27
3.2 Método de la línea recta .....	28
3.3 Método de las dos líneas rectas .....	28
3.4 Método de la curva maestra de recesión .....	30
3.5 Método basado en las soluciones analísticas de la ecuación de Boussinesq.....	31
3.6 Método isotópico .....	32
4. CONCLUSIONES.....	34
BIBLIOGRAFÍA .....	36

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Hidrograma anual.....	10
Figura 2. Hidrograma de tormenta.....	10
Figura 3. Método del caudal base constante .....	13
Figura 4. Método de la línea recta .....	14
Figura 5. Método de las dos líneas rectas .....	15
Figura 6. Hidrogramas registrados .....	23
Figura 7. Hidrograma adimensional .....	23
Figura 8. Hidrograma adimensional representativo.....	23
Figura 9. Hidrograma asociado a un periodo de retorno.....	24
Figura 10. Diagrama de flujo – Aplicación del procedimiento.....	26

## INTRODUCCIÓN

La estimación de hidrogramas de crecientes asociados a diferentes periodos de retorno es un paso imprescindible en el diseño de obras hidráulicas. En los casos en los que se cuenta con la información hidrométrica de la corriente en estudio, es válido aplicar métodos para su cálculo basados en este tipo de información. Los ingenieros Oscar Coronado, Jorge Triana y Jairo Coronado propusieron un procedimiento matemático para estimar hidrogramas de crecientes utilizando solamente información hidrométrica. Este procedimiento es estrictamente matemático y se basa en un balance de masa entre el volumen de escorrentía y el volumen de flujo base.

Los métodos más utilizados para estimar el flujo base corresponden a relaciones empíricas que no se encuentran físicamente basadas, por lo que el grado de incertidumbre asociado a su cálculo es elevado. El método propuesto por Coronado – Triana tiene en cuenta el método constante y de la línea recta para la obtención del caudal base. La implementación de otros métodos más confiables al procedimiento, podría mejorar los resultados obtenidos.

El presente trabajo corresponde a la obtención de nuevas ecuaciones para la modelación del volumen de escorrentía para el método Coronado – Triana, tomando los métodos de separación del flujo base más utilizados actualmente, e incluyendo métodos física y químicamente basados.

## **1. OBJETIVOS**

### **1.1 Objetivo General**

Implementar nuevas ecuaciones de separación de flujo base para la modelación del volumen de escorrentía al método de estimación de crecientes desarrollado por Coronado – Triana.

### **1.2 Objetivos específicos**

- Elaborar el estado del arte de los métodos de separación del flujo base tradicionales e incluir métodos basados física y químicamente que se encuentren en artículos recientes de bases de datos.
- Establecer las ecuaciones de volumen de escorrentía al método de Coronado – Triana para diferentes métodos de separación del flujo base.



## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 HIDROGRAMAS DE CRECIENTES Y SU ANÁLISIS

La escorrentía superficial es el fenómeno más importante desde el punto de vista de ingeniería, y consiste en la ocurrencia y el transporte de agua en la superficie terrestre. La mayoría de los estudios hidrológicos están ligados al aprovechamiento del agua superficial y a la protección contra los fenómenos provocados por su movimiento (Monsalve, 1995).

El escurrimiento se define como el agua proveniente de la precipitación que circula sobre o bajo la superficie terrestre y que llega a una corriente para finalmente ser drenada hasta la salida de la cuenca. El agua proveniente de la precipitación que llega hasta la superficie terrestre – una vez que una parte ha sido interceptada y evaporada – sigue diversos caminos hasta llegar a la salida de la cuenca. Conviene dividir estos caminos en tres clases: escurrimiento superficial, escurrimiento subsuperficial y escurrimiento subterráneo.

Una vez que la precipitación alcanza la superficie del suelo, se infiltra hasta que las capas superiores del mismo se saturan. Posteriormente, se comienzan a llenar las depresiones del terreno y, al mismo tiempo, el agua comienza a escurrir sobre su superficie. Este escurrimiento, llamado *flujo en la superficie del terreno*, se produce mientras el agua no llegue a cauces bien definidos. En su trayectoria hacia la corriente más próxima, el agua que fluye sobre el terreno se sigue infiltrando, e incluso se evapora en pequeñas cantidades. Una vez que llega a un cauce bien definido se convierte en *escurrimiento en corrientes*.

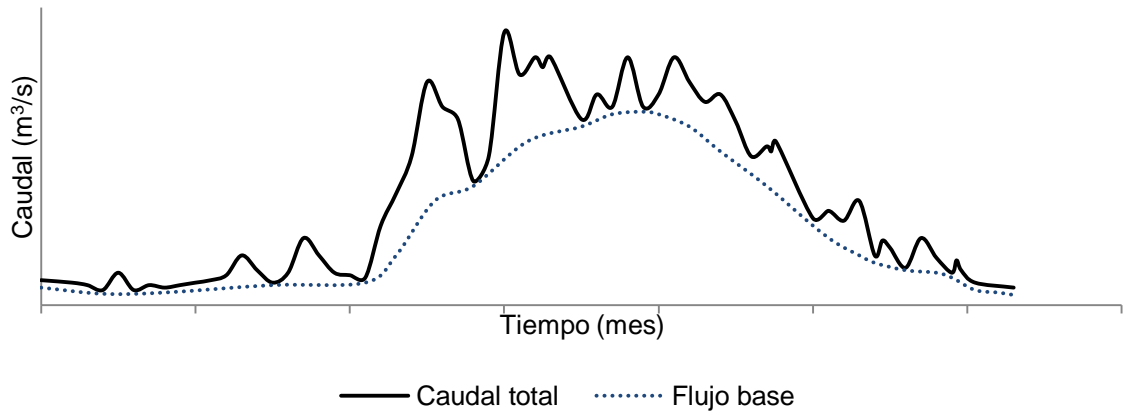
El flujo sobre el terreno, junto con el escurrimiento en corrientes, forma el *escurrimiento superficial*. Una parte del agua de precipitación que se infiltra escurre cerca de la superficie del suelo y más o menos paralelamente a él. A esta parte del escurrimiento se le llama *escurrimiento subsuperficial*; la otra parte, que se infiltra hasta niveles inferiores al freático, se denomina *escurrimiento subterráneo*.

De los tres tipos de escurrimiento, el superficial es el que llega más rápido hasta la salida de la cuenca. Por ello está relacionado directamente con una tormenta particular y entonces se dice que proviene de la *precipitación efectiva* y que constituye el *escurrimiento directo*. El escurrimiento subterráneo es el que de manera más lenta llega hasta la salida de la cuenca (puede tardar años en llegar), y en general, difícilmente se le puede relacionar con una tormenta particular, a menos que la cuenca sea muy pequeña y su suelo muy permeable. Debido a que se produce bajo el nivel freático es el único que alimenta a las corrientes cuando no hay lluvias y por eso se dice que forma el *escurrimiento base*.

El escurrimiento subsuperficial puede ser casi tan rápido como el superficial o casi tan lento como el subterráneo, dependiendo de la permeabilidad de los estratos superiores del suelo; por ello es difícil distinguirlo de los otros dos. Cuando es relativamente rápido se le trata junto con el escurrimiento superficial, y cuando es relativamente lento se le considera parte del subterráneo (Aparicio, 2011). Si se mide el caudal (que se define como el volumen de escurrimiento por unidad de tiempo) que pasa de manera continua durante todo un año por

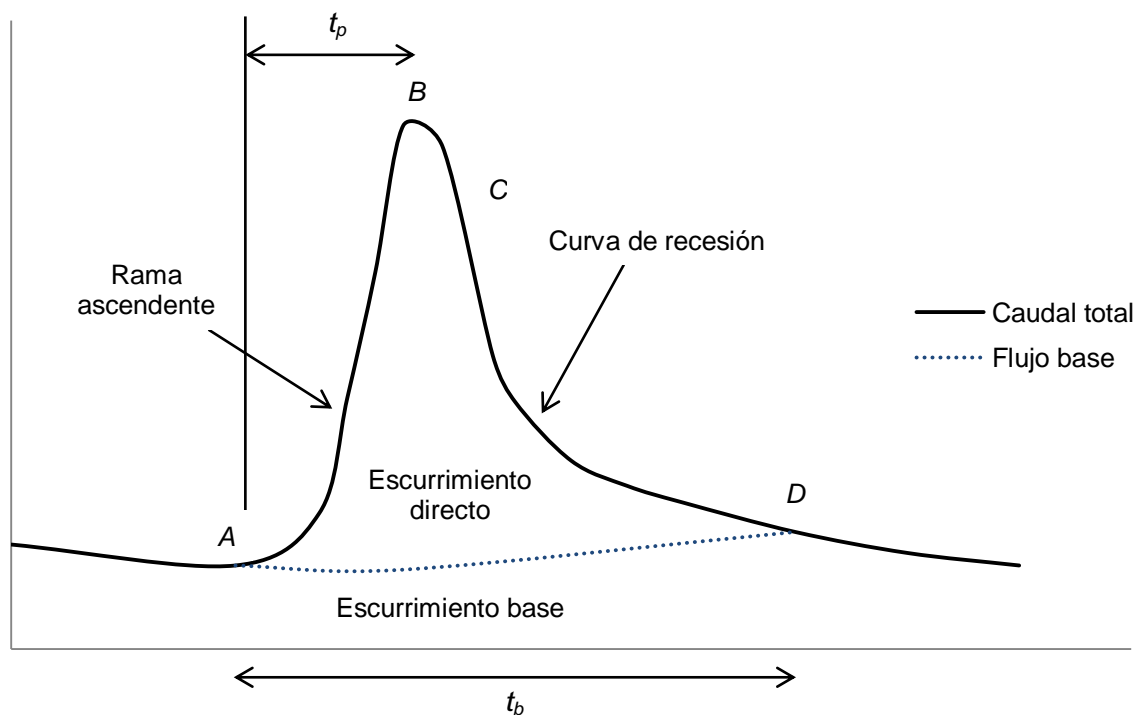
una determinada sección transversal de un río y se grafican los valores obtenidos contra el tiempo, se obtendría una gráfica como la de la Figura 1.

**Figura 1. Hidrograma anual**



Un *hidrograma* de caudal es una gráfica o una tabla que muestra la tasa de flujo como función del tiempo en un lugar dado de la corriente. En efecto el hidrograma es “una expresión integral de las características fisiográficas y climáticas que rigen las relaciones entre la lluvia y la escorrentía de una cuenca de drenaje particular” (Ven Te Chow, Maidment, & Mays, 1994).

**Figura 2. Hidrograma de tormenta**



La Figura 1 representa un *hidrograma anual*; si la escala de tiempo se amplía de tal manera que se pueda observar el escurrimiento producido por una sola tormenta, se tendría una gráfica como la que se muestra en la Figura 2. Aunque la forma de los hidrogramas producidos por tormentas particulares varía no sólo de una cuenca a otra sino también de tormenta a tormenta, es posible, en general, distinguir las siguientes partes en cada hidrograma (ver Figura 2):

**A:** *punto de levantamiento*. En este punto, el agua proveniente de la tormenta bajo análisis comienza a llegar a la salida de la cuenca y se produce inmediatamente después de iniciada la tormenta, durante la misma o incluso cuando ha transcurrido ya algún tiempo después de que cesó de llover, dependiendo de varios factores, entre los que se pueden mencionar el tamaño de la cuenca, su sistema de drenaje y suelo, la intensidad y duración de la lluvia, etc.

**B:** *caudal máximo instantáneo*. Es el caudal máximo que se produce por la tormenta. Con frecuencia es el punto más importante de un hidrograma para fines de diseño.

**C:** *punto de inflexión*. En este punto es aproximadamente cuando termina el flujo sobre el terreno, y, de aquí en adelante, lo que queda de agua en la cuenca escurre por los canales y como escurrimiento subterráneo.

**D:** *final de escurrimiento directo*. De este punto en adelante el escurrimiento es sólo de origen subterráneo. Normalmente, se acepta como el punto de mayor curvatura de la curva de recesión, aunque pocas veces se distingue de fácil manera.

**T<sub>p</sub>:** *tiempo de pico*. Es el tiempo que transcurre desde el punto de levantamiento hasta el pico del hidrograma.

**T<sub>b</sub>:** *tiempo base*. Es el tiempo que transcurre desde el punto de levantamiento hasta el punto final del escurrimiento directo. Es, entonces, el tiempo que dura el escurrimiento directo.

*Rama ascendente*. Es la parte del hidrograma que va desde el punto de levantamiento hasta el pico.

*Rama descendente o curva de recesión*. Es la parte del hidrograma que va desde el pico hasta el final del escurrimiento directo. Tomada a partir del punto de inflexión, es una curva de vaciado de la cuenca (Aparicio, 2011).

## 2.2 MÉTODOS DE SEPARACIÓN DEL FLUJO BASE

Es necesario separar las componentes de un hidrograma para estudiarlas individualmente debido a que las leyes físicas que las gobiernan son diferentes. Además de la escorrentía superficial directa y la precipitación recogida directamente sobre su superficie, las corrientes de agua reciben una contribución del nivel freático subterráneo, el cual tiene una variación debido a la precipitación que se infiltra (Monsalve, 1995).

El tiempo base de un hidrograma aislado puede ser desde algunos minutos hasta varios días, y el pico puede tener valores del orden de unos cuantos litros por segundo hasta miles de metros cúbicos por segundo. El área bajo el hidrograma, es el volumen total escurrido; el área bajo el hidrograma y arriba de la línea de separación entre gasto base y directo es el volumen de escurrimiento directo.

Debido a que el escurrimiento directo proviene de la precipitación, casi siempre aporta un componente del gasto total en un hidrograma mucho mayor que el que genera el escurrimiento base. Por otra parte, el escurrimiento base está formado normalmente por agua proveniente de varias tormentas que ocurrieron antes de la considerada y es muy difícil determinar a cuáles pertenece. Para poder correlacionar la precipitación con los hidrogramas que genera es necesario antes separar el gasto base del directo. En vista de que rara vez es posible conocer con precisión la evolución de los niveles freáticos durante una tormenta y que el punto donde finaliza el escurrimiento directo de un hidrograma es generalmente difícil de distinguir, la tarea de separar el gasto base del directo no es sencilla en la mayoría de los casos (Aparicio, 2011). Se han sugerido varias técnicas para separar el flujo base de la escorrentía directa, las cuales se describen brevemente a continuación.

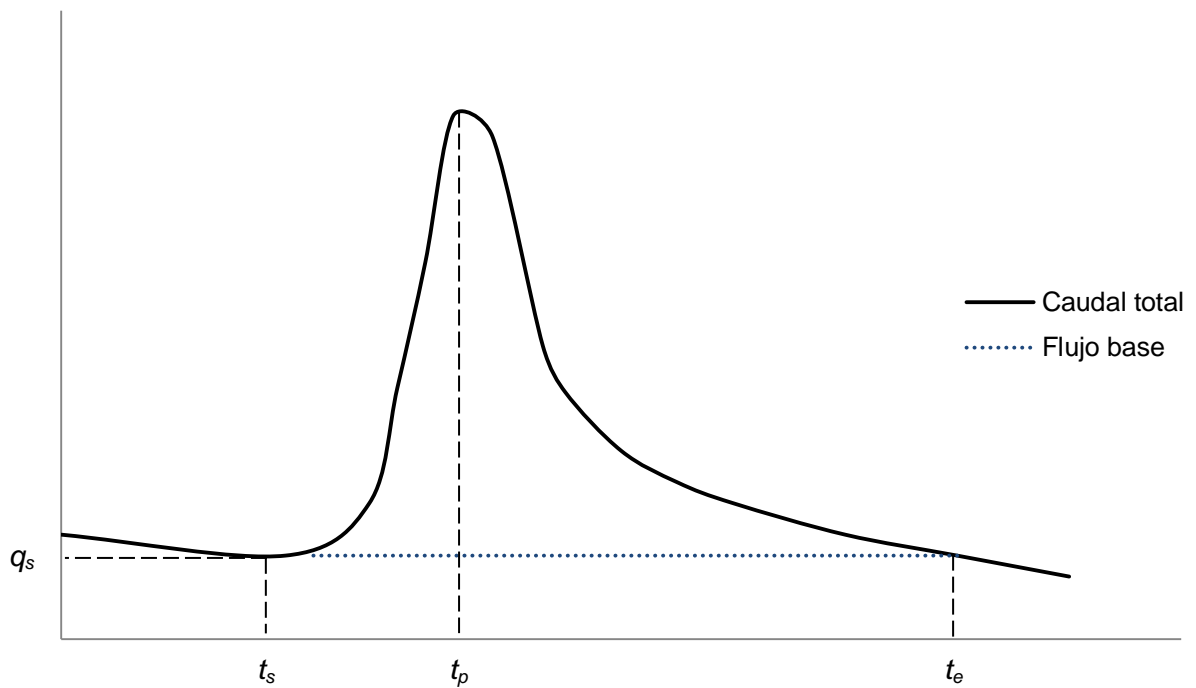
### 2.2.1 Método del caudal base constante

El método del caudal base constante consiste en dibujar una línea recta desde el punto en el cual empieza la escorrentía directa superficial hasta la intersección con el segmento de recesión (Ven Te Chow, Maidment, & Mays, 1994). Aunque este método puede dar resultados con buena aproximación, de manera especial en tormentas pequeñas donde los niveles freáticos no se alteran mayormente, en general sobrestima el tiempo base y el volumen de escorrentía directa (Aparicio, 2011). Matemáticamente la función del flujo base es:

$$Q_B(t) = \begin{cases} q & t < t_s \\ q_s & t_s \leq t \leq t_e \\ q & t_e < t \end{cases} \quad (1)$$

Donde las variables se definen en la Figura 3.

**Figura 3. Método del caudal base constante**



### 2.2.2 Método de la línea recta

Si el proceso de escorrentía directa se conceptualiza de tal manera que el flujo de agua subterránea comienza en la recesión del hidrograma antes del punto utilizado para el método del caudal base constante, entonces sólo es necesario seleccionar el punto en la curva de recesión donde la escorrentía directa finaliza. Se han propuesto varios métodos para la identificación de este punto; el más común utiliza el punto de inflexión en la recesión del hidrograma, que es el punto donde el hidrograma pasa de ser cóncavo a convexo. Un segundo método utiliza una fórmula empírica, como la siguiente ecuación que se ha propuesto para grandes cuencas:

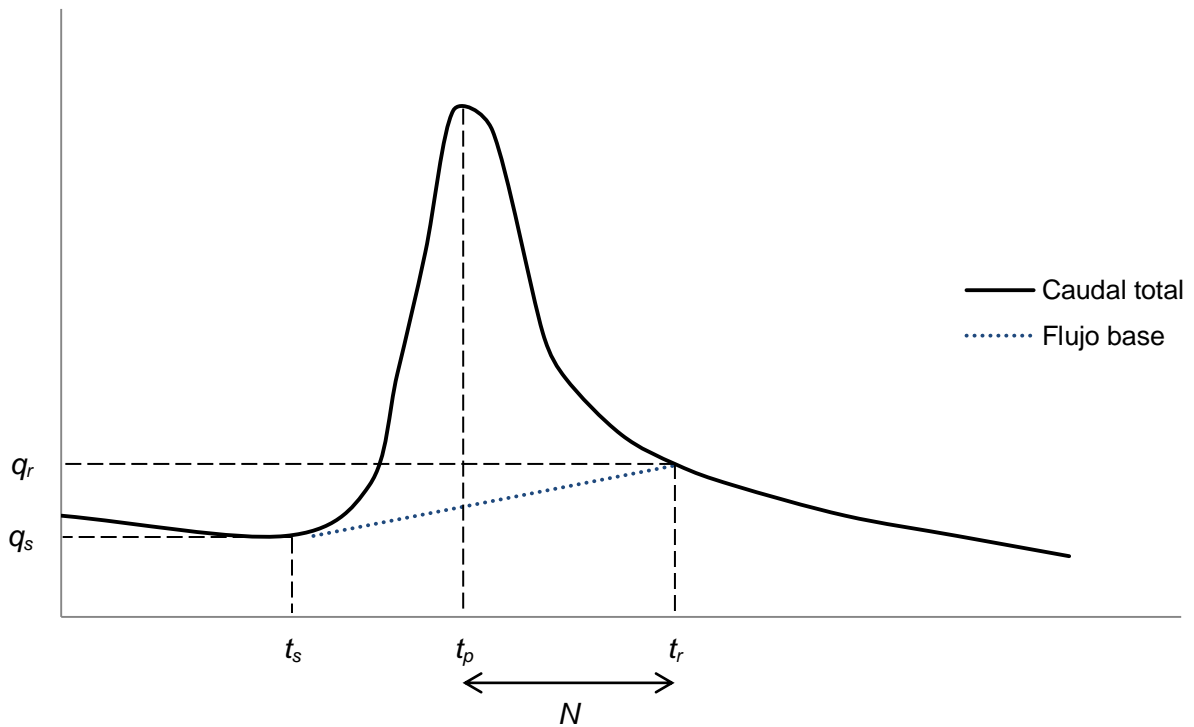
$$N = A^{0.2} \quad (2)$$

Donde  $N$  es el número de días desde el tiempo al pico del hidrograma hasta el final de la escorrentía directa y  $A$  es el área de drenaje en millas cuadradas. Una vez que se ha identificado el tiempo en el que termina la escorrentía directa, el flujo base y la escorrentía directa se separan mediante una línea recta que va desde donde empieza la escorrentía directa hasta el punto en la recesión. El flujo base depende del tiempo ( $t_s$ ) y el caudal ( $q_s$ ) en el punto más bajo de la función de descarga,  $q$ , y del tiempo ( $t_r$ ) y el caudal ( $q_r$ ) en el punto de inflexión (McCuen, 2004). Matemáticamente, la función de flujo base es:

$$Q_B(t) = \begin{cases} q & t < t_s \\ q_s + (t - t_s) \left[ \frac{q_r - q_s}{t_r - t_s} \right] & t_s \leq t \leq t_e \\ q & t_e < t \end{cases} \quad (3)$$

Donde las variables se definen en la Figura 4.

**Figura 4. Método de la línea recta**



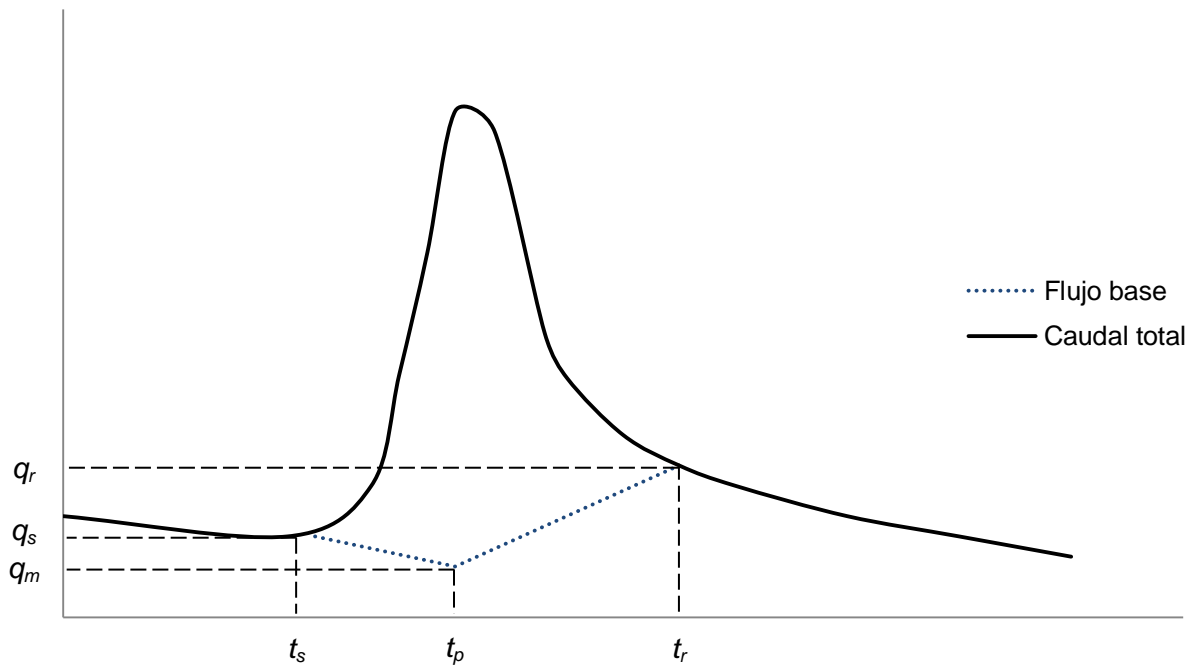
### 2.2.3 Método de las dos líneas rectas

Para el método de las dos líneas rectas, los puntos de inicio y final de la línea de separación entre el flujo base y la escorrentía directa son los mismos que para el método de la línea recta. Sin embargo, para el método de las dos líneas rectas, el flujo base disminuye continuamente hasta que se presenta el caudal máximo instantáneo, y aumenta desde este punto hasta el punto de inflexión en la recesión mediante línea recta, como se muestra en la Figura 5. Si bien el método de las dos líneas rectas requiere un poco más de esfuerzo para definir que los otros dos métodos, esta es probablemente una representación más realista de la separación real de flujo determinada por los procesos físicos que controlan el flujo durante las tormentas (McCuen, 2004). Matemáticamente la función del flujo base es:

$$Q_B(t) = \begin{cases} q & t < t_s \\ q_s + (t - t_s) \left[ \frac{q_s - q_0}{t_s - t_0} \right] & t_s \leq t \leq t_p \\ q_m + (t - t_p) \left[ \frac{q_r - q_m}{t_r - t_p} \right] & t_p \leq t \leq t_r \\ q & t_r < t \end{cases} \quad (4)$$

Donde las variables se definen en la Figura 5.

**Figura 5. Método de las dos líneas rectas**



#### 2.2.4 Método de la curva maestra de recesión

El método de la curva maestra de recesión se utiliza para proporcionar un modelo de flujo de almacenamiento de agua subterránea. Con base en esto, puede ser utilizado para identificar un punto en la recesión donde la escorrentía directa termina y el flujo base comienza. El procedimiento requiere que se midan hidrogramas de crecientes para un buen número de eventos de tormenta, cubriendo un amplio rango de volúmenes. El procedimiento es el siguiente:

- 1) Utilizando papel semilogarítmico,  $\log q$  vs  $t$ , graficar las curvas de recesión para cada evento de tormenta en piezas separadas de papel.
- 2) En el mismo tipo de papel graficar la recesión para el evento de tormenta que tenga los valores más bajos de  $\log q$ .

- 3) Utilizando la curva de recesión con los próximos valores más bajos de  $\log q$ , posicionar el papel de tal manera que la curva pareciera extenderse a lo largo de una línea coincidente con la recesión del primer evento graficado.
- 4) Continuar este proceso utilizando sucesivamente las recesiones con mayores valores de  $\log q$  hasta que se grafiquen todos los eventos de tormenta.
- 5) Construir una curva maestra de recesión que se extienda a través de las recesiones de los eventos de tormenta observados. Luego, ajustar un modelo matemático para la curva maestra de recesión; la siguiente forma funcional a menudo proporciona un ajuste razonable a los datos:

$$Q_B(t) = q_0 e^{-Kt} \quad (5)$$

Donde  $q_0$  es el caudal en el tiempo  $t=0$  y  $K$  es la constante de decaimiento exponencial. El valor de  $K$  se puede determinar usando dos puntos de la curva maestra de recesión, dejando que uno de ellos sea  $q_0$ , luego se hace una transformación con logaritmo natural de la ecuación (5), resolviendo para  $K$ :

$$K = \frac{\ln q_0 - \ln Q_B}{t} \quad (6)$$

Si se evidencia suficiente dispersión en la línea de recesión, los mínimos cuadrados se pueden utilizar para estimar  $K$ , mediante la siguiente ecuación:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n t_i (\ln q_0 - \ln q_i)}{\sum_{i=1}^n t_i^2} \quad (7)$$

Donde  $n$  es el número de puntos  $(q_i, t_i)$  en la recesión (McCuen, 2004).

### 2.2.5 Método basado en las soluciones analíticas de la ecuación de Boussinesq

La técnica propuesta se basa en la ecuación que rige el flujo en medios porosos saturados, a diferencia de las relaciones empíricas, y reduce el número de elementos subjetivos asociados generalmente con la aplicación de métodos de separación del flujo base.

Cuando se descarta el efecto de capilaridad encima del nivel freático y se toma la aproximación de Dupuit – Forcheimer, la ecuación unidimensional de Boussinesq describe la elevación del nivel freático transitoria  $h(x,t)$  por encima de una capa impermeable horizontal:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{\phi} \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (8)$$



Donde  $k$  es la conductividad hidráulica saturada del acuífero libre,  $\varphi$  es la porosidad drenable,  $t$  es el tiempo y  $x$  es la distancia horizontal (Szilagyi & Parlange, 1998). Para una corriente de flujo con penetración total ( $h(0,t) = 0$ ) drenando de un acuífero saturado inicialmente ( $h(x,0) = D$ ; donde  $D$  es la profundidad del acuífero) de ancho finito ( $B$ ), el caudal de salida resultante  $q$  para un corto tiempo es (Brutsaert & Nieber, 1977):

$$q(t) = 0.332(k\varphi)^{1/2}D^{3/2}t^{-1/2} \quad (9)$$

Cuando la recesión se extiende sobre toda la anchura del acuífero, el caudal de salida para un largo tiempo se convierte en:

$$q(t') = \frac{0.862kD^2}{B \left[ 1 + 1.115 \left( \frac{kD}{\varphi B^2} \right) t' \right]^2} \quad (10)$$

El tiempo cuando comienza la descarga de agua subterránea para la ecuación (9) es generalmente desconocido, así Brutsaert & Nieber (1977) sugirieron que se podía analizar la pendiente de la recesión del hidrograma ( $dQ/dt$ ) como una función del caudal ( $Q$ ). Para las ecuaciones (9) y (10) la pendiente de la recesión puede ser expresada como:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = -aQ^b(t) \quad (11)$$

Donde  $Q (=2Lqdl)$ , donde  $L$  es la longitud total de los canales contribuyentes) es el caudal medido, y  $a$  y  $b$  son valores constantes. Con expresiones apropiadas para la densidad de drenaje  $R_d (=LA^{-1}$ , donde  $A$  es el área de la cuenca) y un ancho efectivo  $B (=2R_d)^{-1}$  para cuencas naturales, las constantes en la ecuación (11) son:

$$a_1 = \frac{1.133}{k\varphi D^3 L^2}; \quad b_1 = 3 \quad (12)$$

Para una solución de corto tiempo, y:

$$a_2 = \frac{4.804k^{1/2}L}{\varphi A^{3/2}}; \quad b_2 = \frac{3}{2} \quad (13)$$

Para una solución de largo tiempo. La ecuación (11) graficada como  $\log(-dQ/dt)$  versus  $\log(Q)$  forma dos líneas rectas con pendientes de 3 y 1.5, e intercepta a  $a_1$  y  $a_2$ , correspondientes a las ecuaciones (12) y (13) respectivamente. La solución general de la ecuación (11) es:

$$Q_B(t) = \begin{cases} [q_0^{1-b} - (1-b)at]^{1/(1-b)} & \text{si } b \neq 1 \\ q_0 e^{-at} & \text{si } b = 1 \end{cases} \quad (14)$$

### 2.2.6 Método isotópico

Algunos isótopos del agua como el Oxígeno 18 y el Deuterio tienen contenidos isotópicos que se preservan en algunos sistemas del ciclo hidrológico, como son los acuíferos y algunos cuerpos de agua, donde no ocurre su fraccionamiento. Las concentraciones de Oxígeno 18 y Deuterio del agua son expresadas mediante la diferencia en partes por mil de la relación D/H y  $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$  respecto a las mismas relaciones en el agua del océano (SMOW, Standard Mean Ocean Water), llamada muestra patrón. Esta diferencia se expresa como un contenido cuya notación es  $\delta$  (UNESCO-IAEA, 2001):

$$\delta = \frac{C_{MUESTRA} - C_{SMOW}}{C_{SMOW}} \quad (15)$$

Donde  $\delta$  es el contenido isotópico,  $C_{MUESTRA}$  es la concentración de isótopos de  $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$  para el oxígeno y D/H para el deuterio de la muestra,  $C_{SMOW}$  es la concentración de isótopos (SMOW) de la muestra patrón. Durante las diferentes etapas del ciclo hidrológico los isótopos del agua adquieren un contenido isotópico debido a los cambios de fase (evaporación y condensación), aguas evaporadas presentan mayores contenidos isotópicos y aguas de lluvia presentan menores contenidos isotópicos.

La ecuación de conservación de masa tomando como volumen de control un segmento de un río, donde los caudales de entrada y salida son constantes y suponiendo que en ese tramo no hay pérdidas, permite relacionar cada una de las componentes del flujo con su correspondiente contenido isotópico, así:

$$Q_T \delta_T = Q_B \delta_B + Q_S \delta_S \quad (16)$$

Donde  $Q_T$ ,  $Q_B$  y  $Q_S$  son el flujo total en el río, flujo base y escorrentía superficial respectivamente y  $\delta_T$ ,  $\delta_B$  y  $\delta_S$  corresponden a los contenidos isotópicos del flujo total en el río, flujo base y escorrentía superficial respectivamente, despejando  $Q_B$  en (16) se obtiene:

$$Q_B = \frac{Q_T \delta_T - Q_S \delta_S}{\delta_B} \quad (17)$$

La ecuación (17) representa el caudal base en un punto específico del hidrograma, siendo  $Q_T$  el caudal total de la corriente en ese instante específico del evento de lluvia, con el fin de obtener el caudal base para todo el hidrograma es necesario reemplazar en la ecuación anterior la variable  $Q_T$  por la función  $q(t)$ , aplicando el principio de conservación de masa se obtiene:

$$Q_B = \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} \right) q(t) \quad (18)$$

Los contenidos isotópicos requeridos en (18) requieren datos de contenidos isotópicos que sean promedios ponderados de los diferentes flujos que representan. Los muestreos se diseñan para obtener promedios significativos y representativos del contenido isotópico en las escalas temporales y espaciales, de cada una de las componentes. La ecuación (18) es utilizada para realizar la separación de flujo base en dos componentes, esta ecuación representa la proporción del flujo base respecto al flujo total que transcurre por el río, en función de los contenidos isotópicos de las aguas de escorrentía superficial, flujo base y flujo total. La estimación de los valores anteriores involucra la medición de variables como la precipitación y el caudal en escalas temporales y espaciales adecuadas (Gómez & Guzmán, 2011).

## 2.3 MÉTODOS HIDROMÉTRICOS DE ESTIMACIÓN DE HIDROGRAMAS

### 2.3.1 Método de mayoración

Este método es popular, debido a la rapidez y facilidad en su aplicación (Dominguez, Fuentes, & Franco, 1980). Requiere identificar la creciente máxima registrada (en términos de caudal máximo instantáneo y volumen total de escorrentía). Con el hidrograma registrado de esta creciente se obtiene su correspondiente hidrograma adimensional, dividiendo cada ordenada por el caudal máximo instantáneo. Para estimar hidrogramas de diseño se realizan análisis de frecuencia con la serie anual de caudales máximos y se estima el caudal máximo para el período de retorno de interés. El hidrograma de diseño se obtiene multiplicando las ordenadas del hidrograma adimensional por el caudal máximo estimado. De esta manera se estima una creciente con las mismas características de la creciente máxima registrada solo que usualmente más grande (mayorada). Una desventaja de este método es que en ocasiones la creciente adoptada como la máxima registrada puede ser superada posteriormente por crecientes en los futuros años (Escalante & Rivera, 1999).

### 2.3.2 Método de estimación conjunta bivariada

(Escalante, 1998) propuso una técnica que consiste en estimar avenidas de diseño a través de la modelación conjunta de 4 variables que son obtenidas de los hidrogramas registrados: caudal máximo instantáneo ( $Q_p$ ), volumen total ( $V_t$ ), volumen acumulado antes y después del caudal máximo instantáneo ( $V_p$  y  $V_d$ ). La modelación se realiza con una distribución de probabilidad bivariada conocida como el modelo logístico (Gumbel, 1960):

$$F(x, y, \theta) = \exp \left\{ - [ (-\ln F(x))^m + (-\ln F(y))^m ]^{1/m} \right\} \quad (19)$$

Donde  $m$  es el parámetro de asociación,  $m > 1$  y  $F(s)$  es la función de distribución marginal, la cual puede ser del tipo Gumbel, General de valores extremos o Gumbel para dos poblaciones y  $\theta$  representa el conjunto de parámetros a ser estimados (Raynal, 1985).

Una vez que se estiman los parámetros para cada combinación bivariada, se plantea un sistema no lineal de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas a través de la ecuación (19). La idea del método es suponer que las cuatro componentes analizadas ocurren conjuntamente con la misma probabilidad. Es decir, por ejemplo, en la técnica de mayoración con la finalidad de obtener un evento de diseño para cualquier periodo de retorno seleccionado se realiza un análisis de frecuencias de caudales máximos instantáneos anuales y con el procedimiento ya descrito se construye el hidrograma final, sin embargo, la probabilidad conjunta del caudal máximo instantáneo y el volumen total generalmente no corresponde con el periodo de retorno buscado para la avenida de diseño, es por ello que en la técnica de la estimación conjunta bivariada se busca una combinación para la cual las cuatro variables ocurran conjuntamente (Escalante & Rivera, 1999). El sistema formado es no lineal, por lo que es necesario aplicar un método numérico para su solución, tal como el

método de Newton – Raphson (Rivera, 1997). A continuación se hace una breve descripción del procedimiento de cálculo:

- 1) Se obtienen los estimadores univariados por máxima verosimilitud de los parámetros de las distribuciones ajustadas a las variables  $Q_p$ ,  $V_t$ ,  $V_p$  y  $V_d$ , los cuales servirán como valores iniciales dentro del proceso de cálculo de los estimadores de las distribuciones bivariadas.
- 2) Se obtienen los estimadores por máxima verosimilitud de los parámetros para cada una de las relaciones bivariadas  $Q_p$ - $V_t$ ,  $Q_p$ - $V_p$  y  $Q_p$ - $V_d$ , de acuerdo con procedimientos propuestos por (Raynal, 1985) dependiendo del tipo de distribución marginal utilizada.
- 3) Se plantea el sistema de ecuaciones no lineales. El método seleccionado de solución requiere de valores iniciales de  $Q_p$ ,  $V_t$ ,  $V_p$  y  $V_d$  los cuales pueden obtenerse para una probabilidad o periodo de retorno seleccionado a través de las distribuciones ajustadas en el paso 1. Estos valores se pueden designar como  $Q_p^*$ ,  $V_t^*$ ,  $V_p^*$  y  $V_d^*$  y se resuelve el sistema planteado. Si la diferencia entre el valor izquierdo y derecho de la ecuación (19) es menor que cierta tolerancia para las cuatro combinaciones bivariadas entonces los valores  $Q_p^*$ ,  $V_t^*$ ,  $V_p^*$  y  $V_d^*$  se consideran como las componentes de la avenida de diseño, en caso contrario, se ajustarán estos valores paso a paso hasta que se logre la tolerancia seleccionada.
- 4) Para darle forma al hidrograma se propone que el valor del tiempo de pico y el tiempo de vaciado se calculan regionalmente a través de una técnica de correlación y regresión múltiple. Las variables independientes serán las características fisiográficas y/o climatológicas de las cuencas que pertenecen a la misma región meteorológicamente homogénea (Escalante & Rivera, 1999).

### 2.3.3 Avenidas mediante curvas de reducción

El National Environment Research Council de Gran Bretaña (NERC, 1975) propuso un método para estimar avenidas, a través de la relación entre el promedio de los caudales medios máximos anuales con diferentes duraciones respecto al promedio de los caudales máximos anuales, ya sean instantáneos o diarios. Al dibujar la relación de los caudales, llamada tasa de reducción, contra la duración, se obtienen las curvas de reducción, a partir de los cuales es posible construir el hidrograma de la avenida de diseño al aplicar la fórmula siguiente:

$$Q_T = \left( \frac{Q_i}{\bar{Q}_i} \right) \cdot Q_{prom} \cdot r(d) \quad (20)$$

Donde  $(Q_i/\bar{Q}_i)$  es el valor estimado para un periodo de retorno, mediante el ajuste de la mejor distribución de probabilidad para cada sitio analizado.  $\bar{Q}_i$  es el promedio de los caudales máximos registrados,  $Q_i \cdot Q_{prom}$  se estima al ajustar los  $\bar{Q}_i$  a las características fisiográficas y/o climatológicas de los sitios en la región en estudio;  $r(d)$  es la tasa de reducción.

Para estimar el volumen total de la avenida de diseño se puede considerar que el hidrograma es del tipo triangular y los tiempos de pico ( $t_p$ ) y base ( $t_b$ ) son función del tiempo de concentración de la cuenca, el cual puede estimarse a través de la fórmula de Kirpich:

$$t_c = 0.000325 \cdot \frac{L^{0.77}}{S^{0.385}} \quad (21)$$

Donde  $t_c$  es el tiempo de concentración en horas,  $L$  es la longitud del cauce principal en kilómetros y  $S$  es la pendiente del cauce principal.

### 2.3.4 Método Coronado – Triana

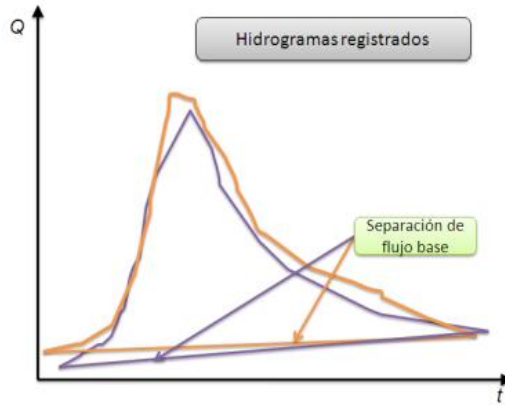
(Coronado, Triana, & Coronado, 2012) propusieron un método para estimar hidrogramas de crecientes utilizando únicamente información hidrométrica, cuyas suposiciones básicas son:

- Es un procedimiento matemático y no es un modelo físicamente basado que relaciona la dinámica lluvia – escorrentía.
- Existe un único hidrograma adimensional representativo para la cuenca, y por lo tanto un tiempo al pico.
- No necesita de registros de lluvia para su aplicación.
- Se basa en un balance de masa entre el volumen de escorrentía y el volumen de flujo base.
- Los métodos de separación de flujo base se utilizarán para la generación de los hidrogramas de crecientes, teniendo en cuenta que el caudal base para diferentes periodos de retorno se puede aproximar a partir del análisis estadístico de la serie de caudales medios mensuales para el mes más húmedo.
- El volumen de los hidrogramas para diferentes períodos de retorno, se determina a partir del análisis estadístico de la serie de volúmenes totales de los hidrogramas máximos anuales registrados. Cuando no es posible contar con el registro de la mayoría de las crecientes, la serie de volúmenes máximos anuales se puede determinar empleando el siguiente procedimiento: (i) se determinan los caudales medios diarios, (ii) se determinan volúmenes medios diario teniendo en cuenta la duración de las crecientes en la zona y (iii) se obtiene la serie de volúmenes máximos anuales.
- Por su definición es más aplicable a cuencas pequeñas y zonas hidroclimatológicas homogéneas.

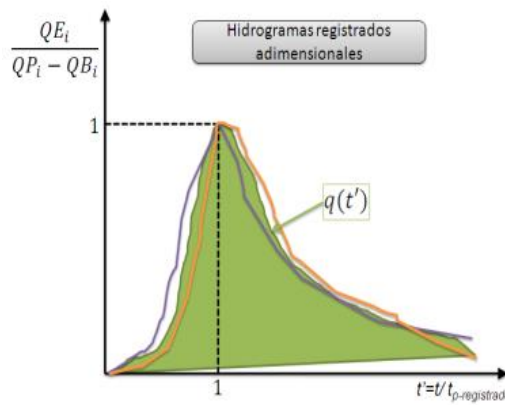
El procedimiento se deduce a partir de un balance de masa, teniendo en cuenta las variables y parámetros presentados a continuación: hidrogramas máximos registrados (Figura 6); el hidrograma adimensional en caudal y tiempo, el cual se determina dividiendo dividiendo cada una de las abscisas por el tiempo al pico registrado y las ordenadas por el caudal máximo registrado, y promediando los hidrogramas adimensionales registrados (Figura 7);

hidrograma con caudal adimensional de la cuenca (Figura 8); hidrograma determinado para un periodo de retorno (Figura 9).

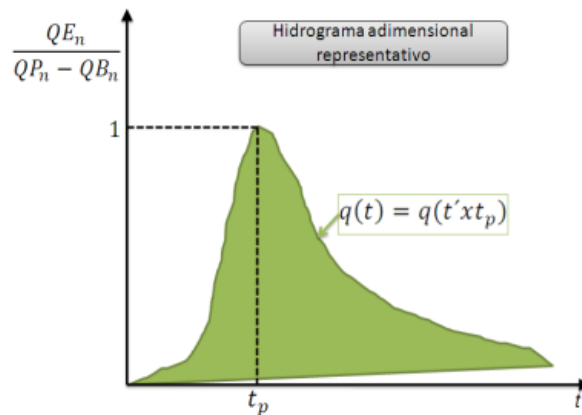
**Figura 6. Hidrogramas registrados**



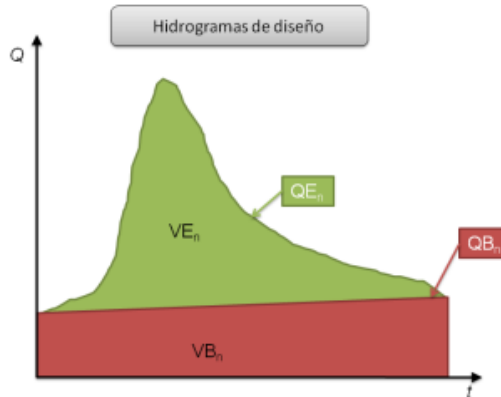
**Figura 7. Hidrograma adimensional**



**Figura 8. Hidrograma adimensional representativo**



**Figura 9. Hidrograma asociado a un periodo de retorno**



Dónde:

$QE_i$ : Caudal de escorrentía directa del hidrograma registrado.

$QP_i$ : Caudal máximo instantáneo de hidrograma registrado.

$QB_i$ : Caudal de flujo base del hidrograma registrado.

$i$ : Hidrograma de creciente registrado.

$t_{p-registrado}$ : Tiempo al pico del hidrograma registrado.

$q(t')$ : Hidrograma adimensional obtenido de los hidrogramas registrados. Este hidrograma se obtiene promediando los hidrogramas registrados adimensionales en caudal y tiempo.

$QE_n$ : Caudal proveniente de la escorrentía directa para un período de retorno.

$QP_n$ : Caudal máximo instantáneo de los hidrogramas de diseño para un período de retorno.

$QB_n$ : Caudal proveniente del flujo base para un período de retorno.

$q(t)$ : Hidrograma adimensional en caudal de los hidrogramas asociados a diferentes períodos de retorno [ $q(t) = q(t'xt_p)$ ].

$t_p$ : Tiempo al pico de los hidrogramas asociados a un período de retorno estimado.

$VM_n$ : Volumen estimado total de la creciente para un período de retorno.

$VE_n$ : Volumen de escorrentía para un período de retorno.

$VB_n$ : Volumen del flujo base para un período de retorno.

$n$ : Hidrograma de creciente asociada a un período de retorno analizado.

$t$ : Intervalo de tiempo de la duración de la creciente.

El volumen de la creciente asociado a un período de retorno de interés se determinó de la siguiente manera:

$$VM_n = VE_n + VB_n \quad (22)$$

Por definición, el volumen se puede expresar como:

$$V = \int_0^T Q(t)dt \quad (23)$$



Luego,

$$VE_n = \int_0^T QE_n(t)dt = \int_0^T [QP_n - QB_n(t)]q(t)dt \quad (24)$$

$$VB_n = \int_0^T QB_n(t)dt \quad (25)$$

Luego para determinar el volumen total de una creciente se utiliza la siguiente expresión:

$$VM_n = VE_n + VB_n = \int_0^T [QP_n - QB_n(t)]q(t)dt + \int_0^T QB_n(t)dt \quad (26)$$

$$VM_n = \int_0^T QB_n(t)dt + QP_n \int_0^T q(t)dt - \int_0^T QB_n(t)q(t)dt \quad (27)$$

La anterior ecuación se puede resolver por medio de intervalos, tal como se presenta a continuación:

$$VM_n = \sum_{t=0}^T QB_{n,t}\Delta t + QP_n \sum_{t=0}^T q_t\Delta t - \sum_{t=0}^T QB_{n,t}q_t\Delta t \quad (28)$$

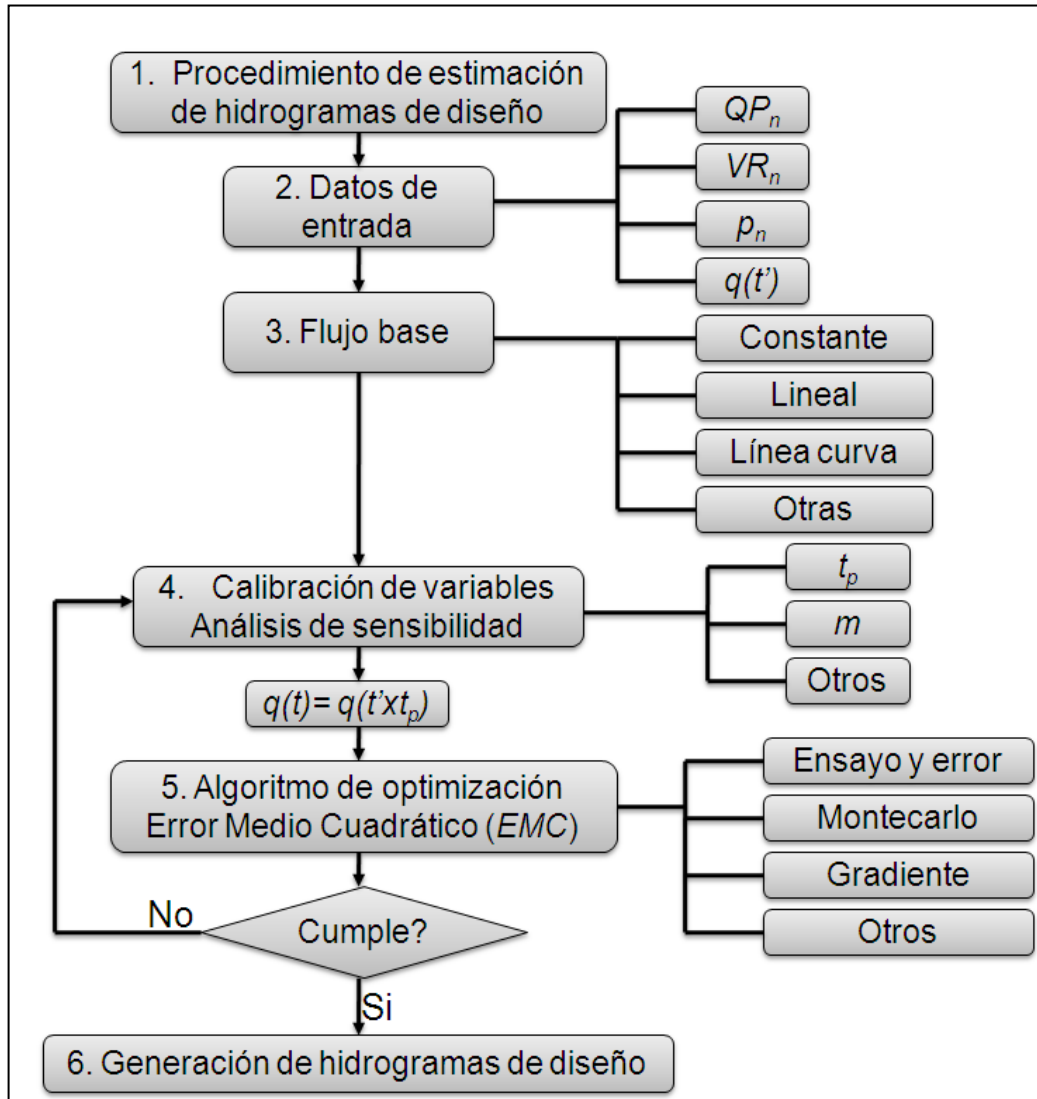
La aplicación del procedimiento requiere de los siguientes pasos que se relacionan a continuación.

- a) Obtención de datos de entrada: Los datos de entrada que se requieren para la aplicación del procedimiento son: hidrogramas registrados y los análisis estadísticos de los caudales máximos instantáneos, volúmenes totales y caudal base registrado.
- b) Selección de la ecuación de flujo base: Dependiente de la ecuación de flujo base que se seleccione (constante, línea recta, dos líneas rectas, curva maestra de recesión o isotópico).
- c) Calibración de variables: La variable sujeta a calibración es el tiempo al pico, y en caso de utilizar la ecuación con flujo base lineal se incluirá la pendiente de flujo base. Para la calibración se pueden utilizar diferentes métodos tales como: Ensayo y Error, Montecarlo, Gradiente, entre otros.
- d) Algoritmo de optimización: La estimación del tiempo al pico y de las ecuaciones de flujo base se determinan mediante un proceso de minimización del Error Medio Cuadrático (EMC) para la serie de volúmenes máximos registrados asociados a diferentes períodos de retorno y la serie de volúmenes máximos modelados asociadas a diferentes períodos de retorno.
- e) Generación de los hidrogramas de crecientes: La generación de los hidrogramas de crecientes se realiza considerando la siguiente ecuación:

$$Q_n(t) = q(t)[QP_n - QB_n(t)] + QB_n(t) \quad (29)$$

En la Figura 10 se presenta el diagrama de flujo para la aplicación de este procedimiento.

**Figura 10. Diagrama de flujo – Aplicación del procedimiento**



Fuente: (Coronado, Triana, & Coronado, 2012)

### 3. ECUACIONES DE VOLUMEN TOTAL DE CRECIENTE

En el método propuesto por Coronado – Triana el volumen total de escorrentía se desarrolló únicamente para dos métodos de separación de flujo base (método constante y método de la línea recta). En el presente trabajo se implementaron nuevo métodos de separación de flujo base más complejos al procedimiento propuesto, con el fin de obtener ecuaciones de volumen de escorrentía más representativas del comportamiento real del flujo, y en trabajos posteriores mejorar mediante un modelo matemático el procedimiento propuesto por Coronado – Triana.

Las ecuaciones del volumen total de creciente se obtuvieron con base en la ecuación de volumen de escorrentía (ecuación (27)) del procedimiento descrito en la sección 2.3.4 y la ecuación de caudal base dependiente del tiempo, correspondiente a cada método de separación del flujo base. A continuación se presenta el procedimiento de cálculo que se empleó para cada método:

#### 3.1 Método del caudal base constante

En este método el flujo base permanece constante durante todo el evento de creciente, por lo tanto su ecuación de caudal base es independiente del tiempo. Reemplazando la ecuación (1) en la (27) se obtiene:

$$VM_n = \int_0^T q_s dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T q_s q(t) dt \quad (30)$$

Teniendo en cuenta que  $q_s$  y  $QP_n$  son valores constantes, la ecuación es:

$$VM_n = q_s \int_0^T dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - q_s \int_0^T q(t) dt \quad (31)$$

Resolviendo la integral y factorizando se obtiene finalmente la ecuación:

$$VM_n = q_s T + (QP_n - q_s) \int_0^T q(t) dt \quad (32)$$

Para propósitos prácticos en la aplicación del procedimiento, la integral se resuelve por intervalos. Finalmente la ecuación queda como se muestra a continuación:

$$VM_n = q_s T + (QP_n - q_s) \sum_{t=0}^T q_t \Delta t \quad (33)$$

### 3.2 Método de la línea recta

En el método de la línea recta el caudal de flujo base tiene un comportamiento lineal respecto al tiempo, con pendiente constante desde el inicio hasta el final del evento de lluvia. Debido a que el volumen de escorrentía debe calcularse con base en el caudal base durante la tormenta, se toma de la ecuación (3) la parte correspondiente a dicha condición. Por lo cual la ecuación de caudal base tenida en cuenta debe ser la siguiente:

$$Q_B(t) = q_s + (t - t_s) \left[ \frac{q_r - q_s}{t_r - t_s} \right] \quad (34)$$

La anterior ecuación corresponde a la de una línea recta, en la cual el factor  $(q_r - q_s)/(t_r - t_s)$  corresponde a la pendiente, por lo cual se denomina por simplicidad en la presentación de las ecuaciones como  $m$ . Así:

$$Q_B(t) = q_s + m(t - t_s) \quad (35)$$

Reemplazando la ecuación (35) en la (27) se obtiene:

$$VM_n = \int_0^T q_s + m(t - t_s) dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T [q_s + m(t - t_s)] q(t) dt \quad (36)$$

Resolviendo la integral y factorizando se obtiene finalmente la ecuación:

$$VM_n = q_s T + \frac{mT^2}{2} - mt_s T + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T [q_s + m_1(t - t_s)] q(t) dt \quad (37)$$

Para propósitos prácticos en la aplicación del procedimiento, la integral se resuelve por intervalos. Finalmente la ecuación queda como se muestra a continuación:

$$VM_n = q_s T + \frac{mT^2}{2} - mt_s T + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_s + m(t - t_s)] q_t \Delta t \quad (38)$$

### 3.3 Método de las dos líneas rectas

En el método de las dos líneas rectas el caudal de flujo base tiene un comportamiento lineal respecto al tiempo, con pendiente variable durante el evento de lluvia. Debido a que el volumen de escorrentía debe calcularse con base en el caudal base durante la tormenta, se toma de la ecuación (4)(3) la parte correspondiente al evento de lluvia. Por lo cual la ecuación de caudal base tenida en cuenta debe ser la siguiente:

$$Q_B(t) = \begin{cases} q_s + (t - t_s) \left[ \frac{q_s - q_0}{t_s - t_0} \right] & t_s \leq t \leq t_p \\ q_m + (t - t_p) \left[ \frac{q_r - q_m}{t_r - t_p} \right] & t_p \leq t \leq t_r \end{cases} \quad (39)$$

La siguiente ecuación es aplicable desde el inicio del evento de lluvia hasta cuando ocurre el caudal pico y corresponde a la de una línea recta, en la cual el factor  $(q_s - q_0)/(t_s - t_0)$  corresponde a la pendiente, por lo cual se denomina por simplicidad en la presentación de las ecuaciones como  $m_1$ . Así:

$$Q_B(t) = q_s + m_1(t - t_s) \quad (40)$$

Reemplazando la ecuación (40) en la (27) se obtiene:

$$VM_n = \int_0^T q_s + m_1(t - t_s) dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T [q_s + m_1(t - t_s)] q(t) dt \quad (41)$$

Resolviendo la integral y factorizando se obtiene finalmente la ecuación:

$$VM_n = q_s T + \frac{m_1 T^2}{2} - m_1 t_s T + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T [q_s + m_1(t - t_s)] q(t) dt \quad (42)$$

Para propósitos prácticos en la aplicación del procedimiento, la integral se resuelve por intervalos. Finalmente la ecuación queda como se muestra a continuación:

$$VM_n = q_s T + \frac{m_1 T^2}{2} - m_1 t_s T + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_s + m_1(t - t_s)] q_t \Delta t \quad (43)$$

La siguiente ecuación es aplicable desde cuando ocurre el caudal pico hasta el final de la tormenta y corresponde a la de una línea recta, en la cual el factor  $(q_r - q_m)/(t_r - t_p)$  corresponde a la pendiente, por lo cual se denomina por simplicidad en la presentación de las ecuaciones como  $m_2$ . Así:

$$Q_B(t) = q_m + m_2(t - t_p) \quad (44)$$

Reemplazando la ecuación (49) en la (27) se obtiene:

$$VM_n = \int_0^T q_m + m_2(t - t_p) dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T [q_m + m_2(t - t_p)] q(t) dt \quad (45)$$

Resolviendo la integral y factorizando se obtiene finalmente la ecuación:

$$VM_n = q_m T + \frac{m_2 T^2}{2} - m_2 t_p T + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T [q_m + m_2(t - t_p)] q(t) dt \quad (46)$$

Para propósitos prácticos en la aplicación del procedimiento, la integral se resuelve por intervalos. Finalmente la ecuación queda como se muestra a continuación:

$$VM_n = q_m T + \frac{m_2 T^2}{2} - m_2 t_p T + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_m + m_2(t - t_p)] q_t \Delta t \quad (47)$$

Finalmente,

$$VM_n = \begin{cases} q_s T + \frac{m_1 T^2}{2} - m_1 t_s T + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_s + m_1(t - t_s)] q_t \Delta t & t_s \leq t \leq t_p \\ q_m T + \frac{m_2 T^2}{2} - m_2 t_p T + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_m + m_2(t - t_p)] q_t \Delta t & t_p \leq t \leq t_r \end{cases} \quad (48)$$

### 3.4 Método de la curva maestra de recesión

En el método de la curva maestra de recesión la función del caudal base es exponencial, el valor de  $K$  se obtiene a través de los hidrogramas de las tormentas más adversas registradas. Reemplazando la ecuación (5) en la (27) se obtiene:

$$VM_n = \int_0^T q_0 e^{-Kt} dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T q_0 e^{-Kt} q(t) dt \quad (49)$$

Teniendo en cuenta que  $q_0$  y  $K$  son valores constantes, la ecuación es:

$$VM_n = q_0 \int_0^T e^{-Kt} dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - q_0 \int_0^T e^{-Kt} q(t) dt \quad (50)$$

Resolviendo la integral y factorizando se obtiene finalmente la ecuación:

$$VM_n = -\frac{q_0}{K} (e^{-KT} - 1) + QP_n \int_0^T q(t) dt - q_0 \int_0^T e^{-Kt} q(t) dt \quad (51)$$

Para propósitos prácticos en la aplicación del procedimiento, la integral se resuelve por intervalos. Finalmente la ecuación queda como se muestra a continuación:

$$VM_n = \frac{q_0}{K}(1 - e^{-KT}) + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - q_0 \sum_{t=0}^T e^{-Kt} q_t \Delta t \quad (52)$$

### 3.5 Método basado en las soluciones analíticas de la ecuación de Boussinesq

En el método basado en las soluciones analíticas de la ecuación de Boussinesq la función del caudal base corresponde a un binomio elevado a una potencia, cuyo valor depende esencialmente de los parámetros del suelo. Inicialmente se obtiene la solución para cuando  $b \neq 1$ , reemplazando la ecuación (14) en la (27), así:

$$VM_n = \int_0^T [q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{1}{1-b}} dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T [q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{1}{1-b}} q(t) dt \quad (53)$$

Para resolver la integral se realiza la siguiente sustitución:

$$u = q_0^{1-b} - (1-b)at; \quad dt = -\frac{du}{(1-b)a} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \int [q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{1}{1-b}} dt &= -\frac{1}{(1-b)a} \int u^{\frac{1}{1-b}} du = -\frac{1}{(1-b)a} \frac{u^{\frac{1}{1-b}+1}}{\frac{1}{1-b}+1} \\ &= -\frac{1}{(1-b)a} \frac{u^{\frac{2-b}{1-b}}}{\frac{2-b}{1-b}} = \frac{[q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{2-b}{1-b}}}{a(b-2)} \end{aligned} \quad (55)$$

Evaluando el resultado obtenido para intervalo comprendido entre  $t=0$  y  $t=T$ , se obtiene:

$$\int_0^T [q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{1}{1-b}} dt = \frac{[q_0^{1-b} - (1-b)aT]^{\frac{2-b}{1-b}} - q_0^{2-b}}{a(b-2)} \quad (56)$$

Finalmente la ecuación para cuando  $b \neq 1$  es:

$$VM_n = \frac{[q_0^{1-b} - (1-b)aT]^{\frac{2-b}{1-b}} - q_0^{2-b}}{a(b-2)} + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T [q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{1}{1-b}} q(t) dt \quad (57)$$

Para propósitos prácticos en la aplicación del procedimiento, las integrales se resuelven por intervalos. Finalmente la ecuación queda como se muestra a continuación:

$$VM_n = \frac{[q_0^{1-b} - (1-b)aT]^{\frac{2-b}{1-b}} - q_0^{2-b}}{a(b-2)} + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{1}{1-b}} q_t \Delta t \quad (58)$$

Con el fin de obtener la solución para cuando  $b=1$  se reemplaza la parte correspondiente de la ecuación (14) en la (27), así:

$$VM_n = \int_0^T q_0 e^{-at} dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T q_0 e^{-at} q(t) dt \quad (59)$$

Resolviendo la integral correspondiente la ecuación es:

$$VM_n = -\frac{q_0}{a} e^{-at} + QP_n \int_0^T q(t) dt - q_0 \int_0^T e^{-at} q(t) dt \quad (60)$$

Para propósitos prácticos en la aplicación del procedimiento, la integral se resuelve por intervalos. Finalmente la ecuación queda como se muestra a continuación:

$$VM_n = -\frac{q_0}{a} e^{-at} + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - q_0 \sum_{t=0}^T e^{-at} q_t \Delta t \quad (61)$$

Finalmente,

$$VM_n = \begin{cases} \frac{[q_0^{1-b} - (1-b)aT]^{\frac{2-b}{1-b}} - q_0^{2-b}}{a(b-2)} + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{1}{1-b}} q_t \Delta t & b \neq 1 \\ -\frac{q_0}{a} e^{-at} + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - q_0 \sum_{t=0}^T e^{-at} q_t \Delta t & b = 1 \end{cases} \quad (62)$$

### 3.6 Método isotópico

La función de caudal base para este método está en función del tiempo mediante la función de caudal total. Reemplazando la ecuación (18) en la ecuación (27) se obtiene:

$$VM_n = \int_0^T \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} \right) q(t) dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - \int_0^T \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} \right) q(t) q(t) dt \quad (63)$$



Teniendo en cuenta que  $\delta_T$ ,  $\delta_S$ , y  $\delta_B$  son valores constantes, la ecuación es:

$$VM_n = \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} \right) \int_0^T q(t) dt + QP_n \int_0^T q(t) dt - \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} \right) \int_0^T [q(t)]^2 dt \quad (64)$$

Factorizando los términos comunes se obtiene finalmente la ecuación:

$$VM_n = \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} + QP_n \right) \int_0^T q(t) dt - \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} \right) \int_0^T [q(t)]^2 dt \quad (65)$$

Para propósitos prácticos en la aplicación del procedimiento, la integral se resuelve por intervalos. Finalmente la ecuación queda como se muestra a continuación:

$$VM_n = \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} + QP_n \right) \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} \right) \sum_{t=0}^T q_t^2 \Delta t \quad (66)$$

#### 4. CONCLUSIONES

- Se realizó el estado del arte de los métodos de separación de flujo base utilizados en la actualidad. Se encontraron dos métodos física y químicamente basados, implementados en numerosos casos de estudio a nivel mundial.
- Se lograron implementar nuevas ecuaciones de flujo base para modelar el volumen de escorrentía al método propuesto por Coronado – Triana, dentro de los cuales se tienen el método de caudal base constante, método de la línea recta, método de las dos líneas rectas, método de la curva maestra de recesión, método basado en la solución analítica de la ecuación de Boussinesq (físicamente basado) y el método isotópico (químicamente basado). En el siguiente cuadro se presentan las ecuaciones de volumen de escorrentía para cada método de separación de flujo base.
- Se recomienda para futuros trabajos implementar las ecuaciones obtenidas, al método de estimación de crecientes de Coronado – Triana, a fin de determinar la metodología más acertada en la obtención del flujo base para dicho método. Se recomienda también incorporar efectos del cambio climático en este tipo de ecuaciones.

Flujo base		Ecuación de volumen de escorrentía
Método	Ecuación de flujo base	
Constante	$Q_B(t) = \begin{cases} q & t < t_s \\ q_s & t_s \leq t \leq t_e \\ q & t_e < t \end{cases}$	$VM_n = q_s T + (QP_n - q_s) \sum_{t=0}^T q_t \Delta t$
Lineal	$Q_B(t) = \begin{cases} q & t < t_s \\ q_s + (t - t_s) \left[ \frac{q_r - q_s}{t_r - t_s} \right] & t_s \leq t \leq t_e \\ q & t_e < t \end{cases}$	$VM_n = q_s T + \frac{mT^2}{2} - mt_s T + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_s + m(t - t_s)] q_t \Delta t$
Dos líneas rectas	$Q_B(t) = \begin{cases} q & t < t_s \\ q_s + (t - t_s) \left[ \frac{q_s - q_0}{t_s - t_0} \right] & t_s \leq t \leq t_p \\ q_m + (t - t_p) \left[ \frac{q_r - q_m}{t_r - t_p} \right] & t_p \leq t \leq t_r \\ q & t_r < t \end{cases}$	$VM_n = \begin{cases} q_s T + \frac{m_1 T^2}{2} - m_1 t_s T + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_s + m_1(t - t_s)] q_t \Delta t & t_s \leq t \leq t_p \\ q_m T + \frac{m_2 T^2}{2} - m_2 t_p T + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_m + m_2(t - t_p)] q_t \Delta t & t_p \leq t \leq t_r \end{cases}$
Curva maestra de recesión	$Q_B(t) = q_0 e^{-Kt}$	$VM_n = \frac{q_0}{K} (1 - e^{-KT}) + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - q_0 \sum_{t=0}^T e^{-Kt} q_t \Delta t$
Boussinesq	$Q_B(t) = \begin{cases} [Q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{1}{1-b}} & \text{si } b \neq 1 \\ Q_0 e^{-at} & \text{si } b = 1 \end{cases}$	$VM_n = \begin{cases} \frac{[q_0^{1-b} - (1-b)aT]^{\frac{2-b}{1-b}} - q_0^{2-b}}{a(b-2)} + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \sum_{t=0}^T [q_0^{1-b} - (1-b)at]^{\frac{1}{1-b}} q_t \Delta t & b \neq 1 \\ -\frac{q_0}{a} e^{-at} + QP_n \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - q_0 \sum_{t=0}^T e^{-at} q_t \Delta t & b = 1 \end{cases}$
Isotópico	$Q_B(t) = \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} \right) q(t)$	$VM_n = \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} + QP_n \right) \sum_{t=0}^T q_t \Delta t - \left( \frac{\delta_T - \delta_S}{\delta_B - \delta_S} \right) \sum_{t=0}^T q_t^2 \Delta t$

## BIBLIOGRAFÍA

- Aparicio, F. J. (2011). *Fundamentos de hidrología de superficie*. México D.F.: Limusa.
- Brutsaert, W., & Nieber, J. (1977). Regionalized drought flow hydrographs from a mature glaciated plateau. *Water Resour. Res.*, 637-643.
- Coronado, O., Triana, J., & Coronado, J. (2012). Procedimiento para estimar hidrogramas de crecientes utilizando únicamente información hidrométrica. *XX Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología, Barranquilla*.
- Dominguez, M., Fuentes, O., & Franco, V. (1980). *Manual de diseño de obras civiles - Hidrotecnia*. México: Comisión Federal de Electricidad.
- Escalante, C. (1998). Multivariate Estimation of Extreme Flood Hydrographs. *Hydrological Science and Technology Journal*, 14(1-4):1-10.
- Escalante, C., & Rivera, F. (1999). Análisis comparativo de técnicas de estimación de avenidas de diseño. *Ingeniería del Agua Vol. 6 Núm. 1*, 49-54.
- Gómez, S., & Guzmán, J. (2011). Separation of base flow in upper part of the Lebrija river basin. *Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia*, 41-52.
- Gumbel, E. J. (1960). Multivariate Extremal Distributions. *Bull. Internat. Statics. Inst.*, 471-475.
- McCuen, R. H. (2004). *Hydrologic Analysis and Design*. Prentice Hall.
- Monsalve, G. (1995). *Hidrología en la ingeniería*. Bogotá: Escuela Colombiana de Ingeniería.
- NERC. (1975). Estimation of Flood Volumes over Different Durations. *Flood Studies Report, Hydrological Studies, Natural Environment Research Council, 1*.
- Raynal, J. A. (1985). Bivariate Extreme Value Distributions applied to Flood Frequency Analysis. *PhD. Dissertation, Colorado State University, USA*.
- Rivera, F. (1997). *Estimación conjunta de gasto pico y volumen total de avenidas*. México: Tesis de Maestría DEPMI-UNAM .
- Szilagyi, J., & Parlange, M. (1998). Baseflow separation based on analytical solutions of the Boussinesq equation. *Elsevier Science - Journal of Hidrology*, 251-260.

UNESCO-IAEA. (2001). Environmental isotopes in the hydrological cycle. *Principles and applications IHP-V Technical Documents in Hydrology No. 39*, 35-52.

Ven Te Chow, Maidment, D., & Mays, L. (1994). *Hidrología Aplicada*. McGraw-Hill.